

УДК 533.9

Формирующие электроды для биполярных пучков

А. В. Вашковский, В. А. Сыровой

ГУП "Всероссийский электротехнический институт им. В. И. Ленина (ГУП "ВЭИ"),
Москва, Россия

Построены формирующие электроды для ленточного и цилиндрического биполярных пучков на основе точных параметрических уравнений эквипотенциалей в первом случае, комбинации аналитически продолженного уравнения для плоского биполярного диода и интегральной формы решения уравнения Лапласа — во втором.

Биполярные потоки со встречным движением электронов и ионов являются характерной особенностью работы электронных пушек в технологических установках при выпуске пучка в среду с повышенным давлением, а также в приборах плазменной СВЧ-электроники [1], перспективные варианты которых предполагают существование не только плазменного анода, но и плазменного катода.

Хотя классическая работа И. Лэнгмюра о плоском биполярном диоде [2] относится к 1929 г., за истекшее время, несмотря на выход монографии [3] по ионно-плазменным процессам в электронных пучках и пушках, многие не менее классические задачи до сих пор не рассмотрены. Так, не опубликовано точное решение о формировании ленточного биполярного пучка, не исследовался случай кругового цилиндра, а для кругового конуса изучались лишь приближенные модели.

В работе [4] приведены точные параметрические уравнения эквипотенциалей $\varphi = \varphi_0 = \text{const}$ в случае ленточного биполярного потока при эмиссии в р-режиме

$$z - z_0 = Z(\psi; \varphi_0); \quad y - y_0 = Y(\psi; \varphi_0), \quad (1)$$

которые позволяют рассчитать не только нулевой и ускоряющий электроды, но и боковую ветвь нулевой эквипотенциали и кривые $\varphi_0 < 0$, определяющие вместе с ней синтезируемый тепловой зазор. В литературе известно приближенное решение этой задачи [5] при $\varphi_0 \geq 0$ в первом квадранте, основанное на удачной аппроксимации точного распределения потенциала в плоском диоде

$$z = \frac{3}{4\sqrt{k}} \int_0^{\varphi} f(t) dt,$$

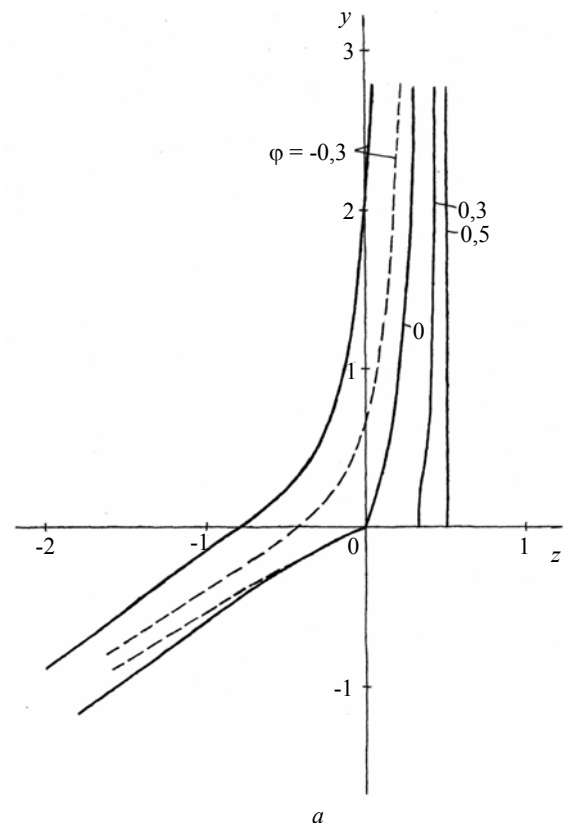
$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{t} + \sqrt{1-t}} - 1}, \quad k \cong 1,865 \quad (2)$$

выражением вида

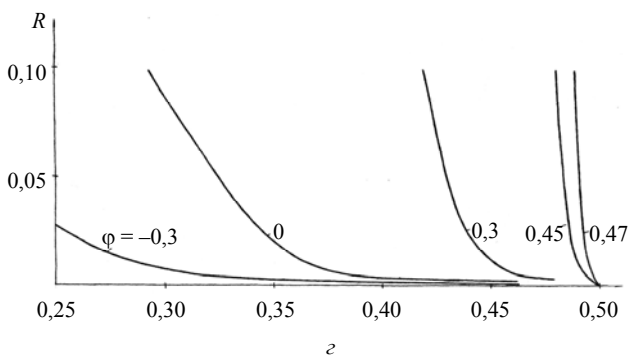
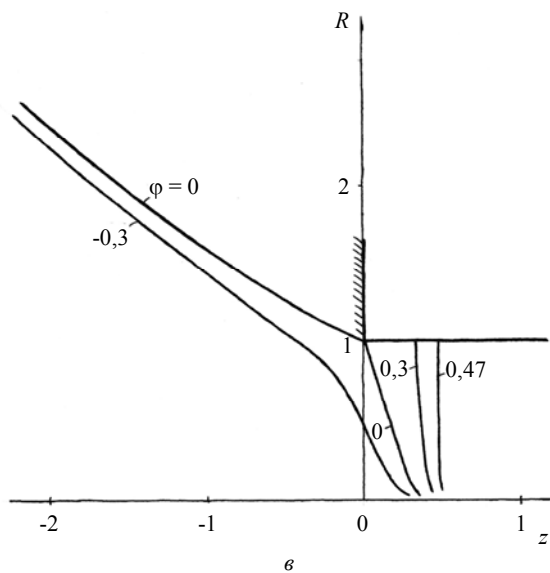
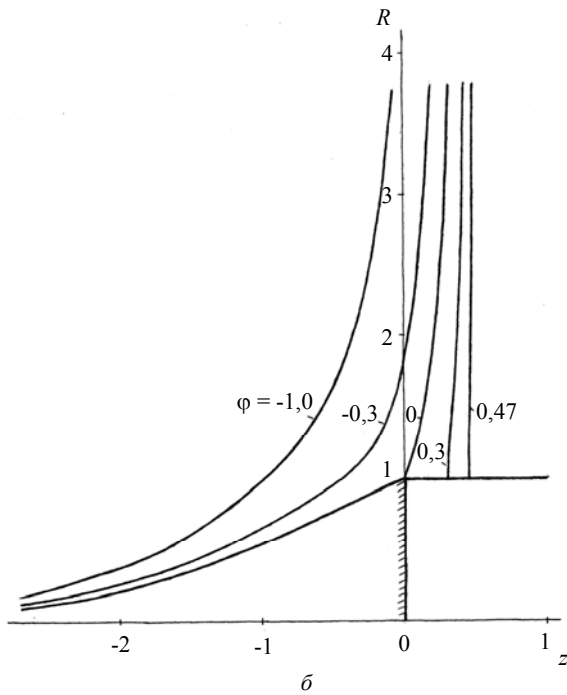
$$\varphi = k^{2/3} \left[z^{4/3} - (1-z)^{4/3} - \frac{4}{3}z + 1 \right]. \quad (3)$$

На рисунке, а представлена картина эквипотенциальных поверхностей, рассчитанная по формулам (1) (сплошные кривые), а также в результате аналитиче-

ского продолжения аппроксимации (3) (пунктирные линии). Кривые $\varphi = 0$; $\varphi = 0,3$ в первом квадранте при $y = 2,52$ различаются на 6 и 0,75 %. В третьем квадранте эквипотенциаль $\varphi = 0$ на основе аппроксимации (3) имеет меньший наклон начиная с $z = -0,5$, однако довольно близка к точной кривой. Сильно различаются кривые $\varphi = -0,3$, которые близки по конфигурации, но не по положению относительно начала координат: приближенная кривая вдвое ближе к нему, чем точная.



Картина эквипотенциальных поверхностей:
а — рассчитанная по формулам (1) и (3);



Окончание рисунка:

\bar{b} — в случае сплошного пучка $R > 1$; \bar{v} — в случае полого пучка $R < 1$; \bar{z} — приосевая область полого пучка

Решение [6] осесимметричной задачи в форме [7, 8] для цилиндрической границы $R = R_0$ определяется формулой

$$\varphi(R, z) = \left(\frac{R_0}{R}\right)^{1/2} \left\{ \text{Re}V(w) + \int_{R_0}^R \left[\frac{1}{2R_0} F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; \lambda_e\right) - \frac{R^2 - 2R_0^2 + 2R_0\sigma - \sigma^2}{16R_0^2R} F\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}; 2; \lambda_e\right) \right] \text{Re}V(\zeta) d\sigma \right\}; \quad (4)$$

$$\lambda_e = \frac{(\sigma - R)(\sigma + R - 2R_0)}{4R_0R}, \quad \zeta = z + i(\sigma - R_0),$$

$$w = z + i(R - R_0),$$

где $V(z)$ — потенциал при $R = R_0$;

$F(a, b, c; \lambda)$ — гипергеометрическая функция Гаусса.

Расчет проведен как для точного распределения $V(z)$, удовлетворяющего уравнению

$$\frac{d^2V}{dz^2} = \frac{4}{9}k \left(\frac{1}{\sqrt{V}} - \frac{1}{\sqrt{1-V}} \right) \quad (5)$$

при комплексных значениях аргумента, так и для аппроксимации (3). В первом случае удалось рассчитать электроды лишь при неотрицательных значениях z .

На рисунке, \bar{b} , \bar{v} представлена картина эквипотенциальных поверхностей для потока, радиус которого $R_0 = 1$ равен расстоянию между электродами, в случаях сплошного $R > 1$ и полого $R < 1$ пучков. Для полого пучка все кривые $\varphi = \text{const}$ проходят через особую точку $R = 0, z = 0,5$; приосевая область в более крупном масштабе изображена на рисунке, \bar{z} .

Сравнение точного решения уравнений (4), (5) и приближенного (3), (4) в первом и четвертом квадрантах позволяет утверждать, что аппроксимация (3) является довольно удачной не только для потенциала на границе (2), но и при расчете формирующих электродов. Успех обусловлен тем, что функции в формуле (3) не содержат мелкомасштабных фрагментов, не свойственных физике, задачи. При классической некорректности задачи Коши для уравнения Лапласа этот факт обеспечивает близость приближенного решения к точному.

Построение электрода с потенциалом $\varphi = 0$ представляет наиболее сложную часть задачи из-за двумерной особенности в лапласовской области на кромке катода, в то время как для кривых с достаточно высоким значением φ в качестве альтернативы могут быть успешно использованы параксиальное решение или координатные разложения [9].

В работе [4] приведены формулы для коэффициентов трех типов рядов, определяющих явное уравнение нулевого формирующего электрода

$$R - R_0 = \sum_{k=3}^n a_k z^{k/3}, \quad z = \sum_{k=3}^n A_k (R - R_0)^{k/3},$$

$$z = \sum_{k=3}^n B_k \left(\ln \frac{R}{R_0} \right)^{k/3}. \quad (6)$$

Там же показано, что при сохранении коэффициентов с индексом 9 для цилиндра с произвольным контуром действует принцип независимости сечений: в плоскости, образованной нормалью к контуру и продольной осью, конфигурация эквипотенциали определяется только локальным значением кривизны контура, но не ее производных. Можно ожидать, что расстояние, на котором этот принцип справедлив, будет большим для выпуклых контуров с не слишком меняющейся кривизной.

Задача формирования кругового цилиндрического пучка дает возможность оценить область, в которой при разных значениях кривизны контура разложения (6) при $n = 9$ достаточно мало отличаются от точного решения, и тем самым экстраполировать результаты на случай произвольного цилиндра. Оказалось, что основная ветвь нулевой эквипотенциали в первом квадранте не только для осесимметричных систем, но и для кон-

туров с переменной кривизной может быть рассчитана с использованием ряда первого типа в (6); при радиусах кривизны

$R \leq 0,25$ еще лучший результат дает ряд третьего типа. Эллиптическое сечение с полуосями $a = 1$, $b = 2$ имеет в вершинах радиусы кривизны 0,25 и 4 с полуосями $a = 1$, $b = 10$ и 100. Большие радиусы кривизны хорошо описываются решением для ленточного пучка $R_0 = \infty$.

Л и т е р а т у р а

1. Митин Л. А., Переводчиков В. И., Завьялов М. А. и др. // Физика плазмы. 1994. Т. 20. № 7—8. С. 733.
2. Langmuir I. // Phys. Rev. 1929. V. 33. № 6. P. 954.
3. Завьялов М. А., Крейнделъ Ю. Е., Новиков А. А., Шантурин Л. П. Плазменные процессы в технологических электронных пушках. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
4. Сыровой В. А. // РЭ. 2005. Т. 50. № 2. С. 315.
5. Шантурин Л. П. // Там же. 1980. Т. 25. № 3. С. 612.
6. Harker K. J. // J. Math. Phys. 1963. V. 4. № 7. P. 993.
7. Данилов В. Н., Сыровой В. А. // ПИММ. 1971. Т. 35. № 4. С. 656.
8. Данилов В. Н., Сыровой В. А. // РЭ. 1976. Т. 21. № 2. С. 418.
9. Сыровой В. А. // Там же. 1991. Т. 36. № 3. С. 540.

Статья поступила в редакцию 22 декабря 2005 г.

Forming electrodes for bipolar beams

A. V. Vashkovsky, V. A. Syrovoy
All-Russian Electrotechnical Institute, Moscow, Russia

The forming electrodes for tape and cylindrical bipolar beams are built on the basis of the precise parametric equations for equipotential curves in case of the former. In the second case a similar procedure is carried out on the basis of a combination of the analytically prolonged equation for the flat bipolar diode and an integrated form of the solution of the Laplace equation.