

УДК 535.14

Подавление вынужденного излучения когерентными процессами рассеяния в граничных районах возбужденных сред

Б. А. Векленко

Институт высоких температур РАН, Москва, Россия

Ю. Б. Шеркунов

Институт теплофизики экстремальных состояний ОИВТ РАН, Москва, Россия

Суммирование бесконечных подпоследовательностей диаграмм Фейнмана показывает, что в стандартной квантовой электродинамике рассчитанные методом S-матрицы процессы вынужденного излучения возбужденных атомов в неоднородных средах могут быть сильно подавлены упругими процессами рассеяния света на невозбужденных атомах, образующих пространственный фон с конечной концентрацией.

Пусть возбужденный двухуровневый атом с одним валентным электроном находится в точке $R = 0$. Возбужденному состоянию атома сопоставим индекс "2", невозбужденному — индекс "1". Пусть в пространстве с объемом квантования V находится другой двухуровневый невозбужденный атом, также обладающий одним валентным электроном, но иной природы. Ядро этого атома не закреплено. Невозбужденный атом может обладать зеэмановскими подуровнями. Подуровням его возбужденного состояния сопоставлен индекс m , невозбужденного — μ . Гамильтониан системы в шредингеровском представлении примем в виде ($\hbar = c = 1$)

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \hat{H}^0 + \hat{H}', \quad \hat{H}^0 = \hat{H}_a + \hat{H}^{ph}, \\ \hat{H}_a &= \sum_j \varepsilon_j \hat{\beta}_j^+ \hat{\beta}_j + \sum_{pi} \varepsilon_{ip} \hat{b}_{ip}^+ \hat{b}_{ip}, \quad \hat{H}^{ph} = \sum_{k\lambda} k \hat{\alpha}_{k\lambda}^+ \hat{\alpha}_{k\lambda}, \\ \varepsilon_{ip} &= \varepsilon_i + \frac{p^2}{2M}, \\ \hat{H}' &= -\int \hat{\psi}^+(r, R) \hat{P} \hat{A}(r) \hat{\psi}(r, R) dr dR - \\ &\quad - \int \hat{\phi}^+(r) \hat{P} \hat{A}(r) \hat{\phi}(r) dr. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \hat{\psi}(r, R) &= \sum_{pi} \psi_i(r - R) e^{ipR} \frac{\hat{b}_{ip}}{\sqrt{V}}, \quad \hat{\phi}(r) = \sum_{j=1,2} \varphi_j(r) \hat{\beta}_j, \\ \hat{A}(r) &= \sum_{k\lambda} \frac{e_k^\lambda}{\sqrt{2kV}} (\hat{\alpha}_{k\lambda} e^{ikr} + \hat{\alpha}_{k\lambda}^+ e^{-ikr}), \quad \hat{P} = -\frac{e}{m} i \nabla_r, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\varphi_j(r)$ — волновые функции излучающего атома; $\hat{\beta}_j$ ($\hat{\beta}_j^+$) — операторы уничтожения (рождения) этого атома в состоянии $\varphi_j(r)$;

ψ_i — волновые функции рассеивающего атома ($i = m, \mu$), обладающего импульсом p ;

\hat{b}_{ip} (\hat{b}_{ip}^+) — операторы уничтожения (рождения) рассеивающего атома;

ε_i — внутренняя энергия его i -го состояния;

r, R — координаты валентного электрона и атомного остатка массы M ;

$\hat{\alpha}_{k\lambda}$ ($\hat{\alpha}_{k\lambda}^+$) — операторы уничтожения (рождения) фотона в состоянии, определяемом волновым вектором k и индексом поляризации λ .

Электромагнитное поле считаем поперечным, e_k^λ — орты линейной поляризации ($\lambda = 1, 2$). Взаимодействие света с атомами рассчитываем в квазирезонансном $|k - \varepsilon_m - \varepsilon_\mu| < k$, $|k - \varepsilon_2 - \varepsilon_1| < k$ приближении. По этой причине в гамильтониане \hat{H}' опущен диамагнитный член. Через ε_2 и ε_1 обозначены значения энергии, соответственно, возбужденного и невозбужденного состояний излучающего атома, в гамильтониане \hat{H}^{ph} опущено несущественное вакуумное слагаемое.

Пусть нас интересует вероятность вынужденного излучения возбужденного атома под действием фотона, находящегося в фоковском состоянии $\hat{\alpha}_{k_0\lambda_0}^+ |0\rangle$. Стандартным образом, переходя в представление взаимодействия, для матрицы рассеяния

$$\hat{S} = \hat{T} \exp \left(-i \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{H}'(t') dt' \right) = 1 + \hat{S}^{(1)} + \hat{S}^{(2)} + \dots$$

с учетом адиабатической гипотезы [1] в первом порядке теории возмущений получим хорошо известное выражение

$$\langle 2 | \hat{S}^{(1)} | 1 \rangle = 2\pi i \frac{P_{21}^{\lambda_0*}(k_0)}{\sqrt{2k_0V}} \delta(\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - k_0), \quad (3)$$

где $|1\rangle$ — начальное состояние системы; $|2\rangle$ — конечное состояние системы, отвечающее наличию двух фотонов в моде (k_0, λ_0) и невозбужденному состоянию излучающего атома,

$$P_{21}^{\lambda_0}(k_0) = \frac{e}{m} \int \varphi_2^*(r) \hat{P} e_{k_0}^{\lambda_0} e^{ik_0 r} \varphi_1(r) dr. \quad (4)$$

Квадрат модуля (3) после стандартной замены $\delta^2 \rightarrow \frac{T}{2\pi} \delta$, где T — время взаимодействия атома с излучением, позволяет рассчитать вероятность вынужденного излучения в единицу времени.

Вычислим теперь амплитуду вынужденного излучения возбужденного атома в третьем порядке теории возмущений, учитывая предварительное рассеяние фотона (k_0, λ_0) на невозбужденном атоме.

Стандартный расчет, аналогичный проведенному выше, показывает, что

$$\begin{aligned} \langle 2' | \hat{S}^{(3)} | 1 \rangle = & -i2\pi \sum_m \langle 2 | \hat{S}^{(1)} | 1 \rangle \frac{P_{m\mu_0}^{\lambda_0}(k_0)}{\sqrt{2k_0V}} \frac{P_{m\mu}^{\lambda*}(k)}{\sqrt{2kV}} \times \\ & \times \frac{\delta(p+k; p_0+k_0)}{\varepsilon_{\mu_0} + k_0 - \varepsilon_m + i0} \delta(k-k_0), \end{aligned} \quad (5)$$

индексы (μ_0, p_0) отвечают начальному состоянию рассеивающего атома; состояние $|2'\rangle$ — наличию излучающего атома в его конечном невозбужденном состоянии, рассеивающему атому в состоянии (μ, p) , и двум фотонам в рассеянной моде (k, λ) ; через $\delta(p; p')$ обозначен символ Кронекера.

Трактовка выражения (5) вызывает трудности из-за наличия в его правой части произведения двух δ -функций. Дело в том, что вероятность процесса оказывается пропорциональной произведению двух δ -функций, возведенных в квадрат. Такое выражение математически бессмысленно. Обычно рассматривают (5) как произведение амплитуд двух процессов — рассеяния и вынужденного излучения. Волевым действием считают эти процессы независимыми. В таком случае каждый раз приходится иметь дело лишь с δ^2 . Такая интерпретация выражения (5) представляет собой явное насилие над теорией и отказывается служить, если в более сложных ситуациях выражение (5) описывает лишь один из возможных каналов реакции и входит в окончательный ответ в качестве одного из слагаемых некоторой суммы.

Из постулатов квантовой теории следует, что квадрат модуля (5) представляет собой вероятность перехода, но из-за наличия δ^2 он обла-

дает сильной сингулярностью. Такая сильная сингулярность не позволяет пренебрегать (5) по сравнению с (3). Другими словами, существование области применимости (3) ставится под сомнение, если в пространстве наряду с излучающим атомом существует хотя бы один невозбужденный атом другого сорта.

Возникает вопрос об интерпретации формулы (5). Поскольку разумного смысла придать ей нельзя, то, следовательно, эта формула изолированно существовать не может. Другими словами, в теории возмущений должны существовать иные сингулярные члены, сумма (5) с которыми приводит к разумным результатам и исключению одного из множителей δ^2 из окончательного выражения.

Ниже показано, каким образом такое суммирование бесконечных подпоследовательностей диаграмм Фейнмана может быть осуществлено, и к каким нетривиальным результатам приводит такое суммирование.

Для осуществления процедуры суммирования ряд теории возмущений, следующий из стандартного представления взаимодействия, надо перестроить. В частности, выражение (5) надо разбить на три слагаемых. Такое разбиение осуществляет унитарный оператор, введенный в работе [2]. Удобно, оказывается, поступить следующим образом.

Введем вспомогательные взаимно эрмитовы операторы $\hat{\mathfrak{N}}(N)$ и $\hat{\mathfrak{N}}^+(N)$ уничтожения и рождения полного конгломерата фотонов в целом,

$$[\hat{\mathfrak{N}}(N) \hat{\mathfrak{N}}^+(N)]_- = \delta_{NN'}.$$

Компонентами многомерного вектора $N = \dots, N_{k\lambda}, \dots$ служат числа заполнения $N_{k\lambda}$ оптических мод (k, λ) . По аналогии с фазовыми объемами статистической физики такие операторы назовем Γ -операторами. Если $\varphi(N_{k\lambda} | \zeta_{k\lambda})$ — волновая функция квантового осциллятора, то волновые функции

$$\Phi^0(N | \zeta) = \prod_{k\lambda} \varphi(N_{k\lambda} | \zeta_{k\lambda}), \quad \zeta = \dots, \zeta_{k\lambda}, \dots$$

описывают в стандартном пространстве чисел заполнения конкретную конфигурацию свободного электромагнитного поля.

Пусть

$$\hat{\Phi}(\zeta) = \sum_N \hat{\mathfrak{N}}(N) \Phi^0(N | \zeta).$$

Считая, что операторы $\hat{\mathfrak{N}}(N)$ и $\hat{\mathfrak{N}}^+(N)$ действуют в некотором новом пространстве Γ , построим унитарный оператор

$$\hat{O} = \prod_{k\lambda} \hat{\Phi}^+(\zeta) \Big|_{\Gamma}^0,$$

переводящий динамический формализм из пространства чисел заполнения в пространство Γ . Через \rangle_{Γ}^0 обозначен вакуумный базисный вектор в новом представлении.

Другими базисными векторами служат [2]

$$\begin{aligned} \hat{O}\Phi^0(N|\zeta) &= \hat{\mathfrak{R}}^+(N)\rangle_{\Gamma}^0, \\ \hat{O}^+\hat{\mathfrak{R}}^+(N)\rangle_{\Gamma}^0 &= \Phi^0(N|\zeta). \end{aligned}$$

Вследствие унитарности оператора \hat{O} результаты расчетов матричных элементов в новом и прежнем представлениях оказываются совпадающими, но представление Γ открывает новые возможности суммирования фейнмановских диаграмм.

В этом представлении гамильтониан системы, следующий из (1)–(2) посредством унитарного преобразования, осуществляемого оператором \hat{O} , оказывается равным [2]

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\Gamma} &= \hat{H}_{\Gamma}^0 + \hat{H}'_{\Gamma}, \quad \hat{H}_{\Gamma}^0 = \hat{H}_a + \hat{H}_{\Gamma}^{ph}, \\ \hat{H}_{\Gamma}^{ph} &= \sum_N \varepsilon(N) \hat{\mathfrak{R}}^+(N) \hat{\mathfrak{R}}(N), \quad \varepsilon(N) = \sum_{k\lambda} kN_{k\lambda}. \end{aligned}$$

Оператор \hat{H}_a остается без изменений. Далее

$$\begin{aligned} \hat{H}'_{\Gamma} &= -\int \hat{\Phi}^+ \hat{\Psi}^+(r, R) \hat{P} \hat{\mathfrak{R}}(r) \hat{\Psi}(r, R) \hat{\Phi} d\zeta dr dR - \\ &\quad - \int \hat{\Phi}^+ \hat{\Phi}^+(r) \hat{P} \hat{\mathfrak{R}}(r) \hat{\Phi}(r) \hat{\Phi} d\zeta dr, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$d\zeta = \prod_{k\lambda} d\zeta_{k\lambda}.$$

Для построения теории S -матрицы в Γ -пространстве воспользуемся представлением взаимодействия, переход к которому имеет стандартный вид

$$\hat{\Phi}(\zeta, t) = e^{i\hat{H}_{\Gamma}^0 t} \hat{\Phi}(\zeta) e^{-i\hat{H}_{\Gamma}^0 t} = \sum_N \Phi^0(N|\zeta) \hat{\mathfrak{R}}(N) e^{-i\varepsilon(N)t}; \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Psi}(x) &= e^{i\hat{H}_{\Gamma}^0 t} \hat{\Psi}(r, R) e^{-i\hat{H}_{\Gamma}^0 t} = \\ &= \sum_{pi} \psi_i(r-R) e^{ipR} e^{-i\varepsilon_i t} \frac{\hat{b}_{ip}}{\sqrt{V}}; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}(x) &= e^{i\hat{H}_{\Gamma}^0 t} \hat{\Phi}(r) e^{-i\hat{H}_{\Gamma}^0 t} = \\ &= \sum_{j=1,2} \varphi_j(r) e^{-i\varepsilon_j t} \hat{\beta}_j, \end{aligned}$$

где $x = \{r, R, t\}$.

В этом представлении

$$\hat{S}_{\Gamma} = \hat{T} \exp \left(-i \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{H}'_{\Gamma}(t) dt \right) = 1 + \hat{S}_{\Gamma}^{(1)} + \hat{S}_{\Gamma}^{(2)} + \dots \quad (9)$$

Продемонстрируем расчет оператора $\hat{S}_{\Gamma}^{(1)}$, описывающего вынужденное излучение возбужденного атома в первом порядке теории возмущений. Из выражений (6)–(9) получим

$$\begin{aligned} \hat{S}_{\Gamma}^{(1)} &= i \int \hat{\Phi}^+(\zeta, t) \hat{\Phi}^+(x) \hat{P} \hat{\mathfrak{R}}(r) \hat{\Phi}(x) \hat{\Phi}(\zeta, t) d\zeta dx = \\ &= i \sum_N \int \Phi^0(N|\zeta) \hat{\mathfrak{R}}^+(N) e^{i\varepsilon(N)t} \varphi_1^*(r) e^{i\varepsilon_1 t} \hat{\beta}_1^+ \times \\ &\quad \times \hat{P} \frac{e_k^\lambda}{\sqrt{2kV}} \hat{a}_{k\lambda}^+ e^{-ikr} \times \\ &\quad \times \varphi_2(r) e^{-i\varepsilon_2 t} \hat{\beta}_2 \Phi^0(N_0|\zeta) \hat{\mathfrak{R}}(N_0) e^{-i\varepsilon(N_0)t} d\zeta dx. \end{aligned} \quad (10)$$

Если в начальном состоянии электромагнитного поля $\hat{\mathfrak{R}}^+(N_0)\rangle_{\Gamma}^0$ присутствует лишь один фотон, находящийся в состоянии (k_0, λ_0) , то $N_0 = 0, \dots, 0, 1_{k_0\lambda_0}, 0, \dots$. В результате вынужденного излучения возникает состояние поля с $N = 0, \dots, 0, 2_{k_0\lambda_0}, 0, \dots$

Теперь следует учесть, что

$$\alpha_{k_0\lambda_0}^+(N, N_0) = \int \Phi^0(N|\zeta) \hat{a}_{k_0\lambda_0}^+ \Phi^0(N_0|\zeta) d\zeta = \sqrt{1+1}.$$

Одну из единиц под знаком корня следует опустить как ответственную за спонтанное излучение. Интегрирование по другим переменным в (10) трудностей не представляет. В результате находим

$$\langle 2 | \hat{S}_{\Gamma}^{(1)} | 1 \rangle = 2\pi i \frac{P_{21}^{\lambda_0^*}(k_0)}{\sqrt{2k_0V}} \delta(\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - k_0), \quad (11)$$

что, естественно, совпадает с выражением (3). Теперь займемся следующей задачей. Пусть, как и прежде, в точке $R = 0$ располагается возбужденный атом. Пусть этот атом окружен бальмановским газом невозбужденных атомов, так что каждое состояние (μ, p) либо пустое, либо заполнено одним атомом. Пусть общее число невозбужденных атомов, осуществляющих рассеяние фотонов, при $V \rightarrow \infty$ стремится к бесконечности так, что можно говорить об их концентрации. Проведем расчет вероятности вынужденного излучения возбужденного атома. Начнем с третьего порядка теории возмущений. Явное выражение для $\hat{S}_{\Gamma}^{(3)}$ имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{S}_{\Gamma}^{(3)} &= -(-i)^3 \int \hat{\Phi}^+ \hat{\Phi}^+ \hat{P} \hat{A} \hat{\Phi} \hat{\Phi} d\zeta_1 dt_1 dr_1 \times \\ &\quad \times \int \hat{\Phi}^+ \hat{\Psi}^+ \hat{P} \hat{A} \hat{\Psi} \hat{\Phi} d\zeta_2 dx_2 \int \hat{\Phi}^+ \hat{\Psi}^+ \hat{P} \hat{A} \hat{\Psi} \hat{\Phi} d\zeta_3 dx_3 - \\ &\quad - (-i)^3 \int \hat{\Phi}^+ \hat{\Psi}^+ \hat{P} \hat{A} \hat{\Psi} \hat{\Phi} d\zeta_1 dx_1 \int \hat{\Phi}^+ \hat{\Phi}^+ \hat{P} \hat{A} \hat{\Phi} \hat{\Phi} d\zeta_2 dt_2 dr_2 \times \\ &\quad \times \int \hat{\Phi}^+ \hat{\Psi}^+ \hat{P} \hat{A} \hat{\Psi} \hat{\Phi} d\zeta_3 dx_3 - \\ &\quad - (-i)^3 \int \hat{\Phi}^+ \hat{\Psi}^+ \hat{P} \hat{A} \hat{\Psi} \hat{\Phi} d\zeta_1 dx_1 \int \hat{\Phi}^+ \hat{\Psi}^+ \hat{P} \hat{A} \hat{\Psi} \hat{\Phi} d\zeta_2 dx_2 \times \\ &\quad \times \int \hat{\Phi}^+ \hat{\Phi}^+ \hat{P} \hat{A} \hat{\Phi} \hat{\Phi} d\zeta_3 dt_3 dr_3. \end{aligned} \quad (12)$$

Горизонтальные скобки здесь означают свертки операторов, возникающих после использования теоремы Вика. Диаграммы Фейнмана, отвечающие каждому из трех слагаемых формулы (12) изображены на рис. 1, а. На этой диаграмме прерывистая стрелка, соединяющая вершины, сопоставляется свертке операторов электромагнитного поля

$$\begin{aligned} \overline{\hat{\Phi}(\zeta, t) \hat{\Phi}^+(\zeta', t')} &= (\hat{T} - \hat{N}) \hat{\Phi}(\zeta, t) \hat{\Phi}^+(\zeta', t') = \\ &= \vartheta(t-t') \sum_N \Phi^0(N|\zeta) \Phi^0(N|\zeta') e^{-i\varepsilon(N)(t-t')} = \quad (13) \\ &= i \sum_N \Phi^0(N|\zeta) \Phi^0(N|\zeta') \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iE(t-t')} \Delta_r^0(N|E) \frac{dE}{2\pi}, \end{aligned}$$

где \hat{N} — оператор нормального произведения операторов $\hat{\mathfrak{R}}(N)$ и $\hat{\mathfrak{R}}^+(N)$; $\vartheta(t-t')$ — ступенчатая функция Хевисайда,

$$\Delta_r^0(N|E) = (E - \varepsilon(N) + i0)^{-1}.$$

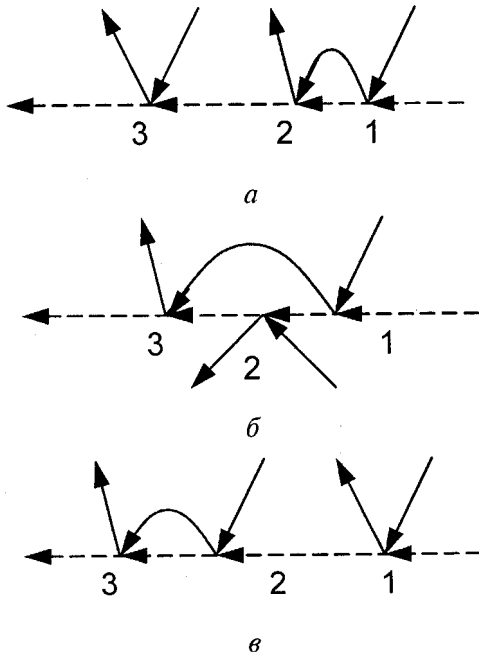


Рис. 1. Диаграммы Фейнмана:
а-в — разъяснения по тексту

Сплошная стрелка, соединяющая вершины, сопоставляется свертке операторов поля рассеивающих атомов

$$\begin{aligned} \overline{\hat{\Psi}(x) \hat{\Psi}^+(x')} &= (\hat{T} - \hat{N}) \hat{\Psi}(x) \hat{\Psi}^+(x') = \\ &= \vartheta(t-t') \sum_{mp} \psi_m(r-R) \psi_m^*(r'-R') \times \\ &\quad \times \frac{e^{-i\varepsilon_{mp}(t-t')} e^{ip(R-R')}}{V} = \quad (14) \\ &= i \sum_{mp} \psi_m(r-R) \psi_m^*(r'-R') \times \\ &\quad \times \frac{e^{ip(R-R')}}{V} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iE(t-t')} G_r^m(p, E) \frac{dE}{2\pi}, \end{aligned}$$

причем

$$G_r^m(p, E) = (E - \varepsilon_{mp} + i0)^{-1}.$$

Сплошным стрелкам, входящим в вершины, отвечают операторы $\hat{\Psi}$, выходящим из вершины — операторы $\hat{\Psi}^+$. Аналогично прерывистые стрелки, входящие в вершины диаграмм, отвечают операторам $\hat{\Phi}$, выходящие — операторам $\hat{\Phi}^+$. Характерным и очень удобным свойством фейнмановских диаграмм в методе Г-операторов оказывается непрерывность линий фотонного поля [2].

С помощью (8), (13) и (14) без труда просчитываются все слагаемые формулы (12). Сумма всех трех слагаемых (12) приводит к формуле (5). Все сложности с интерпретацией формулы (5), таким образом, остаются. Но разбиение (12) на три слагаемых оказывается чрезвычайно важным и открывает новые возможности для суммирования диаграмм. Приведем явное выражение первого слагаемого (12), возникшего после интегрирования по всем x и ζ

$$\langle 2 | \hat{S}^{(3)} | 1 \rangle = \langle 2 | \hat{S}^{(1)} | 1 \rangle \Delta_r^0(N_2 | k_0) \pi_r^{\lambda_0}(k_0), \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \pi_r^{\lambda_0}(k_0) &= i \sum_{mpm} \left| \frac{p_{m\mu_0}^{\lambda_0}(k_0)}{\sqrt{2k_0V}} \right|^2 \int \delta(p_0 + k_0; p_m) \times \\ &\quad \times G_r^m(p_m, E) \Delta_r^0(N_1 | k_0 + \varepsilon_{\mu_0}(p_0) - E) \frac{dE}{2\pi}. \end{aligned}$$

В (15) мы сохранили лишь те процессы рассеяния, при которых каждый рассеивающий атом после рассеяния возвращается в свое исходное состояние (μ_0, p_0). Такие процессы рассеяния носят название когерентных [3], и только они формируют в однородной среде направленный луч света. Если квантовое состояние рассеивающего в однородной среде атома изменяется, то такое рассеяние некогерентно [3] и влечет за собой диффузно-рассеянное излучение. Такое излучение заинтересовать нас не будет. Из сказанного следует, что $N_2 = 0, \dots, 0, 1_{k_0\lambda_0}, 0, \dots, N_1 = 0, \dots, 0, \dots$

Выражение (15) сильно сингулярно, но в отличие от (5) не влечет за собой появление произведения $\delta^2\delta^2$ при переходе к вероятности. Согласно (15), одна δ -функция содержится в первом сомножителе этого произведения. Другая сингулярность, согласно конкретизированному N_2 , содержится в пропагаторе $\Delta_r^0(N_2 | k_0)$.

Но эта сингулярность не носит δ -образного характера и допускает регуляризацию путем суммирования фейнмановских диаграмм. Рассмотрим “обрастание” диаграммы, изображенной на рис. 1, а вследствие предварительных упругих

процессов рассеяния фотона на невозбужденных атомах среды в пятом, седьмом и т. д. порядках теории возмущений. Типичные представители таких диаграмм изображены на рис. 2, а. Эти диаграммы приводимы, и могут быть просуммированы. В результате возникает диаграм-

ма, изображенная на рис. 2, б. Жирной прерывистой стрелке здесь отвечает сумма графов, изображенная на рис. 2, в и обозначенная через

$$\Delta_r(N_2|k_0) = \Delta_r^0 + \Delta_r^0 \pi_r^{\lambda_0} \Delta_r^0 + \Delta_r^0 \pi_r^{\lambda_0} \Delta_r^0 \pi_r^{\lambda_0} \Delta_r^0 + \dots$$

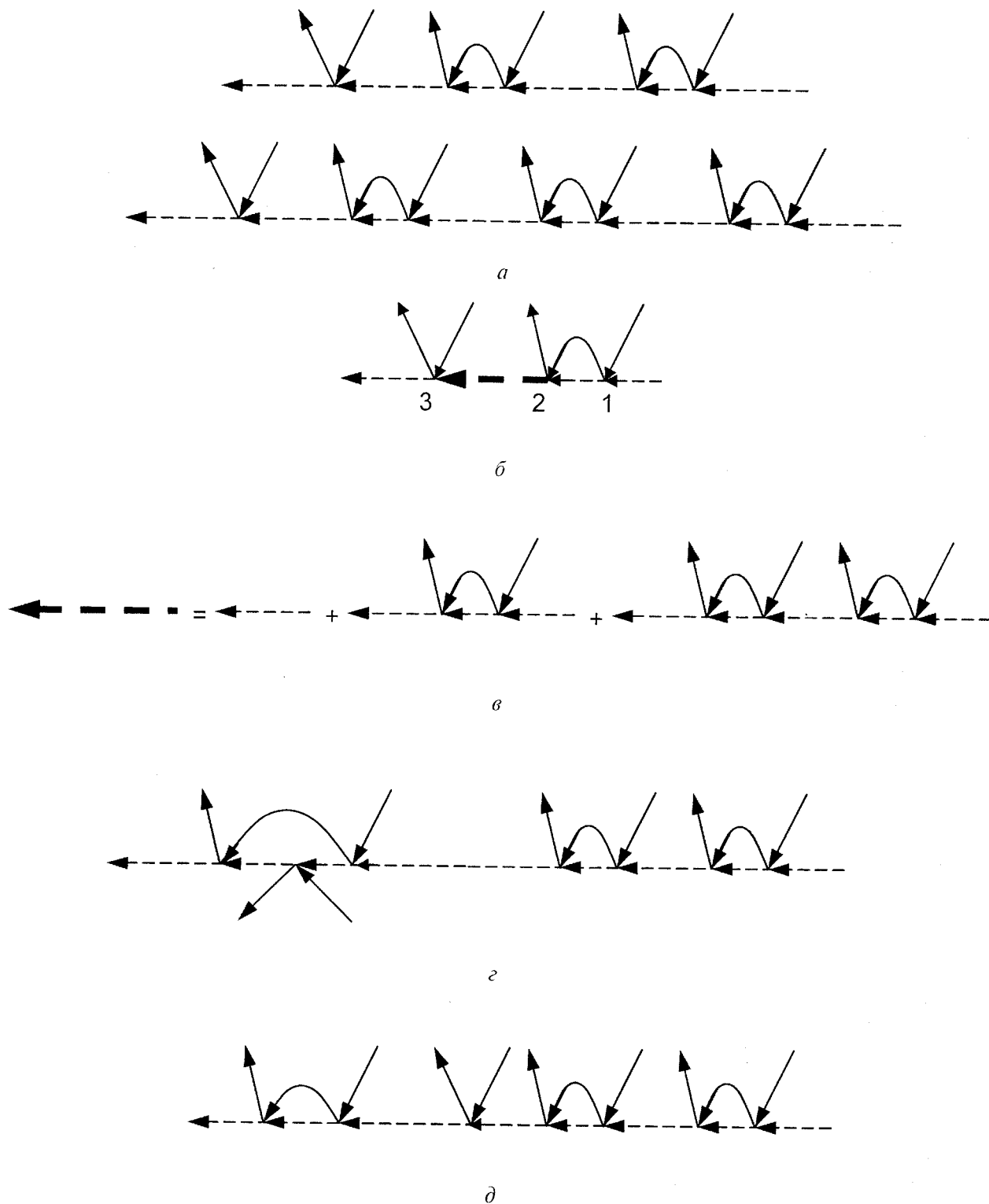


Рис. 2. Диаграммы Фейнмана с учетом высших порядков теории возмущений:
а-д — разъяснения по тексту

Этот ряд свертывается в уравнение

$$\Delta_r(N_2|k_0) = \Delta_r^0(N_2|k_0) + \Delta_r^0(N_2|k_0)\pi_r^{\lambda_0}(k_0)\Delta_r(N_2|k_0),$$

которое может быть решено

$$\Delta_r(N_2|k_0) = \frac{\Delta_r^0}{1 - \Delta_r^0\pi_r^{\lambda_0}} = \frac{1}{k_0 - \varepsilon(N_2) - \pi_r^{\lambda_0}(k_0)}. \quad (16)$$

Формула (16) оказывается чрезвычайно важной. Дело в том, что все сингулярные неприводимые диаграммы Фейнмана в технике Γ -операторов обладают особенностями из-за входящих в них пропагаторов Δ_r^0 . Стандартное дайсоновское суммирование диаграмм влечет за собой замену $\Delta_r^0 \rightarrow \Delta_r$. После такого суммирования все неприводимые диаграммы становятся конечными. Разумеется, все они остаются пропорциональными одной δ -функции, отслеживающей закон сохранения энергии. Эта δ -функция опасности уже не представляет. Еще раз отметим, что возможность исключения особенностей типа $\delta^2\delta^2$ с помощью перехода в Γ -пространство вызвана тем обстоятельством, что в этой технике все диаграммы оказываются связанными, и объединены общей фотонной линией. Несвязанных диаграмм из-за непрерывности фотонных линий и запаздывающего характера пропагаторов Δ_r^0 в этой технике не возникает.

После того как все неприводимые диаграммы стали конечными, можно осуществить дальнейшее суммирование. После подстановки Δ_r из (16) вместо Δ_r^0 в формулу (15), отвечающую диаграмме 1, а, из-за равенства $k_0 = \varepsilon(N_2)$ происходит сокращение поляризационных операторов $\pi_r^{\lambda_0}$

$$\Delta_r(N_2|k_0)\pi_r^{\lambda_0}(k_0) = -1,$$

и результат оказывается с обратным знаком, равным выражению (11). Происходит сокращение членов $\langle 2|\hat{S}_\Gamma^{(1)}|1\rangle$, что свидетельствует о том, что в рассматриваемой модели вынужденное излучение возбужденного атома, рассчитанное в первом порядке теории возмущений, в действительности отсутствует.

Отсутствует оно и в других порядках теории возмущений. Рассмотрим второе слагаемое формулы (12). Фейнмановская диаграмма этого слагаемого вместе с предварительными процессами упругого рассеяния изображена на рис. 2, з. Суммирование матричных элементов здесь осуществляется тем же способом, как и при анализе первого слагаемого (12), и также влечет за собой нулевой результат. Аналогично поступаем с третьим слагаемым формулы (12), которое также оказывается скомпенсированным матричными

элементами, учитывающими упругое рассеяние фотона в высших порядках теории возмущений. Эти слагаемые изображены на рис. 2, д.

Подобного рода компенсация диаграмм допускает широкое обобщение, которым мы заниматься не будем. Для нас важно, что в предлагаемой схеме вынужденное излучение оказывается подавленным вследствие интерференционных эффектов в любом порядке теории возмущений.

Результат изменится, если изменится изучаемая модель. Здесь важно отметить два обстоятельства. Эффект подавления зависит от числа рассеивающих атомов: при конечном объеме V и конечном числе рассеивателей подавление не будет полным. При $V \rightarrow \infty$ подавление происходит при любой концентрации рассеивателей, если только она конечна. Кроме того, и это важно, эффект подавления представляет собой следствие теории возмущений. Для подавления процессов вынужденного излучения необходимо в начальном состоянии (k_0, λ_0) , иметь "голый" фотон и иметь возможность указать на первый процесс взаимодействия такого фотона с атомами. В глубине протяженных сред "голых" фотонов нет, и взаимной компенсации диаграмм не происходит.

В каких реальных ситуациях можно ожидать сокращения диаграмм? Рассмотрим границу раздела возбужденной среды с вакуумом. В глубине среды компенсации диаграмм не происходит, и вынужденное излучение не подавляется. Вне среды фотоны "голые". Если из вакуума в среду попадает "голый" фотон, то в приграничных районах вследствие взаимной компенсации диаграмм Фейнмана вынужденное излучение будет подавлено.

В свете изложенного представляется очевидным механизм преломления света границей термически возбужденной среды. Согласно полуклассической теории излучения, оперирующей с некантованным светом, на границе раздела сред происходит преломление луча. Согласно квантовой теории падающий из вакуума на среду луч $(k_0\lambda_0)$ может, казалось бы, провоцировать вынужденное излучение в направлении k_0 . В среде тогда наряду с преломленным лучом должен бы возникнуть луч именно такого направления. В действительности этого не происходит из-за указанных выше процессов подавления вынужденного излучения в приграничных районах возбужденных сред. Именно таким образом реализует себя "теорема погашения" [4] при наличии процессов вынужденного излучения. При этом преломленный луч формируется лишь когерентными процессами рассеяния. Вынужденное излучение из-за некогерентного своего характера [5] принимать участие в формировании преломленного луча не может. Оно начинает принимать участие в кинетике преломленного луча лишь после его формирования.

Эффект подавления вынужденного излучения удобно исследовать на примере прохождения света через тонкие пленки с инверсно-заселенными атомами. Не подлежит сомнению, что наряду с невозбужденными атомами в эффекте подавления принимают участие процессы когерентного рассеяния на возбужденных атомах. Теперь заметим, что изложенная теория и использованный выше конкретный вид поляризационного оператора $\pi_r^2(k_0)$ справедливы для однородной среды при условии $n\tilde{\lambda}^3\gamma_r/\gamma_{tot} < 1$ [2], здесь n — полная концентрация атомов; $\tilde{\lambda}$ — длина волны излучения; γ_r — радиационная ширина энергетического уровня возбужденного состояния атомов; γ_{tot} — полная ширина возбужденного состояния. В теории тонких пленок толщины l возникнет еще один безразмерный параметр $(n\tilde{\lambda}^3\gamma_r/\gamma_{tot})l/\tilde{\lambda}$. Таким образом, существует критическая длина

$$l_c \approx \frac{\gamma_{tot}}{n\tilde{\lambda}^2\gamma_r}.$$

Для тонких пленок толщины $l < l_c$ окружающий возбужденные атомы фон когерентно-рассеивающих атомов мал, и подавления вынужденного излучения здесь не происходит. Усиление

света такими пленками можно рассчитывать методами стандартной теории возмущений. В толстых пленках с $l \gg l_c$ пограничные области играют относительно малую роль, и эффект подавления здесь малозаметен. В пленках с $l \approx l_c$ эффект подавления вынужденного излучения будет ярко выражен. Оптические свойства таких пленок подлежат дополнительному, более детальному, изучению.

Авторы выражают благодарность участникам семинара, руководимого А. А. Рухадзе, за обсуждение работы.

Литература

1. Ахизер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1969. — 623 с.
2. Векленко Б. А. // ЖЭТФ, 1989. Т. 96. № 2 (8). С. 457.
3. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1989. С. 723.
4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1973. — 719 с.
5. Векленко Б. А. // Опт. и спектр. 2003. Т. 94. № 5. С. 845.

Статья поступила в редакцию 29 апреля 2004 г.

The suppress of the induced radiation by coherent scattering processes in bound regions of excited media

B. A. Veklenko

Institute for High Temperatures, Moscow, Russia

Yu. B. Sherkunov

Institute for Thermal Physics of Extreme States, Moscow, Russia

The summation of the infinite subsets of Fynman's diagrams shows that according to standard quantum electrodynamics the processes of induced radiation calculated by S-matrix method can be essentially suppressed in nonhomogeneous media by elastic scattering light processes over nonexcited atoms, which form a space background with finite number of density.