

УДК 533.9

Сильно нелинейный режим взаимодействия лазерного импульса с плазмой: генерация электромагнитного излучения и ультрарелятивистских электронов

И. Ю. Костюков

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия

А. Пухов, С. Киселев

Университет Дюссельдорфа, г. Дюссельдорф, Германия

Представлена полуфеноменологическая модель сильно нелинейного режима взаимодействия мощного лазерного импульса с плазмой. Вычислено распределение электромагнитного поля в плазменной полости и обсуждаются условия захвата плазменных электронов. Проанализировано ускорение электронов с учетом силы радиационного трения. Получено выражение для углового распределения и частотного спектра электромагнитного излучения релятивистских электронов в ионном канале. Предложена схема компактного источника мощного рентгеновского излучения, основанного на преобразовании лазерного излучения в плазме. Для исследования сильно нелинейного режима взаимодействия разработан двухмерный аксиально-симметричный гибридный численный код, использующий метод частиц в ячейках.

Значительный прогресс в лазерной технике [1] сделал возможным генерацию сверхмощных лазерных импульсов. Мощность таких импульсов достигает петаваттного уровня, а интенсивность может превосходить 10^{20} Вт/см² [2]. Исследование взаимодействия сильного лазерного поля с плазмой имеет большое значение, поскольку при такой интенсивности уже на переднем фронте импульса происходит ионизация вещества. Помимо фундаментального значения, взаимодействие лазерного импульса с плазмой открывает новые возможности для создания эффективных и компактных ускорителей заряженных частиц [3], для реализации инерциального термоядерного синтеза [4], разработки нового поколения источников электромагнитного излучения [5] и т. д.

Темп ускорения в современных ускорителях ограничен техническими причинами, связанными, в частности, с разрушением материала ускорителя и пробоем из-за высокой напряженности ускоряющего поля. Та-

ким образом, чтобы достичь высокой энергии ускоренных частиц, необходимо строить все более масштабные и дорогостоящие установки. Использование плазмы может помочь преодолеть эти ограничения. Одной из наиболее перспективных ускорительных плазменных схем является ускорение электрона в нелинейной плазменной волне, возбуждаемой мощным ультракоротким лазерным импульсом [3, 6, 7]. Благодаря гигантским значениям напряженности ускоряющего поля в плазменной волне электрон, находясь в синхронизме с волной, может ускориться до высокой энергии, пролетая в пространстве незначительное расстояние.

Другим важным приложением интенсивного взаимодействия лазерного импульса с плазмой является генерация электромагнитного излучения. Исследования на стыке различных научных дисциплин (анализ быстропротекающих процессов, визуализация и структурный анализ биологических объектов и т. д.), так же как индустриальные и медицинские приложения требуют

все более интенсивных и компактных источников рентгеновского излучения. Современные синхротроны, использующие различные магнитные системы, на сегодняшний день являются наиболее мощными источниками рентгеновского излучения. Высокая стоимость и огромные размеры таких устройств являются серьезным препятствием для их широкого использования. Преобразование в плазме лазерного поля в рентгеновское излучение может быть использовано для создания нового компактного источника мощного рентгеновского излучения [8].

Значительные экспериментальные результаты по генерации коротких квазимоноэнергетических сгустков ультрарелятивистских электронов в лазерной плазме были получены в работе [9]. Одна из моделей [10, 11], описывающая генерацию квазимоноэнергетических сгустков, предполагает, что генерация возможна благодаря переходу к сильно нелинейному режиму взаимодействия лазерного импульса с плазмой. В таком режиме периодическая плазменная волна, возбуждаемая позади мощного лазерного импульса, вырождается в одиночную плазменную полость — плазменный "пузырь", в котором отсутствуют плазменные электроны.

Часть плазменных электронов может захватываться в такую плазменную полость и ускоряться до очень высоких энергий. Захваченные электроны при ускорении совершают поперечные бетатронные колебания и излучают энергичные фотоны [11, 12]. Генерация электромагнитных волн в плазменной полости может быть использована для создания источника рентгеновского излучения [13]. В таком источнике ускорение и генерация излучения происходят одновременно. Благодаря этому размеры такого источника (несколько метров) на несколько порядков меньше размеров современных источников синхротронного излучения (сотни метров), что имеет большое практическое значение.

В данной работе исследуется сильно нелинейный режим взаимодействия мощного лазерного импульса с плазмой. В таком режиме лазерное поле настолько сильное, что осцилляторная энергия электрона в поле становится много больше энергии покоя электрона. В разд. 1 представлена полуфеноменологическая теория сильно нелинейного режима. Найдено распределение электромагнитного поля в плазменной полости и обсуждаются условия захвата плазменных электронов. В разд. 2 исследована динамика ультрарелятивистских электронов в полости и проанализировано влияние радиационных потерь на ускорение электронов. Предложена баллистическая модель генерации ударной волны в плазме. Спонтанное излучение ультрарелятивистских электронов, совершающих бетатронные колебания в ионном канале, рассмотрено в разд. 3. Получено выражение для углового распределения и частотного спектра электромагнитного излучения. Предложена схема компактного источника мощного рентгеновского излучения, основанного на преобразовании лазерного излучения в плазме. Описание двухмерного аксиально-симметричного гибридного кода, использующего метод частиц в ячейках, представлено в разд. 4.

1. Полуфеноменологическая теория сильно нелинейного режима взаимодействия

1.1. Пространственно-временное распределение электромагнитного поля в полости

Для численного моделирования взаимодействия лазерного импульса с плазмой использован полностью трехмерный релятивистский код VLPL [13], использующий метод частиц в ячейках (ЧВЯ). Падающий лазерный импульс — циркулярно поляризован, имеет Гауссовский профиль. Распределение амплитуды векторного потенциала лазерного поля имеет следующий вид:

$$A_L(t, r) = A_{L,0} \exp(-r_L^2/r_L^2 - t^2/T_L^2),$$

где $r_L = 10 \lambda$; $cT_L = 4 \lambda$; $a_0 = eA_{L,0}/(mc^2) = 10$; длина волны излучения $\lambda = 0,82$ мкм.

Импульс распространяется в плазме с плотностью $n_0 = 6,1 \cdot 10^{-3} n_c$, где $n_c = m\omega^2/4\pi e^2$ — критическая плотность. Безразмерная пиковая амплитуда векторного потенциала лазерного импульса a_0 связана с интенсивностью лазерного излучения соотношением $a_0 = (2e^2\lambda^2 I / \pi m^2 c^5)^{1/2} \approx 8,6 \cdot 10^{-10} \lambda [\text{мкм}] /^{1/2} [\text{Вт/см}^2]$. В пределе реля-

тивистски сильного лазерного поля $a_0 \gg 1$ осцилляторная энергия электрона в циркулярно поляризованной лазерной волне становится пропорциональна амплитуде векторного потенциала $w_e = \sqrt{m^2 c^4 + e^2 A_0^2} \approx eA_0$. Таким образом, в ультрарелятивистском случае параметр a_0 определяет отношение осцилляторной энергии электрона к энергии его покоя. В численном моделировании осцилляторная энергия электрона в 10 раз превышала энергию его покоя, что соответствует интенсивности лазерного поля $I \approx 2 \cdot 10^{20} \text{ Вт/см}^2$ и пиковому значению амплитуды электрического поля лазерного излучения $I \approx 390 \text{ ГВ/см}$.

Распределение плотности плазмы, наблюдаемое в численном моделировании, показано на рис. 1 для момента времени, когда лазерный импульс прошел в плазме расстояние $l_{int} = 400c/\omega_p \approx 810\lambda$. Такое распределение плотности достаточно типично для сильно нелинейного режима. Как видно из рис. 1, плазменный отклик позади лазерного импульса имеет вид одиночной плазменной полости, свободной от плазменных электронов. Полость окружена слоем плотной электронной жидкости (ее плотность много больше плотности невозмущенной плазмы). По мере распространения лазерного импульса в задней части полости образуется плотный сгусток ультрарелятивистских электронов, при этом размер полости увеличивается.

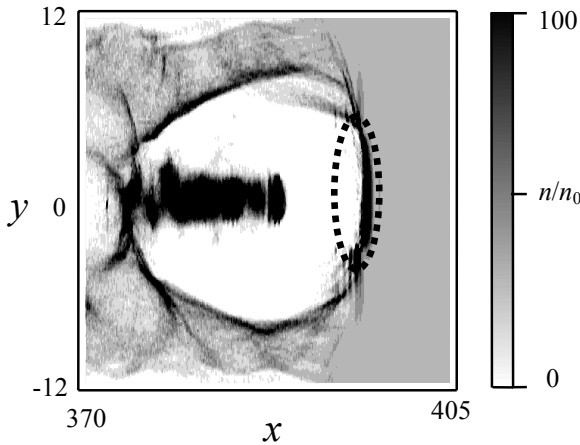


Рис. 1. Электронная плотность n в плоскости $x - y$, вычисленная в результате численного моделирования, в момент, когда лазерный импульс прошел расстояние $l_{\text{ин}} = 400 c/\omega_p \approx 810\lambda$. Координаты представлены в единицах c/ω_p

Динамика плазменных электронов в основном определяется действием на них пондеромоторной силы со стороны лазерного импульса и силой Лоренца — со стороны областей с большим пространственным зарядом. Как видно из рис. 1, можно выделить три такие области:

- (i) плазменная полость с большим положительным зарядом;
- (ii) электронный слой вокруг полости;
- (iii) плотный сгусток ультрарелятивистских электронов, генерируемый в задней части полости.

Плотность электронного слоя достигает максимума на фронте и в хвосте полости. Эти максимумы образованы релятивистскими электронами,двигающимися со скоростью полости v_0 . Электроны в задней части слоя являются, соответственно, источником ультрарелятивистских электронов для сгустка с $\gamma \gg \gamma_0$, где $\gamma_0 = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$ — релятивистский гамма-фактор полости.

Найдем распределение электромагнитного поля внутри сферической плазменной полости, свободной от плазменных электронов и движущейся со скоростью, близкой к скорости света. Такая полость в чем-то схожа с дырками, известными в физике полупроводников [14]. Ионы плазмы предполагаются неподвижными как внутри полости, так и вне ее. Ионной динамикой (как обычно при взаимодействии с фемтосекундными импульсами) можно пренебречь, поскольку длительность полости много меньше, чем характерное время ионного отклика. Пусть полость движется вдоль оси x со скоростью $v_0 \approx 1$. Чтобы рассчитать поля внутри полости, запишем уравнения Максвелла в потенциалах [15] с учетом следующей калибровки:

$$A_x = -\varphi.$$

В результате получаем

$$\Delta\Phi = n\left(1 - \frac{p_x}{\gamma}\right) - 1 - \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)(\nabla \cdot \mathbf{A}) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right)\Phi,$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} + n \frac{\mathbf{p}}{\gamma} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{\nabla \Phi}{2}\right) = 0, \quad (1)$$

где $\Phi = \varphi - A_x$ — "кильватерный" потенциал; n — электронная концентрация; \mathbf{p} — кинематический импульс электрона.

Здесь и далее использованы безразмерные величины, где время нормировано на $1/\omega_p$, скорость нормирована на скорость света, длина — на c/ω_p , напряженность электромагнитных полей — на $mc\omega_p/e$, электронная концентрация — на n_0 , где $\omega_p = (4\pi e^2 n_0/m)^{1/2}$ — электронная плазменная частота, m — масса электрона.

Воспользуемся квазистатическим приближением [16, 17], полагая, что все величины зависят от комбинации $\xi = x - v_0 t$ вместо x и t . Тогда уравнения Максвелла принимают вид

$$\Delta\Phi = \frac{3}{2}(n-1) + \frac{1}{2} n \frac{p_x}{\gamma} - \frac{\partial}{\partial \xi} (\nabla_{\perp} \cdot \mathbf{A}_{\perp});$$

$$\Delta_{\perp} \mathbf{A}_{\perp} - \nabla_{\perp} (\nabla_{\perp} \cdot \mathbf{A}_{\perp}) = n \frac{\mathbf{p}_{\perp}}{\gamma} + \nabla_{\perp} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi},$$

где пренебрегаются членами порядка $\gamma_0^{-2} \ll 1$.

Внутри полости $n = 0$, тогда имеем

$$\Delta\Phi = -\frac{\partial}{\partial \xi} (\nabla_{\perp} \cdot \mathbf{A}_{\perp}) - \frac{3}{2}; \quad (2)$$

$$\Delta_{\perp} \mathbf{A}_{\perp} - \nabla_{\perp} (\nabla_{\perp} \cdot \mathbf{A}_{\perp}) = \nabla_{\perp} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}. \quad (3)$$

Решение уравнений (2) и (3), обладающее сферической симметрией и конечное в центре полости, есть

$$\Phi = 1 + \frac{R^2}{4} - \frac{r^2}{4}, \quad A_x = -\varphi = -\frac{\Phi}{2}, \quad \mathbf{A}_{\perp} = 0, \quad (4)$$

где R — радиус полости, $r^2 = \xi^2 + y^2 + z^2$, и константа интегрирования выбрана таким образом, что $\Phi(R) = 1$.

Используя связь напряженности электрических и магнитных полей с потенциалами $\mathbf{E} = -\nabla\Phi/2 + \partial\mathbf{A}/\partial\xi$, $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, нетрудно из выражения (4) вывести пространственно-временное распределение электромагнитных полей в полости

$$\begin{aligned} E_x &= \xi/2, E_y = -B_z = y/4, B_x = 0, \\ E_z &= B_y = z/4. \end{aligned} \quad (5)$$

Как следует из рис. 2, вычисленные распределения полей находятся в хорошем согласии с результатами численного моделирования. Небольшие отклонения от численных результатов могут быть объяснены отклонениями формы полости, полученной в результате численного моделирования, от сферической формы. Подставляя выражение для электромагнитного поля (5) в уравнения Максвелла, нетрудно убедиться, что найденное решение удовлетворяет этим уравнениям.

Сила Лоренца, действующая на электрон с $v_x = 1$ со стороны поля внутри полости, равна

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = -E_x = -\frac{\xi}{2}, F_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -E_y + B_z = -\frac{y}{2}, \\ F_z &= \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -E_z - B_y = -\frac{z}{2}. \end{aligned} \quad (6)$$

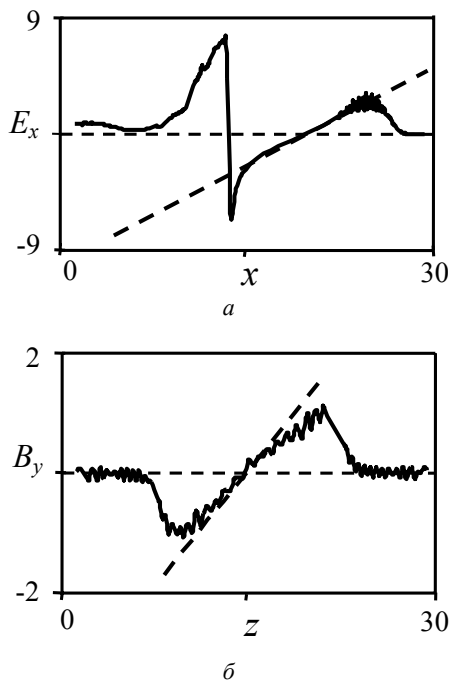


Рис. 2. Пространственное распределение электромагнитного поля внутри плазменной полости в момент времени

$$I_{int} = 25c/\omega_p;$$

— результаты численного моделирования; - - - аналитические результаты. Напряженность полей нормирована на $mc\omega_p/|e|$. Координаты представлены в единицах c/ω_p .

Кильватерный потенциал Φ может рассматриваться так же как потенциал силы Лоренца, действующий со стороны поля полости на электрон с $v_x = 1$.

Сила Лоренца максимальна для электрона, движущегося вместе с полостью, $v_x = v_0 = 1$ и близка к нулю для электрона, движущегося в обратном направлении $v_x = -1$ из-за взаимной компенсации электрической составляющей и магнитной составляющей силы Лоренца.

1.2. Захват плазменных электронов полостью

Исследуем движение электрона под действием полей полости. Для простоты пренебрежем азимутальным движением электронов. Пусть электронная траектория лежит в плоскости $z = 0$. Лазерный импульс распространяется вдоль оси x , $\gamma_0^{-2} = 1 - v_0^2 \ll 1$. Усредненная по осцилляциям в лазерном поле динамика электрона в медленно меняющихся плазменных полях определяется гамильтонианом [18]

$$H = \sqrt{1 + (\mathbf{P} + \mathbf{A})^2 + a^2} - \varphi, \quad (7)$$

где \mathbf{P} — канонический импульс электрона;

a — векторный потенциал лазерного поля;

\mathbf{A} и φ — медленно меняющиеся компоненты векторного и скалярного потенциалов плазмы, соответственно.

В таком описании лазерный импульс воздействует на плазменные электроны через пондеромоторную силу. Такое пондеромоторное описание справедливо, если длительность импульса много больше периода лазерного поля [18].

Сделаем в гамильтониане (7) каноническое преобразование от переменных x и P_x к переменным $\xi = x - v_0 t$ и $P_\xi = P_x$ с помощью производящей функции $S = (x - v_0 t)P_\xi$. Гамильтониан в новых переменных принимает вид

$$H = \gamma - v_0 P_x - \varphi = \sqrt{1 + (\mathbf{P} + \mathbf{A})^2 + a^2} - v_0 P_x - \varphi, \quad (8)$$

тогда соответствующие уравнения Гамильтона имеют вид

$$\frac{dP_x}{dt} = -v_x \frac{\partial A_x}{\partial \xi} - v_y \frac{\partial A_y}{\partial \xi} + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}; \quad (9)$$

$$\frac{dP_y}{dt} = -v_x \frac{\partial A_x}{\partial y} - v_y \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad (10)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{p_x}{\gamma} - v_0 = v_x - v_0; \quad (11)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{p_y}{\gamma} = v_y. \quad (12)$$

Лазерный импульс, плазменная полость и электронный слой вокруг нее движутся со скоростью v_0 . В то же время γ_0 намного меньше гамма-фактора захваченных электронов, образующих сгусток $\gamma_b \gg \gamma_0$.

Таким образом, потенциалы в гамильтониане (8) зависят от ξ и являются медленной функцией t из-за вклада потенциалов, генерируемых сгустком захваченных электронов.

Если мы пренебрежем поправками, обусловленными отличием скорости сгустка от скорости полости, которые порядка $t(v_b - v_0) \approx t/(2\gamma_0^2) \ll 1$, то га-

мильтониан (8) является интегралом движения. Здесь $v_b \approx 1 - 1/2\gamma_b^2$ — скорость электронов сгустка.

Как следует из результатов численного моделирования, время захвата плазменных электронов — порядка размера полости (в безразмерных переменных), поэтому зависящими от времени поправками в гамильтониан (обусловленными отличием скорости сгустка от скорости полости) можно пренебречь при исследовании захвата плазменных электронов полостью. Тогда гамильтониан (8) является интегралом движения.

Необходимое условие захвата электронов полостью является наличие в траектории электрона точки поворота $d\xi/dt = 0$. Как следует из выражения (11), в этой точке

$$p_x = v_0 \gamma. \quad (13)$$

Интеграл движения (13) может быть переписан следующим образом:

$$H = \gamma - v_0 p_x - \Phi = 0, \quad (14)$$

где использованы начальные условия $p = A_{\perp} = a = 0$ и $\Phi = 1$. Соотношения (13) и (14) в точке поворота принимают вид

$$p_x = v_0 \gamma_0 \gamma_{\perp} = v_0 \gamma_0^2 \Phi, \quad (15)$$

где $\gamma_{\perp}^2 = 1 + p_y^2 + a^2$.

Область в фазовом пространстве, соответствующая захвату электронов, определяется неравенством

$$p_x \geq v_0 \gamma_0 \gamma_{\perp} = v_0 \gamma_0^2 \Phi. \quad (16)$$

Таким образом, уравнение (15) дает границы области захвата. Захват наиболее вероятен в точках на границе области захвата, где энергия электрона наименьшая. Действие лазерного поля можно исключить из рассмотрения, поскольку захват происходит в задней части полости, где интенсивность лазерного поля пренебрежимо мала.

Электронный слой вокруг полости экранирует поле полости в окружающей плазме. Основываясь на результатах численного моделирования, аппроксимируем силу Лоренца со стороны полости следующим выражением:

$$F = rS(r - R) = -\frac{r}{4} \left(\tanh \frac{r - R}{d} - 1 \right), \quad (17)$$

где $r^2 = \xi^2 + y^2 + z^2$;

R — радиус полости;

d — ширина электронного слоя.

Кильватерный потенциал, соответствующий такой силе, имеет вид

$$\Phi = 1 + rd \ln \left[1 + \exp \frac{2(R - r)}{d} \right] - \frac{1}{8} d^2 Li_2 \left[-\exp \frac{2(R - r)}{d} \right], \quad (18)$$

где $Li_2[z] = \int_0^z \frac{\ln(1-t)}{t} dt$ — функция дилогарифма [19].

В пределе $d \rightarrow 0$ $S(r)$ становится "ступенчатой" функцией, а выражение (17) сводится к выражению (6).

Как следует из соотношения (16), захват электрона наиболее вероятен на поверхности сферы, где $\Phi \approx \Phi_{\min} = 1$. Условие захвата принимает вид

$$\frac{p_x}{v_0 \gamma_0} = \gamma_{\perp} \approx \gamma_0.$$

Захваченный электрон должен быть достаточно сильно ускорен, чтобы $p_{\perp} \approx \gamma_0$ и $p_x \approx \gamma_0^2$. В результате численного решения уравнений Гамильтона (9)–(12) для потенциала (18) обнаружено (рис. 3), что только достаточно большая полость может захватывать плазменные электроны,

$$R > \gamma_0.$$

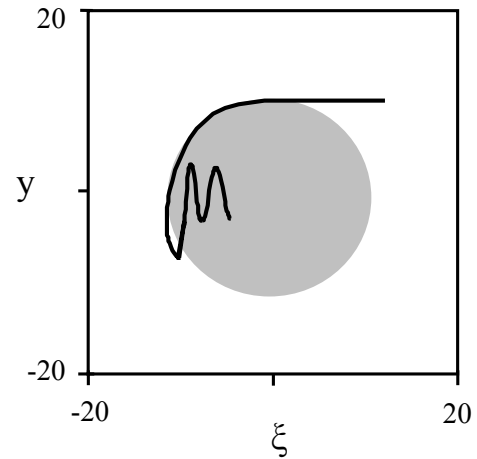


Рис. 3. Траектория электронов в плоскости $z = 0$, вычисленная в результате численного моделирования уравнений движения для потенциала (18) с $d = 0,5$ и радиусом $R = 11$.

Координаты представлены в единицах c/ω_p

Следует отметить, что электроны, находившиеся в покое в начальный момент времени, не могут быть захвачены нелинейной плазменной волной в одномерной модели, если $\Phi > 1$. Одномерная плазменная волна может захватывать плазменные электроны в результате опрокидывания волны, т. е. когда $\Phi_{\min} = \gamma_0^{-1} < 1$ [20].

2. Ускорение электронов

2.1. Динамика электронов в полости

Как следует из соотношения (16), захваченные электроны являются ультрарелятивистскими $\gamma \gg \gamma_0$. Причем поперечный импульс электрона значительно меньше продольного импульса. Гамильтониан (8) при раскладывании в ряд по параметру p_y/p_x может быть разделен на две части, описывающие продольную и

поперечную динамики электрона, соответственно. В нулевом порядке получаем продольный гамильтониан

$$H_{\parallel} = \sqrt{1 + p_x^2} - v_0 p_x - \Phi \approx 0.$$

Для сферической полости гамильтониан (1) сводится к виду

$$H_{\parallel} \approx \frac{p_x}{2\gamma_0^2} + \frac{\xi^2}{4} \approx 1 + \frac{R^2}{4}.$$

Решение уравнений Гамильтона, описывающее ускорение электронов, имеет вид

$$\xi \propto -\frac{t}{2\gamma_0^2}, \quad p_x \propto -\frac{t^2}{4\gamma_0^2}. \quad (19)$$

Максимальная энергия электрона достигается в центре полости

$$\gamma_{\max} \approx 2\gamma_0^2 \left(1 + \frac{R^2}{4}\right) \approx \frac{1}{2}\gamma_0^2 R^2. \quad (20)$$

Для параметров $\gamma_0 \approx 9$ и $R \approx 7$ находим $\gamma_{\max} \approx 2 \cdot 10^3$, что примерно в два раза больше, чем γ_{\max} , полученное в результате численного моделирования. Отличие может быть вызвано удлинением полости в процессе распространения лазерного импульса (см. рис. 1). Удлинение возникает в результате "выедания" электронов на задней границе полости, в результате центр полости медленно смещается навстречу сгустку захваченных электронов. Из-за этого обстоятельства электроны снимают меньшую разницу потенциалов, что уменьшает максимальную энергию электронов.

Поперечную часть гамильтониана можно получить в следующем порядке разложения исходного гамильтониана (8)

$$H_{\perp} = \frac{p_y^2}{2p_x} + \frac{y^2}{4}.$$

С помощью выражений (19)—(20) уравнения Гамильтона можно переписать в следующем виде:

$$\frac{d^2 p_y}{d\xi^2} + p_y \frac{4\gamma_0^2}{r_b^2 - \xi^2} = 0.$$

Полученное уравнение аналогично уравнению осциллятора, колеблющегося с бетатронной частотой

$$\Omega(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2p_x}} = \frac{2\gamma_0}{\sqrt{r_0^2 - \xi^2}}.$$

Поскольку бетатронная частота для типичных параметров взаимодействия является плавно меняющейся функцией $\xi(\Omega^{-2} d\Omega/d\xi \approx (2\gamma_0)^{-1} \ll 1)$, то существует адиабатический инвариант $I = \oint p_y dy = H_{\perp}/\Omega = \text{const}$. Используя ВКБ-приб-

лижение [21], можно записать решение уравнения в следующем виде:

$$p_y \approx \frac{I}{\sqrt{\Omega(\xi)}} \cos\left[\int \Omega(\xi) d\xi\right]; \quad (21)$$

$$y \approx I \sqrt{\Omega(\xi)} \sin\left[\int \Omega(\xi) d\xi\right].$$

Из полученных решений следует, что амплитуда бетатронных колебаний уменьшается (а амплитуда колебаний поперечного импульса увеличивается) по мере приближения электрона к центру полости. Такое поведение колебаний подтверждается численным моделированием. Как видно из рис. 1, сгусток захваченных электронов фокусируется по мере приближения к центру полости.

Без учета действия ускоряющей силы траектория электрона имеет вид

$$y(t) \approx r_0 \sin(\Omega t),$$

$$x(t) \approx x_0 + v_x \left(1 - \frac{v^2}{4}\right) t - r_0 v_x \frac{v}{8} \sin(2\Omega t), \quad (22)$$

где $v^2 = r_0^2/2\gamma$, x_0 и v_x — начальное значение продольной координаты и начальное значение продольной скорости электрона, соответственно.

Выражение (22) описывает траекторию электрона в бесконечно длинном ионном канале.

2.2. Влияние радиационных потерь

Действие фокусирующих сил приводит к возбуждению бетатронных колебаний электронов поперек направления ускорения. В результате таких колебаний релятивистские электроны интенсивно излучают электромагнитные волны. Поскольку интенсивность фокусирующих сил в плазменных ускорителях на несколько порядков больше, чем в традиционных ускорителях, то и радиационные потери в таких системах также очень значительны. Подобно тому, как это происходит в обычных ускорителях, потери на излучение могут серьезно снизить эффективность ускорения электронов в плазме.

Релятивистские уравнения движения электрона в электромагнитном поле с учетом силы реакции имеют вид [15]

$$\frac{du^i}{ds} = F^{ik} u_k + \mu g^j, \quad (23)$$

$$g^j = \frac{\partial F^{ik}}{\partial x^j} u_k u^l - F^{il} F_{kl} u^k + (F_{kl} u^l) (F^{km} u_m) u^j,$$

где F_{ik} — тензор электромагнитного поля;

u_k — 4-скорость электрона;

$\mu = 2r_e \omega_p / (3c)$;

$r_e = 3 \cdot 10^{-13}$ см — классический радиус электрона.

Первое слагаемое в уравнении (23) соответствует силе Лоренца, а второе — описывает действие силы реакции излучения.

Основной вклад в потери энергии на излучение дает действие фокусирующих сил (поперечная компонента силы Лоренца), в то время как ускорение обусловлено действием продольной компонентой силы Лоренца. В этом случае приближенные уравнения, описывающие динамику электрона в полости, имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= -\frac{y}{2} - \frac{\mu}{4} y^2 p \gamma; \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{p}{\gamma}; \\ \frac{d\gamma}{dt} &= -\frac{\xi}{2} - \frac{\mu}{4} y^2 \gamma^2. \end{aligned} \quad (24)$$

Первые два уравнения описывают бетатронные колебания электрона. Без учета силы радиационного трения ($\mu = 0$) и для медленно меняющейся бетатронной частоты решение первых двух уравнений имеет вид (21). Первое слагаемое правой части уравнения (24) описывает работу продольной компоненты силы Лоренца, обеспечивающей ускорение электрона, в то время как второе слагаемое описывает радиационные потери. Очевидно, что ускорение возможно, пока ускоряющая сила в полости больше силы радиационного трения. Оценку для предельной энергии электрона, при котором возможно его ускорение, легко получить из уравнения (24)

$$\frac{r_e}{3} \gamma^2 r_0^2 \frac{\omega_p^2}{c^2} < R, \quad (25)$$

где r_0 — расстояние влетающего электрона до оси полости (начальная амплитуда бетатронных колебаний).

Неравенство (25) записано в размерных единицах, чтобы в явном виде учесть влияние плотности плазмы. Из полученного неравенства следует, что квадрат предельной энергии электрона, до которой возможно ускорение, пропорционален размеру полости и обратно пропорционален плотности плазмы и квадрату расстояния до оси полости. Таким образом, чем сильнее сфокусирован пучок, тем до более высоких энергий его можно ускорить в полости.

2.3. Генерация ударной волны

Как следует из рис. 1, в результате распространения лазерного импульса в плазме возбуждается ударная волна из-за рассеяния электронов лазерным импульсом и плазменными полями. В случае короткого и мощного лазерного импульса основное влияние на рассеяние электронов оказывает действие пондеромоторной силы со стороны лазерного поля. Пондеромоторная сила выталкивает плазменные электроны из области сильного лазерного поля [22].

Предположим, что лазерный импульс имеет сферическую форму радиуса R . Рассеяние электрона на пондеромоторном потенциале лазерного импульса пред-

ставим как упругое столкновение электрона с твердой сферой. В сопутствующей системе отсчета продольные размеры увеличиваются в γ_0 раз, и лазерный импульс становится вытянутым сфероидом. В этой системе отсчета нетрудно найти связь между углом рассеяния χ и прицельным параметром электрона $\rho < R$

$$\tan\left(\frac{\chi}{2}\right) = \frac{\rho \gamma_0}{\sqrt{R^2 - \rho^2}}.$$

Связь угла рассеяния в лабораторной системе отсчета (но в координатах $x - t$ и y) α с углом χ определяется соотношением

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v'_y}{1 - v'_x}\right) = \arctan\left(\frac{2v_0 \gamma_0 \sin \chi}{1 - v_0 \cos \chi}\right), \quad (26)$$

где v' — скорость электрона в лабораторной системе отсчета после рассеяния.

Усредняя выражение (26) по прицельному параметру, можно оценить средний угол рассеяния $\langle \alpha \rangle \approx 2\pi / (3\sqrt{3})$ в пределе $\gamma_0 \gg 1$. Полученная оценка близка к значению, наблюдаемому в численном моделировании (см. рис. 1).

3. Генерация электромагнитного излучения

3.1. Излучение релятивистских электронов в ионном канале

Релятивистский электрон, совершающий бетатронные колебания, излучает коротковолновое ЭМ-излучение [5, 23]. Поскольку свойства электромагнитного излучения электрона в основном обусловлены действием фокусирующих сил, то, исследуя эти свойства, можно пренебречь действием ускоряющей продольной силы, т. е. рассмотреть динамику электрона в бесконечно длинном ионном канале. Недавние эксперименты на Стэнфордском Линейном ускорителе [5], исследующие взаимодействие ультрарелятивистского пучка энергией 28,5 ГэВ с плазмой, продемонстрировали эффективность использования ионного канала для генерации мощного рентгеновского излучения. Высокая ионная плотность в канале обеспечивает более эффективное действие ионного виглера, чем магнитного виглера в лазерах на свободных электронах (ЛСЭ), что в свою очередь приводит к более эффективной генерации излучения. Электрон, пролетающий через виглер, испытывает действие поперечной силы, приводящей к поперечным колебаниям электрона. Если в магнитном виглере используется поперечное пространственно-периодическое магнитостатическое поле, то в ионном виглере поперечные колебания электрона возбуждаются в результате действия на электрон силы со стороны ионов [5].

Длина волны, излучаемая электроном, совершающим бетатронные колебания с малой амплитудой вблизи оси канала, составляет порядка $\lambda \approx \lambda_b / (2\gamma^2) = \pi c / (\Omega \gamma^2)$ [24]. Благодаря релятивист-

скому характеру динамики электрона частота излучения увеличивается в $2\gamma^2$ раз из-за эффекта Доплера. Если амплитуда колебаний увеличивается, то электрон излучает высокие гармоники, если же амплитуда колебаний r_0 настолько велика, что параметр

$$K = \gamma k_b r_0 = 1,33 \cdot 10^{-10} \sqrt{\gamma n_e [\text{см}^{-3}]} r_0 [\text{мкм}],$$

характеризующий интенсивность "ионного виглера", становится большим ($K \gg 1$), то спектр излучения становится широкополосным и квази-непрерывным. В этом случае частотная зависимость спектра излучения становится схожа с частотной зависимостью спектра синхротронного излучения, который определяется универсальной функцией

$$S(\omega/\omega_{cr}) = (\omega/\omega_{cr}) \int_{\omega/\omega_{cr}}^{\infty} K_{5/3}(x) dx,$$

где ω_{cr} — критическая частота [15];

$K_n(x)$ — модифицированная функция Бесселя [19].

Для частот, много меньших критической частоты, излучаемая энергия возрастает по закону $\propto \omega^{2/3}$, достигая максимума при $\omega \approx 0,29\omega_{cr}$, и спадает экспоненциально при $\omega > \omega_{cr}$. Критическая частота для электрона, совершающего бетатронные колебания в ионном канале, дается выражением [24]

$$\hbar\omega_{cr} = \frac{3}{2} \gamma^3 \hbar c r_0 k_b^2 \approx 5 \cdot 10^{-24} \gamma^2 n_e r_0 \text{ кэВ},$$

если n_e имеет размерность см^{-3} , а r_0 выражается в мкм.

Поскольку частицы ультрарелятивистские, то излучение заключено в маленький телесный угол

$$\theta \approx K / \gamma.$$

Синхротронное излучение в ионном канале наблюдалось в экспериментах, изложенных в работе [23].

Если средняя мощность, излучаемая электроном в ионном канале, определяется формулой [24], а электроны релятивистские, то излучение заключено в маленький телесный угол

$$\langle P_{total} \rangle \approx \frac{e^2 c}{12} N_b \gamma^2 k_b^4 r_0^2,$$

где N_b — число бетатронных колебаний, совершаемых электроном в канале.

Можно ввести также величину, соответствующую количеству энергии, теряемой электроном на единицу длины,

$$Q = \langle P_{total} \rangle / c \approx 1,5 \cdot 10^{-45} (\gamma n_e r_0)^2 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}, \quad (27)$$

если n_e имеет размерность см^{-3} , а r_0 выражается в мкм.

Среднее количество фотонов энергией $\hbar\omega_c$, испускаемое электроном, есть

$$\langle N_{ph} \rangle \approx \frac{4\pi}{9} \frac{e^2}{\hbar c} N_b K \approx 1,02 \cdot 10^{-2} N_b K.$$

Из соотношения (27) следует, что излучаемая мощность пропорциональна квадрату ионной плотности в канале, что было подтверждено экспериментально в работе [23].

3.2. Угловое распределение и спектр излучения релятивистских электронов в ионном канале

Спектральное распределение энергии излучения электрона в ионном канале можно вычислить с помощью потенциала Лиенара-Вихерта [15]. Общее излучение может быть разделено на компоненту с поляризацией, направленной вдоль \mathbf{e}_0 , и компоненту, направленную вдоль \mathbf{e}_ϕ , где единичные векторы \mathbf{e}_θ и \mathbf{e}_ϕ являются базисом сферической системы координат: $x = r \cos\theta$, $y = r \sin\theta \sin\phi$, $z = r \sin\theta \cos\phi$. Тогда энергия, излучаемая в единичный интервал частот ω и в единичный телесный угол в направлении $\mathbf{k} = (\omega/c)(\mathbf{e}_x \sin\theta \cos\phi + \mathbf{e}_y \sin\theta \sin\phi + \mathbf{e}_z \cos\theta)$ в течение времени T , имеет вид

$$\frac{dW_{\text{spont},j}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c} \eta^2 |I_j|^2;$$

$$I_\theta = \int_{-T/2}^{T/2} \left(\frac{dy}{dt} \cos\theta \sin\phi + \frac{dz}{dt} \cos\theta \cos\phi - \frac{dx}{dt} \sin\theta \right) \times e^{i\Psi} dt; \quad (28)$$

$$I_\phi = \int_{-T/2}^{T/2} \left(\frac{dz}{dt} \sin\phi - \frac{dy}{dt} \cos\phi \right) e^{i\Psi} dt; \quad (29)$$

$$\Psi = \eta \left[t - x(t) \cos\theta - y(t) \sin\theta \sin\phi - z(t) \sin\theta \cos\phi \right], \quad (30)$$

где $j = \theta, \phi$ — индекс, соответствующий поляризации излучения;

траектория электрона в ионном канале дается выражением (22), $\eta = \omega/\omega_p$.

Результат интегрирования может быть выражен через бесконечные двойные суммы произведений функций Бесселя [24]. К сожалению, ряды функций Бесселя плохо сходятся в пределе $K \gg 1$, что сильно затрудняет численный анализ спектра излучения. Асимптотическое поведение углового распределения излучения в пределе $K \gg 1$ было вычислено только для случая $\phi = \pi/2$ [24]. Чтобы обобщить этот результат на произвольные направления волнового вектора излучения, воспользуемся методом перевала.

Как известно [15], излучение ультрарелятивистского электрона заключено в очень узкий угол в направлении мгновенного значения импульса электрона. При этом наблюдатель регистрирует короткий импульс излучения, когда луч излучения пересекает точку наблюдения.

Таким образом, моменты времени, когда импульс электрона направлен вдоль волнового вектора, дают основной вклад в интегралы (28) и (29). Раскладывая

подынтегральное выражение в (28) и (29) около этих моментов, можно вычислить интегралы. Такой подход подразумевает аппроксимацию траектории электрона в момент излучения дугой окружности, спектр излучения будет иметь хорошо известный вид спектра синхротронного излучения [15]. В случае синхротронного излучения угол отклонения электрона (максимальный угол отклонения импульса электрона) должен быть много больше мгновенного значения ширины диаграммы направленности излучения. Импульс электрона лежит внутри угла ρ_{\perp}/ρ_z . С другой стороны, угол, внутри которого заключено излучение релятивистского электрона, определяется величиной $1/\gamma$ [15].

Таким образом, спектр излучения электрона в канале близок к синхротронному, если $\rho_{\perp}/\rho_z \gg 1/\gamma$, что эквивалентно условию генерации высоких гармоник: $K \gg 1$. Общее условие для синхротронного излучения в ионном канале может быть записано следующим образом:

$$\gamma \gg \rho_{\perp} \gg 1. \quad (31)$$

Как было отмечено выше, условие (31) выполняется для захваченных электронов и экспериментов с внешними пучками.

Используя метод перевала, получаем

$$\begin{aligned} \frac{dW_{\text{spont},\theta}}{d\omega d\Omega} &= 2N_b \frac{e^2 \eta^2 \rho^2 \chi}{3\pi^2 c} \times \\ &\times \left[\sin \theta \sin^2 \phi K_{1/3}(q) + \sqrt{\chi} \cos \phi K_{2/3}(q) \right]^2; \\ \frac{dW_{\text{spont},\phi}}{d\omega d\Omega} &= 2N_b \frac{e^2 \eta^2 \rho^2 \chi \sin^2 \phi}{3\pi^2 c} \times \\ &\times \left[\sin \theta \cos \phi K_{1/3}(q) - \sqrt{\chi} K_{2/3}(q) \right]^2, \end{aligned}$$

где

$$\rho = \sqrt{\frac{2\gamma_z}{\rho_x^2/\gamma_z^2 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi}},$$

а радиус кривизны траектории вблизи точки перевала

$$\begin{aligned} \chi &= \gamma_z^{-2} + \sin^2 \theta \sin^2 \phi, \\ q &= \frac{1}{3} \eta \rho \chi^{3/2}. \end{aligned}$$

Полная энергия электрона, излучаемая в единицу телесного угла в единицу частоты, равна

$$\begin{aligned} \frac{dW_{\text{spont}}}{d\omega d\Omega} &= \frac{dW_{\text{spont},\theta}}{d\omega d\Omega} + \frac{dW_{\text{spont},\phi}}{d\omega d\Omega} = \\ &= 2N_b \frac{e^2 \eta^2 \rho^2 \chi^2}{3\pi^2 c} \left[\frac{\sin^2 \theta \sin^2 \phi}{\chi} K_{1/3}^2(q) + K_{2/3}^2(q) \right]. \quad (32) \end{aligned}$$

Важно отметить, что спектр излучения (30) зависит от угла ϕ , в то время как спектр, полученный в рабо-

те [24] (см. уравнение (64) в этой работе) выведен только для частного значения угла $\phi = \pi/2$.

Рассмотрим теперь некоторые предельные случаи. Из неравенства (31) следует, что $\theta \ll 1$, тогда при $\phi = \pi/2$ выражение (32) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{dW_{\text{spont}}}{d\omega d\Omega} &= N_b \frac{6e^2}{\pi^2 c} \frac{\gamma_z^2 q^2}{(1 + \gamma_z^2 \theta^2)} \times \\ &\times \left[\frac{\gamma_z^2 \theta^2}{(1 + \gamma_z^2 \theta^2)} K_{1/3}^2(q) + K_{2/3}^2(q) \right], \end{aligned}$$

что совпадает с выражением (64) из [24]. Как обсуждалось выше, в пределе $K \ll 1$ мгновенный спектр электрона совпадает со спектром синхротронного излучения. Действительно, вводя обозначение $\varphi = \sin \theta \sin \phi$ и используя соотношение $\gamma \approx \gamma_z \approx \rho_z$, можно привести выражение (32) к известному виду

$$\begin{aligned} \frac{dW_{\text{spont}}}{d\omega d\Omega} &= 2N_b \frac{e^2 (\eta \rho)^2}{3\pi^2 c} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \varphi^2 \right)^2 \times \\ &\times \left[K_{2/3}^2(q) + \frac{\varphi^2}{1/\gamma^2 + \varphi^2} K_{1/3}^2(q) \right]. \end{aligned}$$

Полученное выражение совпадает с выражением для энергии излучения релятивистского электрона, вращающегося по круговой орбите радиуса ρ , в телесный угол $2\pi \cos \varphi d\varphi$ после $2N_b$ оборотов.

Для удобства представления результатов введем новые угловые переменные $\theta_y = \sin \theta \sin \phi$, $\theta_z = \sin \theta \cos \phi$ вместо сферических координат (θ, ϕ) . Как видно из рис. 4, излучение отсутствует при $\theta_x > \theta_{\text{max}}$, поскольку при $\theta_x = \theta_{\text{max}}$ аргумент функции Бесселя в выражении (32) стремится к бесконечности (а сами функции Бесселя стремятся к нулю). В нашем приближении излучение электрона вдоль оси x заключено в угол, равный углу отклонения электрона в канале $\theta_{\text{max}} = \rho_x/\rho_z \approx K/\gamma$. С другой стороны, электрон, двигающийся под углом, который соответствует углу максимального отклонения электрона в канале ρ_x/ρ_z , излучает вплоть до $\theta = \pm(\theta_{\text{max}} + \gamma^{-1})$. Вдоль оси z (т. е. в направлении, перпендикулярном плоскости движения электрона) излучение заключено в гораздо меньший угол $1/\gamma$.

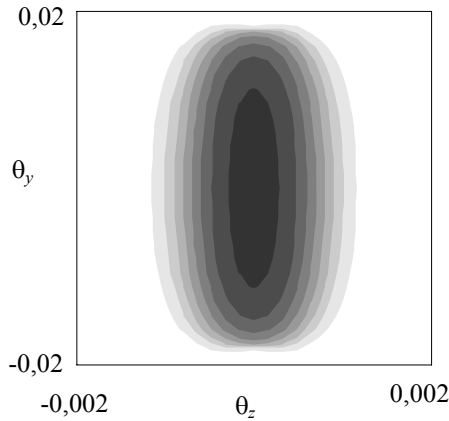


Рис. 4. Зависимость мощности спонтанного излучения (в условных единицах) от углов θ_y и θ_z для отдельного электрона с $\gamma = 1000$, $K = p_x = 20$ для $\omega = 0,5\omega_c$.

Рассмотрим моноэнергетический, аксиально-симметричный электронный пучок. Спектр излучения пучка электронов в канале с функцией распределения $f(\mathbf{p})$ имеет вид

$$\left\langle \frac{dW_{\text{spont}}}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{p} f(\mathbf{p}) \frac{dW_{\text{spont}}}{d\omega d\Omega}(\mathbf{k}, \mathbf{p}).$$

Для простоты предположим, что все электроны в начальный момент времени имеют одинаковые значения продольного и поперечного импульсов, т. е. функция распределения электронов имеет вид

$$f(\mathbf{p}) = \delta(p_z - \gamma_z) \delta\left(\sqrt{p_x^2 + p_y^2} - p_\perp\right).$$

Предположим, что поперечный импульс каждого электрона пучка направлен вдоль радиуса, тогда спектр излучения такого пучка есть

$$\left\langle \frac{dW_{\text{spont}}}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} \frac{dW_{\text{spont}}}{d\omega d\Omega}.$$

Для излучения на малые углы (вдоль оси канала) $\theta_{yz} \ll 1$ спектр имеет вид

$$\left\langle \frac{dW_{\text{spont}}}{d\omega d\Omega} \right\rangle = 2N_b \frac{3e^2}{\pi^2 c} \left(\frac{\sqrt{2}\eta\gamma_z^3}{3p_x} \right)^2 K_{2/3}^2 \left(\frac{\sqrt{2}\eta\gamma_z^3}{3p_x} \right).$$

В обратном пределе $\theta_{yz} \gg 1$ основной вклад в спектр дают малые значения угла $\phi \ll 1$ (что соответствует большим значениям q). Спектр излучения в этом пределе имеет вид

$$\left\langle \frac{dW_{\text{spont}}}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} N_b \frac{e^2 \gamma_z}{\pi c \theta} S \left(\frac{2}{3} \frac{\sqrt{2}\eta}{\gamma_z^{3/2} \sqrt{p_x^2 - \gamma_z^2 \theta^2}} \right).$$

3.3. Компактный источник мощного

рентгеновского излучения

Быстроразвивающиеся области медицины и биологии, исследования по созданию новых материалов и другие важные приложения требуют все более ярких и компактных источников рентгеновского излучения. Основными источниками мощного рентгеновского излучения являются синхротроны и ЛСЭ — громоздкие и дорогостоящие системы. Генерация излучения в них происходит в результате рассеяния релятивистских электронов в магнитоэлектрическом поле виллера [25]. Как было показано, в результате численного моделирования часть плазменных электронов захватывается полостью, образуя плотный сгусток релятивистских электронов, который ускоряется до больших энергий. Такой сгусток захваченных электронов, которые совершают бетатронные колебания в полости, эффективно генерирует рентгеновское излучение. Это обстоятельство может быть использовано для создания нового поколения компактных источников мощного рентгеновского излучения.

Для исследования особенностей генерации рентгеновского излучения в сильно нелинейном режиме взаимодействия мощного лазерного импульса с плазмой выполнено численное моделирование этого процесса трехмерным релятивистским кодом VLPL [13], использующим метод ЧВЯ. Рассматривался циркулярно-поляризованный лазерный импульс с Гауссовой огибающей $a(t, r) = a_0 \exp(-r_L^2/r_L^2 - t^2/T_L^2)$, длиной волны $\lambda = 0,82$ мкм и параметрами $r_L = 8,2$ мкм, $T_L = 22$ фс, $a_0 = 10$, где $a = eA/mc^2$ — релятивистская амплитуда лазерного импульса. Плотность плазмы равна $n_e = 10^{19}$ см⁻³. Согласно результатам численного моделирования лазерный импульс распространялся без уширения в плазме 14 Рэлеевских длин ($Z_R = \pi r_L^2/\lambda$) за время взаимодействия $T_{\text{int}} = 4500 \lambda/c$, полностью исчерпав свою энергию.

Таким образом, время жизни полости составляет примерно $3500 \lambda/c = 10$ пс. Электроны, захваченные в полости, образуют плотный ультрарелятивистский сгусток. С течением времени длины последнего и полости увеличиваются.

Как следует из результатов моделирования, после некоторого момента времени происходит формирование квазимоноэнергетического сгустка ультрарелятивистских электронов. После прохождения лазерным импульсом дистанции $ct = 4000 \lambda$ средняя энергия электронов сгустка составляла ~ 360 МэВ. Соответствующая интенсивность плазменного виллера равна $K \approx 89 \gg 1$, электроны сгустка излучают в синхротронном режиме. Число электронов в сгустке при $ct = 4000 \lambda$ достигло $6,5 \cdot 10^{10}$. Полная энергия сгустка равна 3,3 Дж, что составляет примерно 20 % энергии лазерного импульса. Число бетатронных осцилляций, которое успевает совершить электрон, находясь в полости, равно $N_0 = ct_{\text{int}}/\lambda_b \approx 8,6$ для $ct = 4000 \lambda$.

При моделировании генерации рентгеновского излучения предполагается, что электрон излучает вдоль мгновенного направления своего импульса. Спектр излучения определяется функцией $S(\omega/\omega_{cr})$. Критическая частота ω_{cr} вычисляется согласно выражению $\omega_{cr} = (3/2)\gamma^2 |F_{\perp}| / (m\alpha\omega_p)$, где $F_{\perp}^2 = F_x^2 + F_y^2$ — поперечная, по отношению к его мгновенной скорости, составляющая силы Лоренца, действующая на электрон. Излучение моделируется только для релятивистских электронов $\gamma \gg 1$, поскольку только эти электроны дают основной вклад в генерацию излучения. В нашем коде мы следуем вдоль траектории электрона, чтобы вычислить интенсивность излучения в течение всего взаимодействия. Сила реакции излучения учтена в уравнениях движения.

Спектр излучения при $ct = 4500 \lambda$ показан на рис. 5. Поверхность, представленная на данном рисунке, показывает число фотонов, заключенных в 0,1 % полосы частот ($\Delta\omega = 10^{-3} \omega$) на единицу телесного угла, $2\pi \sin \theta d\theta$: $\dot{N}_X = \Delta\omega d^2 N_X / (2\pi \sin \theta d\omega d\theta)$. Максимум спектра фотонов находится примерно возле энергии 50 кэВ. Как следует из оценок для энергии электронов 360 МэВ, максимум спектра фотонов равен $0,3\hbar\omega_{cr} \approx 55$ кэВ, что находится в хорошем согласии с результатами численного моделирования. Из рис. 5 следует также, что релятивистский сгусток излучает энергичные фотоны в узкий угол $\theta \approx 0,1$ рад, что в два раза меньше значения, которое можно получить из оценки K/γ . Различие связано с тем, что оценка не учитывает ускорения электронов. В результате численных расчетов найдены поток фотонов (число фотонов в секунду в полосе частот 0,1 % от частоты ω) и яркость как функция энергии фотона. Максимум потока фотонов достигал 10^{22} фотонов в секунду, а яркость источника — 10^{21} фотонов/(с·мрад²·мм²), что сопоставимо с лучшими на сегодняшний день источниками рентгеновского излучения. Мы вычисляли поток и яркость по следующим формулам [26]:

$$\Phi \approx (\Delta\omega/\omega) N_X (c/L_b) \text{ и } B \approx \Phi / (4\pi^2 \theta_R^2 S_R^2),$$

где L_b — длина сгустка;

$$S_R \approx \pi \left[r_b^2 + c^2 T_{int}^2 \theta_R^2 / (4\pi^2) \right] \text{ — эффективная площадь источника;}$$

r_b — радиус сгустка.

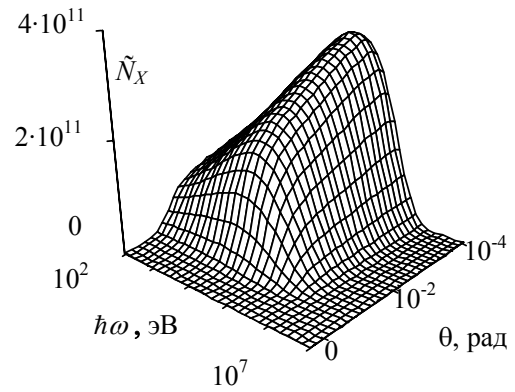


Рис. 5. Спектр излучения из плазмы после прохождения лазерным импульсом дистанции $l_{int} = 4500\lambda$

Чтобы подчеркнуть преимущества плазменного виглера, созданного с помощью мощного лазерного импульса, по сравнению с традиционным магнитным и плазменным виглером, генерируемым внешним электронным сгустком, мы численно промоделировали генерацию рентгеновского излучения сгустком энергии 28,5 ГэВ. При моделировании использовались следующие параметры сгустка: диаметр — $2r_0 = 24,6$ мкм, длина — $L_b = 82$ мкм, полный заряд — $Q_b = 5,4$ нКл. Схожие параметры были у сгустка, который использовался в экспериментах по взаимодействию с плазмой [23]. Параметры плазмы и лазерного импульса такие же, как и в предыдущем моделировании. Поскольку плотность сгустка очень низкая, то он не оказывает существенного влияния на динамику полости.

В начале взаимодействия передний фронт сгустка находится примерно в области центра лазерного импульса. Передний фронт внешнего электронного сгустка обогнал центр лазерного импульса на 46λ в течение времени $T_{int} = 4500 \lambda/c$. Число бетатронных осцилляций, совершаемых электронами сгустка, равно примерно $N_0 = cT_{int}/\lambda_b \approx 1,1$. Из полученных результатов численного моделирования следует, что лазерный импульс и плазменная полость не разрушаются в течение всего времени взаимодействия, когда происходит фокусировка внешнего сгустка.

Распределение фотонов по энергии и углу в течение времени взаимодействия $T_{int} = 4500 \lambda/c$ показано на рис. 6, а. При такой энергии электронов сгустка интенсивность плазменного виглера равна примерно $K \approx 817$. Как следует из рис. 6, релятивистский сгусток излучает жесткие фотоны в узкий телесный угол. Максимум спектра фотонов лежит вблизи энергии 210 МэВ. Полученное значение несколько ниже теоретической оценки, исходящей из факта, что максимум спектра определяется максимумом функции $S(x)$ $0,3\hbar\omega_{cr} \approx 385$ МэВ. Расхождение связано с действием тормозящей силы реакции излучения, которая замедляет электронный сгусток. Моделирование показало, что энергия фотонов достигала 10 ГэВ. Излучение заключено в узком угле относительно оси распространения сгустка $\theta \approx 10$ мрад,

что близко к значению, которое следует из оценки $K/\gamma \approx 15$ мрад. Полное число фотонов, испускаемых электронами сгустка, равно примерно $2 \cdot 10^{11}$. Это означает, что каждый электрон испускает примерно шесть фотонов.

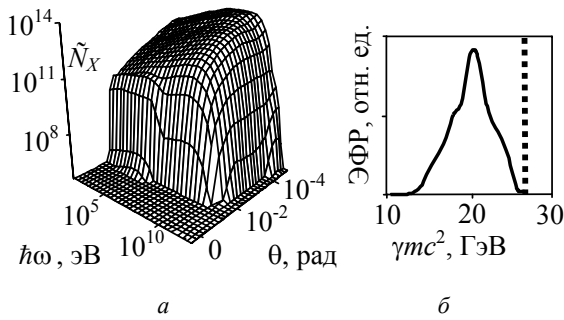


Рис. 6. Релятивистский сгусток:

a — спектр излучения внешнего электронного пучка, после прохождения лазерным импульсом дистанции $l_{int} = 4500\lambda$;
b — распределение по энергии электронов пучка:
 — соответствует $l_{int} = 4500\lambda$; — начальное моноэнергетическое распределение электронного пучка

Оценивая количество фотонов с энергией $\hbar\omega_{cr}$, получаем $N_X \approx N_e \langle N_X \rangle \approx 1,5 \cdot 10^{11}$, где N_e — число электронов в сгустке.

Таким образом, значение, следующее из оценки, находится в хорошем согласии с результатами моделирования.

Сгусток потерял примерно треть своей энергии на излучение. Распределение энергии электронов сгустка после взаимодействия показано на рис. 6, б. Максимум потока фотонов достигал 10^{21} фотонов в секунду, а яркость источника — 10^{22} фотонов/(с·мрад²·мм²). Яркость излучения вначале взаимодействия несколько выше, чем яркость в конце взаимодействия, поскольку вначале взаимодействия сгусток еще незначительно сфокусирован и излучает под малыми углами к направлению распространения. Из результатов моделирования следует, что энергия фотона и поток фотонов, излучаемые электронным сгустком в плазменной полости, образованной лазерным импульсом, на несколько порядков больше, чем излучаемые пучком с теми же параметрами в ионном канале, образованном в редкой плазме самим электронным сгустком [23].

4. Численное моделирование сильно нелинейного режима взаимодействия

Поскольку взаимодействие мощного лазерного излучения с плазмой является сложным процессом, который включает в себя разнообразные нелинейные эффекты, то достаточно полный теоретический анализ такого процесса сильно затруднен. Поэтому численное моделирование в настоящее время является важным и мощным средством как непосредственно для исследования самого взаимодействия, так и для проверки теоретических и интерпретации экспериментальных результатов. Метод ЧВЯ — наиболее эффективный метод численного моделирования

лазерно-плазменного взаимодействия [12]. К сожалению, даже этот метод требует значительных компьютерных ресурсов для моделирования полномасштабных экспериментов. Несколько быстрых ЧВЯ-методов, использующих квазистатическое приближение [14, 15], было разработано в работах [26—28], чтобы ускорить численные расчеты. Ниже приводится описание быстрого ЧВЯ-кода, использующего квазистатическое приближение, для моделирования сильно нелинейного режима взаимодействия мощного короткого лазерного импульса с плазмой.

Предположим, что аксиально-симметричный лазерный импульс распространяется вдоль оси x в однородной плазме. В рамках квазистатического приближения предполагается также, что плазменный отклик является функцией переменных r_{\perp} и $\xi = x - ct$, где c — скорость света. Характерное время динамики лазерного импульса и характерное время динамики пучка захваченных электронов предполагаются много больше, чем характерное время отклика плазмы. Таким образом, сначала рассчитывается плазменный отклик, затем вычисляется динамика лазерного импульса и захваченных электронов в плазменных полях, на следующем шаге вновь находится плазменный отклик для вычисленного на предыдущем шаге распределения лазерного поля и захваченных частиц. Обоснованность подобного алгоритма подтверждается трехмерным моделированием релятивистским ЧВЯ-кодом [12], свободным от квазистатического приближения.

Плазма моделируется макрочастицами. Каждая плазменная макрочастица определяется продольной координатой ξ , поперечной координатой r_{\perp} , компонентами импульса p_r и p_x , массой m и зарядом q . Поскольку все параметры частицы определяются переменной ξ , то ξ может быть выбрана в качестве переменной времени. Макрочастица движется вдоль траектории, определяемой начальным значением поперечной координаты r_0 . Поскольку лазерный импульс распространяется со скоростью, близкой к световой, то информация распространяется от переднего фронта лазерного импульса ($\xi = 0$) к отрицательным значениям ξ . Уравнения интегрируются слой за слоем от $\xi = 0$ к $\xi = -L$, где L — длина области моделирования. Предполагается, что в начальный момент до прихода импульса плазма холодная, т. е. $p_r = 0$ и $p_x = 0$ при $\xi = 0$.

Уравнения для кильватерного потенциала и магнитного поля в квазистатическом приближении имеют вид

$$\Delta_{\perp} \Phi = j_x - \rho, \quad \frac{1}{r_{\perp}} \frac{\partial}{\partial r_{\perp}} r_{\perp} B_{\theta} = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \Phi + j_x, \quad (33)$$

где использована калибровка $\varphi = -A_x$, B_{θ} — азимутальное магнитное поле, j — плотность электронного тока, ρ — плотность заряда.

Вид уравнений (33) для поля несколько отличается от уравнений, полученных в работе [26]. Как показывают проведенные численные расчеты, запись уравнений для поля в виде (33) делает алгоритм более устойчивым при моделировании сильно нелинейного режима взаимодействия лазерного импульса с плазмой.

С помощью уравнения (14) p_x и γ могут быть выражены через величины ξ , r_{\perp} , p_r и a^2 , тогда уравнения движения электрона могут быть записаны в следующем виде [26]:

$$\frac{dp_r}{d\xi} = \frac{1}{1+\Phi} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial r_{\perp}} - \frac{1}{2} \frac{\partial \langle a^2 \rangle}{\partial r_{\perp}} \right) - B_{\theta},$$

$$\frac{dr_{\perp}}{d\xi} = \frac{p_r}{1+\Phi}. \quad (34)$$

Решая уравнения (34), плотность тока и плотность заряда могут быть получены с помощью стандартных методов ЧВЯ. Уравнения (33) решены сеточными методами, в которых используется сетка как по аксиальной координате ξ , так и по радиальной координате r_{\perp} .

Динамика релятивистских электронов в плазменной полости описывается уравнениями

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{q}{v-1} (\mathbf{E} + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]) + \mathbf{F}_{rad},$$

$$\frac{dr_{\perp}}{dt} = \frac{p_r}{\gamma}, \quad \frac{d\xi}{dt} = \frac{p_x}{\gamma} - v_b,$$

где \mathbf{F}_{rad} — сила реакции излучения.

Генерация электромагнитного излучения также моделируется кодом.

На данном этапе не учитываются динамика лазерного импульса и влияние захваченных частиц. На небольших временах взаимодействия влияние этих факторов незначительное. Например, ими можно пренебречь при моделировании ускорения внешнего короткого сгустка ультрарелятивистских электронов, поскольку во время ускорения распределение лазерного поля менялось незначительно, а число захваченных частиц было мало.

В качестве примера было проведено моделирование взаимодействия со следующими параметрами. Падающий лазерный импульс был циркулярно поляризован, имел Гауссову форму $a = a_0 \exp(-r_{\perp}^2 / r_l^2 - \xi^2 / L_l^2)$ и длину волны излучения $\lambda = 0,82$ мкм. Параметры лазерного импульса были следующие: $r_l = 5$, $L_l = 2$, $a_0 = 10$. Импульс распространялся в плазме с плотностью $n_0 = 10^{19}$ см⁻³. Результат моделирования показан на рис. 7, где представлено распределение плотности плазмы, полученное в результате численного моделирования (а) двухмерным быстрым ЧВЯ-кодом, описанном выше, и (б) полностью трехмерным ЧВЯ-кодом, работающим вне рамок квазистатического приближения, но требующим значительно больших компьютерных ресурсов и времени счета [12].

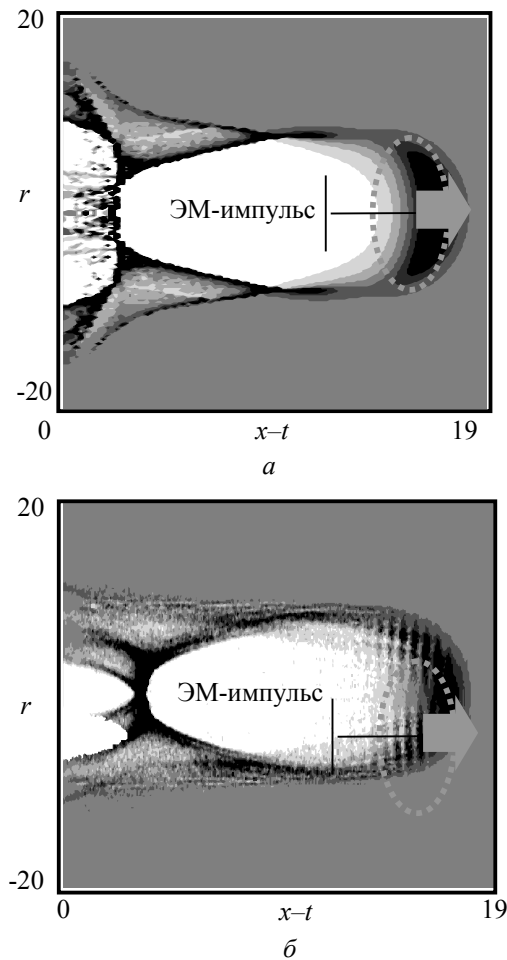


Рис. 7. Распределение плотности плазмы при распространении в ней короткого сверхсильного лазерного импульса, вычисленное с помощью:
 а — двухмерного гибридного ЧВЯ-кода;
 б — полностью трехмерного ЧВЯ-кода.
 Более темный оттенок соответствует более высокой концентрации электронов

Из рис. 7 видно, что форма полости, вычисленная с помощью нашего кода, близка к форме, полученной в результате моделирования с теми же параметрами трехмерным ЧВЯ-кодом. Следует отметить, что распределение электронной концентрации перед полостью и позади нее, найденное с помощью быстрого ЧВЯ-кода, несколько отличается от распределения, полученного трехмерным ЧВЯ-кодом. В частности, при моделировании трехмерным ЧВЯ-кодом перед полостью видна модуляция электронной концентрации с периодом, равным лазерной длине волны. Такой мелкомасштабной модуляции нет в распределении, полученном быстрым ЧВЯ-кодом, поскольку для моделирования взаимодействия этим кодом используется пондеромоторное описание, усредненное по электронным осцилляциям в лазерном поле. Однако такие важные характеристики, имеющие ключевое значение для ускорения электронов и генерации жесткого излучения, как форма полости и распределение электромагнитных полей в полости, вычисленные двумя рассматриваемыми кодами, достаточно схожи.

Заключение

В данной работе представлена полуфеноменологическая модель сильно нелинейного режима взаимодействия мощного лазерного импульса релятивистской интенсивности с плазмой. В таком режиме позади импульса в плазме возникает область, свободная от холодных электронов окружающей плазмы, которая распространяется со скоростью, близкой к скорости света. Часть электронов плазмы захватывается этой областью и ускоряется до больших энергий. Найдено распределение электромагнитного поля в ионной области и получены оценки для размера этой области. Определены условия захвата плазменных электронов и параметры сгустка ускоренных электронов.

Последние эксперименты на тераваттном лазерном комплексе в лазерном центре Лунда (Швеция) в значительной степени подтверждают основные характеристики предложенной модели [29]. В экспериментах наблюдались квазимоноэнергетические сгустки электронов с энергией до 200 МэВ. Ускорение электронов происходило на расстояниях в несколько сантиметров. Плазменное ускорение электронов в сильно нелинейном режиме является перспективным механизмом для ускорителей будущего.

В процессе ускорения в плазменной полости релятивистские электроны совершают поперечные бетатронные колебания под действием фокусирующих сил со стороны ионов. Это приводит к эффективной генерации рентгеновского излучения.

В работе выведено асимптотическое выражение для углового распределения и частотного спектра излучения. Предложена схема компактного и мощного источника рентгеновского излучения, основанного на взаимодействии мощного лазерного излучения с плазмой. В численных расчетах широкий спектр фотонов с максимумом вблизи энергии 50 кэВ излучался в малый угол (0,1 рад) из области взаимодействия. Поток достигал 10^{22} фотонов в секунду в спектральную полосу 50 эВ, яркость излучения достигала значений 10^{21} фотонов/(с·мрад²·мм²) в спектральную полосу 50 эВ. Такая яркость находится на уровне современных мощных источников рентгеновского излучения третьего поколения (синхротроны, ЛСЭ). В то же время размеры предложенного источника (метры) намного меньше размеров современных мощных источников рентгеновского излучения (сотни метров и более). Показано, что при взаимодействии с плазменной полостью, образованной коротким лазерным импульсом, релятивистского электронного пучка энергией 28,5 ГэВ энергия излучаемых квантов достигает нескольких ГэВ. Эксперимент, проведенный научной группой из Франции [30], подтвердил генерацию электромагнитного излучения релятивистскими электронами из плазменной полости.

Обратной стороной эффективной генерации электромагнитного излучения релятивистскими электронами являются значительные радиационные потери при ускорении электронов.

Выведены укороченные уравнения, описывающие динамику электрона в плазменной полости с учетом силы реакции излучения. Получена оценка для предельной энергии ускоряемого электрона, ограниченной силой радиационного трения. Как следу-

ет из неравенства (25), сила радиационного трения может существенно ограничить ускорение электрона в плазме. Уменьшение радиационного трения можно добиться, уменьшая радиус пучка и плотность плазмы. Для плотности плазмы $n_0 = 10^{19}$ см⁻³ ускорение электронов уже невозможно при энергиях более 50 ГэВ при радиусе ускоряемого сгустка $r_0 > 10$ мкм, типичного для современных ускорителей. Однако проектируемые ускорители (SLAC, TESLA) предполагают фокусировку пучка до десятков и сотен нанометров. В этом случае ускорение электронов возможно до десятков тераэлектронвольтов.

Используя свойства взаимодействия короткого лазерного импульса с плазмой, разработан гибридный двухмерный код, основанный на методе ЧВЯ и квазистатическом приближении. Разработанный код достаточно точно моделирует взаимодействие лазерного импульса с плазмой для небольших времен взаимодействия. Код не требует больших вычислительных ресурсов, необходимых для других существующих кодов. Для моделирования долговременной эволюции плазменного отклика необходимо учитывать динамику лазерного импульса и захваченных электронов.

Работа выполнена при поддержке фонда РФФИ
(Грант No 04-02-16684).

Л и т е р а т у р а

1. Mourou G., Barty C., Perry M.// *Physics Today*. 1998. V. 51. № 1. P. 22.
2. Mangles S. P. D., Walton B. R., Tzoufras M. et al.// *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 94. P. 245001.
3. Tajima T., Dawson J.// *Ibid*. 1979. V. 43. P. 267.
4. Tabak M., Hammer J., Glinsky M. E. et al.// *Phys. Plasmas*. 1994. V. 1. № 5. P. 1626.
5. Kiselev S., Pukhov A. and Kostyukov I.// *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 93. P. 135004.
6. Андреев Н. Е., Горбунов Л. М., Курсанов В. И. и др.// *ЖЭТФ*. 1992. Т. 93. № 3. С. 571.
7. Буланов С. В., Курсанов В. И., Сахаров А. С.// *Физика плазмы*. 1990. Т. 16. № 6. С. 543.
8. Pogorelsky I. V.// *Nucl. Instrum. Methods A*. 1998. V. 411. № 1. P. 172.
9. Faure J., Glinek Y., Pukhov A. et al.// *Nature*. 2004. V. 431. № 9. P. 541.
10. Pukhov A., Meyer-ter-Vehn J.// *Applied Physics B*. 2002. V. 74. № 3. P. 355.
11. Kostyukov I., Pukhov A. and Kiselev S.// *Phys. Plasmas*. 2004. V. 11. № 12. P. 5256.
12. Kostyukov I., Pukhov A. and Kiselev S.// *Ibid*. 2003. V. 10. № 10. P. 4818.
13. Pukhov A.// *J. Plasma Phys.* 1999. V. 61. № 10. P. 425.
14. Smith R. A. *Semiconductors*. — Cambridge: Cambridge University Press, 1961.
15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.// *Теория поля*. — М.: Наука, 1988.
16. Ахузев А. И., Половин Р. В.// *ЖЭТФ*. 1956. Т. 30. № 5. С. 915.
17. Sprangle P., Esarey E. and Ting A.// *Phys. Rev. A*. 1990. V. 41. № 8. P. 4463.
18. Quesnel B. and Mora P.// *Phys. Rev. E*. 1998. V. 58 № 3. P. 3719.
19. Abramowitz M. and Stegun I. A.// *Handbook of Mathematical Functions*. New York: Dover, 1972.
20. Esarey E. and Pilloff M.// *Phys. Plasmas*. 1995. V. 2. № 5. P. 1432.
21. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.// *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*. — М.: Наука, 1974.

22. Литвак А. Г.// Сб.: Вопросы теории плазмы/ Под ред. А. М. Леонтовича. — М.: Энергоатомиздат, 1980. Т. 10. С. 164.
23. Wang S., Clayton C. E., Blue B. E. et al.// Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. P. 135004.
24. Esarey E., Shadwick B. A., Catravas P. and Leemans W. P.// Phys. Rev. E. 2002. V. 65. № 5. P. 056505.
25. Altarelli M. and Salam A.// Europhys. News. 2004. V. 35. № 2. P. 1.
26. Esarey E., Ride S. K. and Sprangle P.// Phys. Rev. E. 1993. V. 48. № 4. P. 3003.
27. Mora P. and Antonsen T. M.// Phys. Plasmas. 1997. V. 4. № 1. P. 217.
28. Lotov K. V.// Phys. Rev. STAB. 2003. V. 6. № 6. P. 061301.
29. Костюков И. Ю.// Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерные исследования. 2006. Т. 47. № 3. С. 154.
30. Mangles S. P. D., Thomas A. G. R., Kaluza M. C. et al.// Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. № 21. P. 215001.
31. Rousse A., Phuoc K. T., Shah R. et al.// Ibid. 2004. V. 3. № 13. P. 135005.

Статья поступила в редакцию 18 июля 2006 г.

Strongly nonlinear mode interaction of laser impulse with plasma: generation of an electromagnetic radiation and ultra relativistic electrons

I. Yu. Kostukov

Institute of Applied Physics, Nizhni Novgorod, Russia

A. Pukhov, S. Kiselev

The University of Dusseldorf, Dusseldorf, Germany

The semiphenomenological model of a strongly nonlinear mode of interaction of high-power laser with plasma has been submitted. The allocation of an electromagnetic field in a plasma vacuity is calculated and the requirements for entrapment of plasma electrons are considered. The acceleration of electrons is parsed in view of a radiative friction force. The expression for an angular distribution of frequency modes for an electromagnetic radiation of relativistic electrons in the ionic channel is obtained. The plan of a compact source of high-power X-rays to be grounded on transformation of laser radiation in plasma is offered. The two dimensional axial-symmetric hybrid numerical code operating a method of particles in meshes has been designed for examination of the strongly nonlinear mode of interaction.