

УДК 533.9

## Резонансное взаимодействие лазерного импульса с плазмой в поперечном магнитном поле

В. Б. Красовицкий

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва, Россия

В. А. Туриков

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

*Приведены результаты аналитического и численного исследований процесса резонансного взаимодействия лазерного излучения с замагниченной плазмой. Показано, что при распространении поперек сильного магнитного поля вблизи циклотронного и верхнегибридного резонансов излучение в виде необыкновенной линейно поляризованной волны может трансформироваться в солитоны огибающей. Решения первого типа существуют в слабо релятивистской плазме малой плотности, когда несущая частота солитона близка к гирочастоте электронов. Солитоны второго типа возникают в более плотной плазме, когда плазменная и циклотронная частоты становятся сравнимыми по величине. Одномерное численное моделирование методом частиц продемонстрировало образование солитонов двух типов в соответствующих резонансных условиях. Обнаружен новый эффект сильного нагрева электронов, обусловленный нелинейным резонансом при взаимодействии лазерной волны с докритической плазмой в сильном магнитном поле.*

Мощные лазерные импульсы в настоящее время рассматриваются как эффективное средство для коллективного ускорения заряженных частиц [1, 2], быстрого поджига термоядерных мишеней [3], получения высокоэнергичных частиц путем воздействия на мишени из тонкой фольги [4, 5]. Присутствие сильного магнитного поля существенно изменяет картину взаимодействия лазерного излучения с плазмой [6, 7] и приводит к ряду важных физических явлений, представляющих практический интерес. Так, в работе [7] было показано, что распадная неустойчивость при поперечном распространении импульса в замагниченной плазме сопровождается трансформацией до 85 % энергии излучения в энергию частиц. Сильные магнитные поля, необходимые для реализации таких процессов, могут либо создаваться внешними импульсными токовыми системами, либо генерироваться в результате самофокусировки лазерного импульса. В частности, одна из предлагаемых систем с сильным внешним магнитным полем основана на облучении мощным лазером плазмы Z-пинча [6].

При взаимодействии лазерного излучения с плазмой без магнитного поля нелинейные эффекты, связанные с релятивистским изменением массы электронов, приводят, как известно, к возникновению электромагнитных солитонов [8, 9]. Внешнее магнитное поле в условиях

резонанса значительно увеличивает стрикционную силу, вызывающую самомодуляцию лазерного импульса. В этом случае совместное влияние релятивистских и резонансных эффектов ведет к образованию солитонов нового типа. В настоящей работе аналитически и численно исследуются такие солитонные решения. Проведено также моделирование по методу частиц воздействия на замагниченную плазму импульсов большой амплитуды в условиях нелинейного резонанса.

### Образование солитонов при распространении необыкновенной электромагнитной волны в области электронного циклотронного резонанса

Распространение необыкновенной электромагнитной волны  $\mathbf{E} = (E_x, 0, E_z)$  и  $\mathbf{B} = (0, B_y, 0)$  поперек постоянного магнитного поля  $\mathbf{B}_0 = (0, B_0, 0)$  в плазме описывается системой релятивистских уравнений гидродинамики

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z}\right) p_x = eE_x - e\beta_z(B_y + B_0); \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z}\right) p_z = eE_x + e\beta_x(B_y + B_0) \quad (2)$$

( $\mathbf{p}$ ,  $\gamma = \sqrt{1 + p^2 / m_e^2 c^2}$  и  $\mathbf{v} = \mathbf{p} / m_e \gamma = c / \beta \square$  — импульс, энергия и скорость электрона, соответственно) и уравнениями Максвелла для поля

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} = -\frac{4\pi e}{c} n v_x; \quad (3)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi e(n - n_0), \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial(nv_z)}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

где  $E_x = -\partial A_x / c \partial t$  и  $B_y = \partial A_x / \partial z$ ,  $A_x$  — векторный потенциал.

Вводя комплексный потенциал  $A$  и комплексную скорость  $\beta$

$$A_x = \frac{m_e c^2}{e} \operatorname{Re} A, \quad \beta = \beta_x + i\beta_z,$$

преобразуем уравнения (1)—(3) к виду

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \beta + \frac{|\beta|^2 \beta}{2} \right) + c\beta_x \frac{\partial \beta}{\partial z} = i\omega_{ce}\beta - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (A + A^*); \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = \omega_p^2 \beta,$$

где  $\omega_{ce}$ ,  $\omega_p$  — циклотронная и плазменная частоты, соответственно.

Представим резонансное решение при  $|\omega_0 - \omega_{ce}| \ll \omega_{ce}$  ( $\omega_0$  — частота лазерной волны) в виде

$$\beta = -b(\xi) \exp[i\psi + i\theta(\xi)]; \quad A = A(\xi) \exp[i\psi + i\phi(\xi)]; \quad (6)$$

$$\xi = \omega_0(t - z/v_g); \quad \psi = \omega_0(t - z/v_{ph}),$$

где  $v_g$  и  $v_{ph}$  — групповая и фазовая скорости волны, соответственно. Амплитуды и фазы в решении (6) являются медленными функциями координаты  $\xi$ . Подставляя (6) в уравнения (5) и усредняя по высокочастотному периоду, получаем следующую систему укороченных уравнений:

$$b' = -\frac{A}{2} \cos \eta, \quad A' = -\frac{q^2}{2g} b \cos \eta; \quad (7)$$

$$\eta' = \frac{n^2 - 1}{2g} - \delta - \frac{b^2}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{A}{b} + \frac{q^2 b}{2g A} \right) \sin \eta,$$

где  $\eta = \phi - \theta$ ,  $g = \frac{n}{\beta_g} - 1$ ;

$n$  — показатель преломления;

$$\beta_g = v_g / c, \quad \delta = 1 - \frac{\omega_{ce}}{\omega_0}, \quad q = \frac{\omega_p}{\omega_0}.$$

Интегрируя (7), получаем интегралы

$$A^2 - \frac{q^2}{g} b^2 = C_1; \quad A \sin \eta + Db - \frac{b^2}{4} = C_2, \quad (8)$$

позволяющие понизить порядок системы уравнений (7):

$$b' = \frac{1}{2} \sqrt{C_1 + \frac{q^2}{g} b^2 - \left( Db - \frac{b^3}{4} - C_2 \right)^2}. \quad (9)$$

Здесь  $D = \frac{n^2 - 1}{2g} - \delta$ ,  $C_1, C_2$  — постоянные интегрирования.

Будем считать выполненным равенство

$$2\delta(n - \beta_g) + \beta_g(n^2 - 1) = 0,$$

устраняющее линейный уход фазы волны и связывающее групповую и фазовую скорости. Тогда, учитывая, что для уединенного импульса  $C_1 = C_2 = 0$ , можно представить уравнение (9) в виде

$$b' = b \sqrt{\frac{q^2 \delta}{2(1 - n^2)} - \left( \delta + \frac{b^2}{8} \right)^2}.$$

Интегрируя это уравнение, получаем

$$b^2(\xi) = \frac{8\Gamma^2}{\delta + \sqrt{\Gamma^2 + \delta^2 \operatorname{ch}(2\Gamma\xi)}}, \quad (10)$$

где

$$\Gamma^2 = \frac{q^2 \delta}{2(1 - n^2)} - \delta^2.$$

Из выражения (10) следует значение максимальной амплитуды импульса в точке  $\xi = 0$

$$b_m^2 = 8(\sqrt{\Gamma^2 + \delta^2} - \delta). \quad (11)$$

Физический механизм существования рассматриваемого электромагнитного солитона в плазме можно пояснить следующим образом. Под действием электрического поля волны первоначально покоящиеся электроны ускоряются поперек магнитного поля и поглощают энергию волны на переднем фронте импульса. Возникающее при этом релятивистское уменьшение гирочастоты сопровождается расфазировкой ускоренных электронов с волной. Поэтому электрон, достигая центра солитона, смещается в область замедляющих фаз и отдает энергию заднему фронту импульса. Сильное магнитное поле  $\omega_{ce} \gg \omega_p$  ( $q \ll 1$ ) удерживает электроны на круговых орбитах (препятствуя захвату продольным полем  $E_z \approx qE_x$ ) и сохраняет зарядовую нейтральность плазмы.

#### Одномерное моделирование

### резонансного взаимодействия лазерного импульса с замагниченной плазмой

Для моделирования процесса взаимодействия лазерного импульса с замагниченной плазмой использовался электромагнитный релятивистский PIC-код 1D2V [7, 10]. Импульс формировался в вакуумной области и двигался в направлении границы плазмы. Его начальная форма имела вид

$$\operatorname{Re}A(z) = a \exp[-(z - z_0)/D]^{20},$$

что соответствует плоской волне, ограниченной передним и задним фронтами. Рассматривалась линейно поляризованная волна с вектором  $\mathbf{E}$ , направленным вдоль оси  $x$  и перпендикулярным внешнему магнитному полю  $\mathbf{B}_0$ .

Плазма в начальный момент считалась холодной со ступенчатым профилем плотности на границе. Все поля и характеристики плазмы считались зависящими только от координаты  $z$  вдоль направления распространения импульса. Число частиц на сеточный шаг  $\Delta$  варьировалось в пределах от 5 до 20. Величина шага была равной

$0,1 k_0^{-1}$  ( $k_0$  — волновое число лазерного излучения в вакууме), а шага по времени  $\Delta t = 0,1 \omega_0^{-1}$ . Расчеты проводились как для неподвижных ионов, так и с учетом их движения при отношении масс  $m_i / m_e = 1840$ .

Проведенные численные эксперименты показали, что в случае поперечного распространения в плазме низкой плотности широкий лазерный импульс разбивается в области электронного циклотронного резонанса на цепочку солитонов при амплитудах  $a \leq 0,1$  (рис. 1). Ширина солитонов уменьшается с ростом их амплитуды, что согласуется с соотношением (11). При увеличении амплитуды импульса начинает происходить нагрев электронной компоненты плазмы (рис. 2), обусловленный нелинейным резонансом [11]. Это видно из спектров продольного и поперечного полей, представленных на рис. 3. Параметрический резонанс на половинной частоте импульса и возникающая вторая гармоника приводят при нелинейном взаимодействии к резонансам на частотах, кратных  $\omega_0 < 4$ .

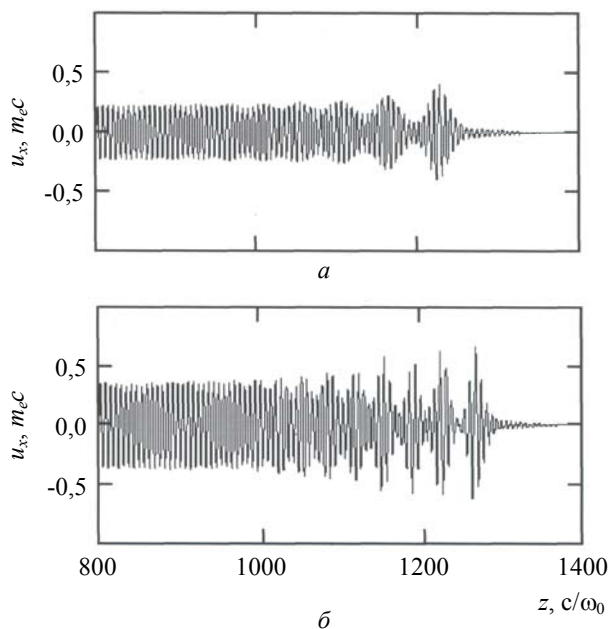


Рис. 1. Разбиение длинного импульса на солитоны при поперечном распространении вблизи электронной циклотронной частоты.

Граница плазмы расположена в точке  $z_b = 800$ ;  $t = 600$ ;  $D = 370$ ;  $\delta = 0,1$ ;  $q = 0,1$ :  $a$  —  $a = 0,05$ ;  $b$  —  $a = 0,1$

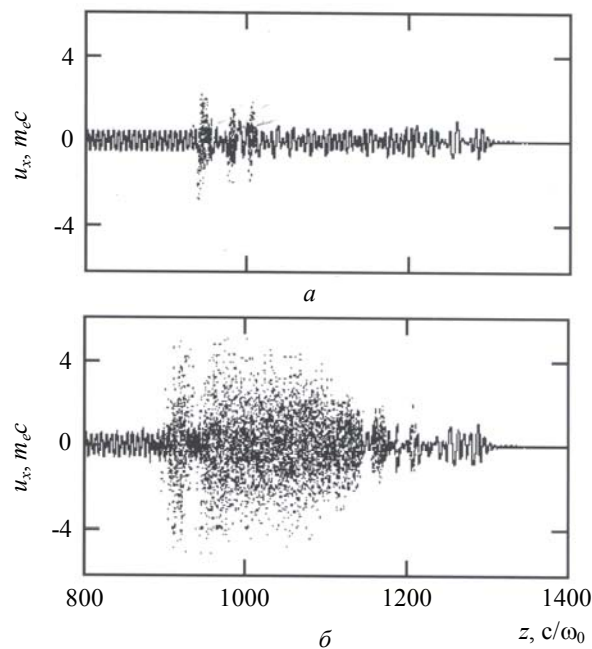


Рис. 2. Резонансный нагрев электронной компоненты при возрастании амплитуды лазерного импульса;

$a$  —  $a = 0,16$ ;  $b$  —  $a = 0,2$ .

Остальные параметры те же, что и на рис. 1

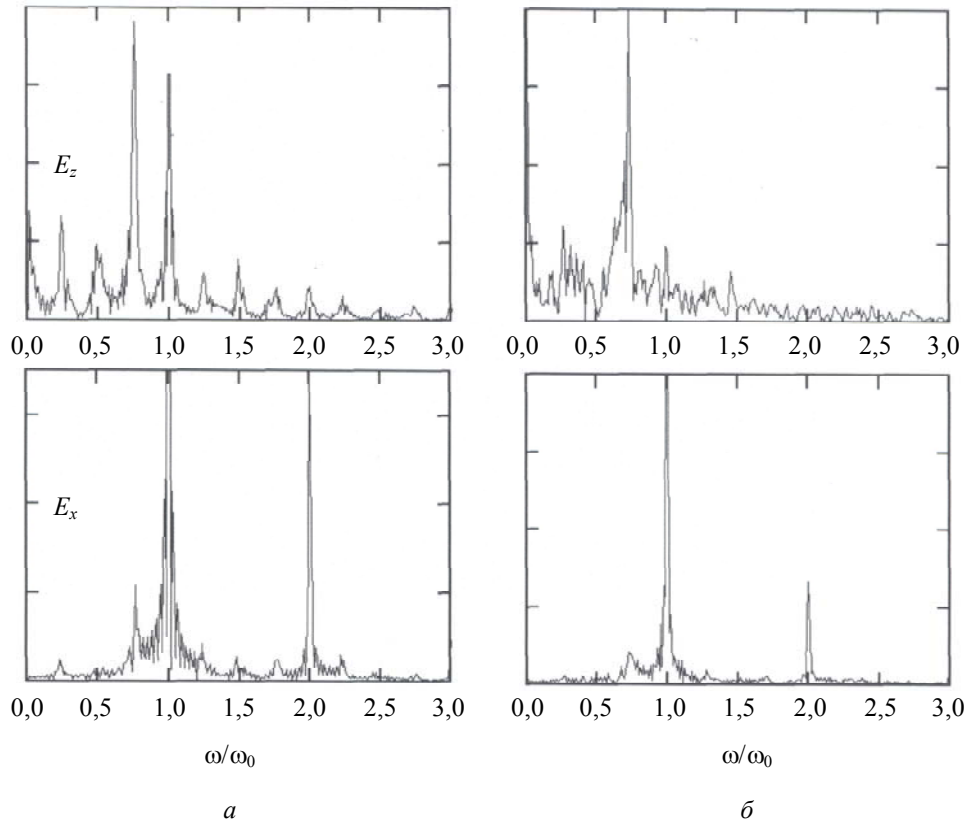


Рис. 3. Частотные спектры продольного поля  $E_z$  и поперечного  $E_x$  для значений амплитуды:  $a - a = 0,16$ ;  $б - a = 0,2$

При амплитудах лазерного излучения  $a \geq 1$  имеет место сильный резонансный нагрев электронов (рис. 4). В этом случае возникает значительное продольное поле разделения заряда  $E_z$ , связанное со смещением электронной компоненты под действием пондеромоторной силы импульса. Однако, как показывают численные расчеты, при  $a \approx 1$  ионы не успевают существенно сместиться за время прохождения импульсом своей длины. Наклон левой границы распределения электронов на плоскости  $u_x, z$  ( $u_x = p_x / m_e c$ ) на рис. 4,  $a$  связан с тем, что по мере удаления от границы плазмы увеличивается асимметрия траекторий частиц относительно нее и, соответственно, возрастает максимальное значение  $|u_x|$ . Следует отметить, что при таких значениях  $a$  воздействие импульса на плазму низкой плотности близко к воздействию на ансамбль независимых частиц. На рис. 5 представлена зависимость средней энергии электронов от внешнего магнитного поля для различных амплитуд при  $q = 0,1$ . Из результатов видно, что значительный нагрев при больших амплитудах может начинаться вдали от точного циклотронного резонанса, что обусловлено влиянием нелинейности. Начиная с  $\omega_{ce} \approx \omega_0 / 2$  средняя энергия частиц слабо зависит от величины магнитного поля.

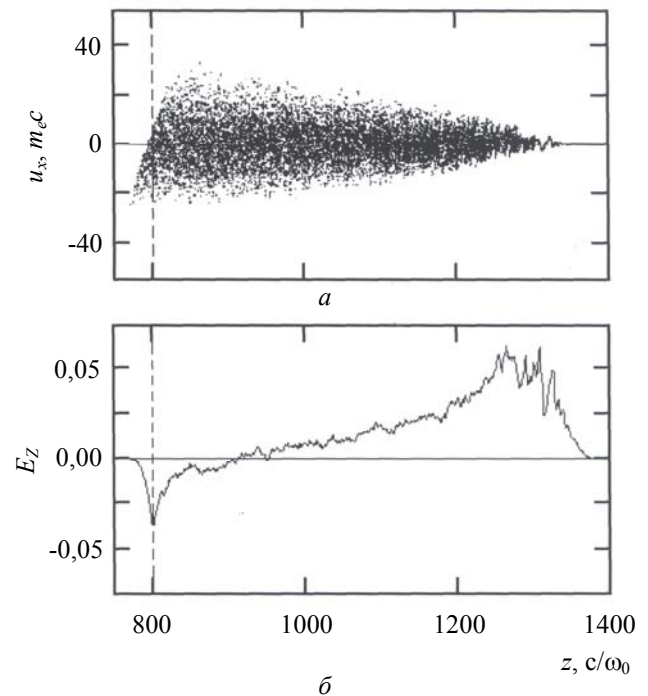


Рис. 4. Фазовая плоскость электронов (а) и продольное электрическое поле  $E_z$  (б) в момент времени  $t = 600$  при  $a = 1, \delta = 0,1, q = 0,1$ .

Значения  $E_z$  даны в единицах начальной амплитуды импульса в вакууме. Пунктиром отмечено положение границы плазмы

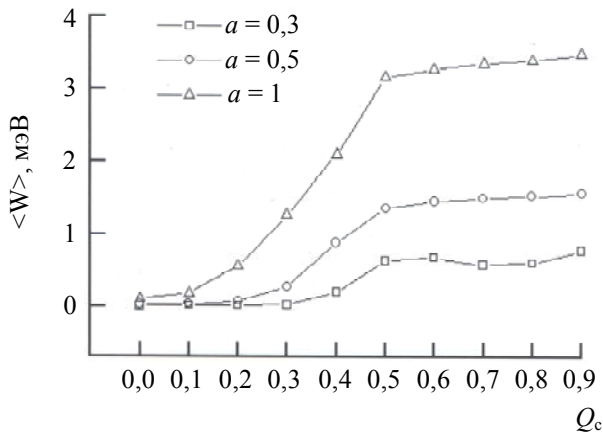


Рис. 5. Зависимость средней энергии электронов в момент времени  $t = 600$  от величины магнитного поля ( $Q_c = \omega_c/\omega_0$ ) для различных амплитуд импульса при  $q = 0,1$

В численном моделировании была также исследована область частот лазерного импульса вблизи верхнегибридной частоты  $\omega_{uh} = \sqrt{\omega_{ce}^2 + \omega_p^2}$ . В этом случае при малых амплитудах также происходит образование солитонов. Однако из-за более высокой плотности групповая скорость импульса и скорость солитонов здесь значительно меньше. При  $a = 1$  также имеет место нелинейный резонансный нагрев, подобный нагреву вблизи циклотронного резонанса.

### Заключение

Проведено аналитическое и численное исследования процесса резонансного взаимодействия лазерного импульса с докритической плазмой при его распространении перпендикулярно внешнему магнитному полю.

Показано, что в случае плотности плазмы с  $\omega_p/\omega_0 \cong 0,1$  и амплитудах импульса  $a = eE_0/m_e\omega_0c \leq 0,1$  в окрестности электронного циклотронного резонанса импульс трансформируется в цепочку солитонов.

Обнаружено, что при  $a > 0,1$  на фоне солитонов развивается нелинейный резонанс, приводящий к нагреву плазмы на гармониках, кратных четверти несущей частоты импульса  $\omega_0$ . С ростом амплитуды значительный резонансный

нагрев электронов имеет место для частот  $\omega_0$ , удаленных от циклотронной частоты  $\omega_{ce}$ . При  $\omega_{ce} > \omega_0/2$  зависимость средней энергии частиц от магнитного поля становится слабой.

Установлено, что образование солитонов и резонансный нагрев электронов происходят вблизи верхнегибридной частоты.

Полученные результаты могут быть применены к системам с лазерным ускорением частиц и нагревом плазмы.

Авторы выражают глубокую благодарность М. В. Масленникову за полезные обсуждения и поддержку в работе.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований Отделения математических наук РАН, № 3.1 и Программы Минобразования России "Университеты России". Работа также была частично поддержана Министерством энергетики США (грант No. DE-FC52-01NV14050 университета Невады).

### Л и т е р а т у р а

1. Tajima T., Dawson J. M.// Phys. Rev. Lett. 1979. V. 43. P. 267.
2. Андреев Н. Е., Горбунов Л. М.// УФН. 1999. Т. 169. С. 53.
3. Tabak M., Hammer J., Glinesky M. E. et al.// Phys. Plasmas. 1994. V. 1. P. 1626.
4. Руль Х., Буланов С. В., Кован Т. Е. и др.// Физика плазмы. 2001. Т. 27. С. 514.
5. Максимчук А., Флиппо К., Краузе Х. и др.// Там же. 2004. Т. 30. С. 514.
6. Krasovitskii V. B., Dorofeenko V. G., Sotnikov V. I., Bauer B.// Phys. Plasmas. 2004. V. 11. P. 724.
7. Красовицкий В. Б., Дорофеев В. Г., Туриков В. А., Сотников В. И.// Физика плазмы. 2005. Т. 32. С. 26.
8. Литвак А. Г.// Вопросы теории плазмы/ Под ред. М. А. Леонтовича. — М.: Атомиздат, 1980. Т. 10. С. 164.
9. Фарина Д., Буланов С. В.// Физика плазмы. 2001. Т. 27. С. 680.
10. Бэдсел Ч., Лэнгдон А. Физика плазмы и численное моделирование. — М.: Энергоатомиздат, 1989. С. 133.
11. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. — М.: Наука, 1984. С. 213.

Статья поступила в редакцию 18 июня 2006 г.

**in a cross magnetic field***V. B. Krasovitsky*

Institute of Applied Mathematics, Moscow, Russia

*V. A. Turikov*

The Russian University of Peoples Friendship, Moscow, Russia

*The results of analytical and numerical examination of process of resonant interaction of laser radiation with magnetized plasma are given. It is shown that the radiation as the unusual plane-polarized wave can be transformed to solitons of the envelope at spreading across a strong magnetic field near to cyclotron and top-hybrid resonances. The solutions of the first type exist in a weakly relativistic low-density plasma, when a carrier frequency of the soliton is close to a gyrofrequency of electrons. The solitons of the second type arise in a more dense plasma, when plasma and cyclotron frequency become as congruent quantity. The one-dimensional numerical simulation by a method of particles has demonstrated formation of solitons of two types in the relevant resonant requirements. The new effect of strong heating the electrons stipulated by a nonlinear resonance is detected at interaction of a laser wave with a subcritical plasma in the strong magnetic field.*