

УДК 537.523

Некоторые обобщенные переменные цилиндрически симметричного Z-пинча

У. Юсупалиев

Московский государственный университет, Москва, Россия

В. М. Фадеев

НПП ВНИИ электромеханики, Москва, Россия

На основе теории подобия и размерности, а также экспериментальных данных определены обобщенные безразмерные переменные цилиндрически симметричного Z-пинча.

Известно, что решение прикладных задач на основе разрядов значительно упрощается, если найдены их обобщенные переменные [1—3]. Такие переменные для импульсных сильноточных разрядов с цилиндрической симметрией в неограниченном плотном газе установлены в работе [4], что позволило, не решая системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, определить аналитическую зависимость обобщенной начальной скорости расширения разрядного канала от таких переменных [5]. В данной работе показано, что такая зависимость удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными.

В настоящее время для цилиндрически симметричного Z-пинча известна следующая безразмерная обобщенная переменная [6]:

$$\frac{t}{t_1} = \frac{t}{R_0^4 \sqrt{\frac{\rho_0}{F^2}}}, \quad (1)$$

где t — текущее время;

t_1 — время первой особенности вольт-амперной характеристики Z-пинча;

$F = \left. \frac{dJ}{dt} \right|_{t=0}$ — начальная скорость нарастания разрядного тока J ;

ρ_0 — начальное давление рабочего газа в разрядной камере с радиусом R_0 .

Что касается других безразмерных обобщенных переменных Z-пинча, то они до сих пор неизвестны [6—19]. Поэтому целью данной работы является установление некоторых обобщенных безразмерных переменных для цилиндрически симметричного Z-пинча на его начальной стадии (при $t < \sqrt{L_0 C}$, L_0 — индуктивность разрядного контура, C — емкость батареи конденсаторов).

Составим полный перечень величин, определяющих начальную скорость сжатия разряда V_d , обладающего цилиндрической симметрией.

Анализ работ [6—19] показывает, что величина V_d такого разряда определяется перечнем таких величин, как текущее время t , напряжение на разрядном промежутке U_p ; начальная скорость нарастания электрического тока разряда F , индуктивность L_p и длина разрядного промежутка l_0 ; радиус разрядной трубки R_0 ; начальное давление p_0 ; плотность ρ_0 ; температура θ_0 и

показатель адиабаты γ_0 газа (температура в энергетических единицах $\theta_0 = kT_0$, k — постоянная Больцмана); потенциал ионизации I_i и процентное содержание i -го сорта атомов μ_i газа, потенциал диссоциации D_j и процентное содержание j -го сорта молекул β_j газа, коэффициент электронной χ_e и лучистой χ_R теплопроводности плазмы разряда.

Другими словами, начальная скорость сжатия разряда V_d является функцией от указанных величин, т. е.

$$V_d = f(t, U_p, F, l_0, L_p, R_0, p_0, \rho_0, \theta_0, \gamma_0, \mu_i, D_j, \beta_j, \chi_e, \chi_R).$$

Опытные данные работ [7—10, 13, 14, 17—19] показывают, что в процессе сжатия разряда помимо J и U_p происходит изменение и индуктивности самого разряда L_p , что должно отражаться на изменении магнитного потока. Поэтому напряжение на разрядном промежутке U_p представим в общем виде [20]

$$U_p = JR_p + J \frac{dL_p}{dt} + L_p \frac{dJ}{dt}, \quad (2)$$

где R_p — омическое сопротивление Z-пинча.

Оценим вклад каждого члена в (2), воспользовавшись характерными параметрами цилиндрически симметричного Z-пинча, взятыми, например, из работы [14].

Рассмотрим следующий режим разряда: напряжение на батарее конденсаторов ($C = 82$ мкФ) 40 кВ, начальное давление дейтерия $p_0 = 6,65$ Па в разрядной камере с внутренним диаметром 0,4 м и длиной 0,9 м. При этом сжатие разряда начинается при $t \approx 0,3$ —0,4 мкс, а отрыв разрядного тока от внутренней стенки камеры происходит в момент времени $t \approx 1,5$ —2,4 мкс. Для момента времени $t \approx 2$ мкс толщина скин-слоя Δr_C составляет ~ 5 см, а удельная проводимость $\sigma = 4,4 \cdot 10^3$ См/м.

Соответствующее омическое сопротивление разряда, вычисленное по формуле

$$R_p = \frac{l_0}{2\pi R_0 \Delta r_C \sigma},$$

не превышает величины $6 \cdot 10^{-3}$ Ом. Из-

меренные значения величин $\frac{dL_p}{dt}$, $L_p \approx L_p(0) + \frac{dL_p}{dt} \Delta t$, F

и J при $t \approx 1$ мкс равны $1,7 \cdot 10^{-2}$ Гн/с, 10^{-7} Гн, $2 \cdot 10^{11}$ А/с и 200 кА, соответственно. Из приведенных данных следует, что $R_p J \leq 1,2$ кВ,

$$J \frac{dL_p}{dt} \approx 3,4 \text{ кВ}, \quad L_p F \approx 20 \text{ кВ}, \quad \text{т. е. в начальной ста-}$$

дии сжатия Z -пинча преобладает третий член в (2), и тогда напряжение, приложенное к разряду, можно представить в виде

$$U_p \cong L_p \frac{dJ}{dt} = L_p F.$$

Теперь рассмотрим баланс мощностей разряда в начальной стадии сжатия разряда. Для выбранного режима разряда при $t \approx 1$ мкс из баланса мощностей разряда следует, что изменение Джоулева тепла в единицу времени ($\sim 0,32 \cdot 10^9$ Вт) намного меньше, чем изменение работы электродинамических сил и изменение энергии магнитного поля в единицу времени ($4,6 \cdot 10^9$ Вт) при мощности энерговыклада в разряд $4,92 \cdot 10^9$ Вт. Это означает, что при нахождении начальной скорости сжатия Z -пинча величиной Джоулева тепла можно пренебречь по сравнению с работой электродинамических сил и энергией магнитного поля.

Так как наша цель — установление безразмерных обобщенных переменных из перечисленных определяющих величин, то сначала составим из них размерные комбинации. Число таких величин можно существенно уменьшить, если объединить их в размерные комплексы. Такими комплексами являются:

время первой особенности вольт-амперной характеристики Z -пинча [6]

$$t_1 = R_0 \sqrt[4]{\frac{\rho_0}{F^2}};$$

скорость изменения средней мощности энерговыклада разряда на единицу его длины [4]

$$\frac{L_p F^2}{l_0};$$

энергия, затраченная разрядом на диссоциацию и ионизацию единицы объема газа, вовлекаемого в разряд

$$A = \pi \frac{\rho_0}{\theta_0} E_{ef}(I_j, D_b, \beta_b, \mu_j), \quad (3)$$

где $E_{ef}(I_j, D_b, \beta_b, \mu_j)$ — средняя энергия, затраченная на ионизацию одной частицы газа электронами, ускоряемыми электрическим полем разряда.

Вид размерной обобщенной переменной (3) следует из рассмотрения процессов диссоциации и ионизации частиц газа. Возбуждение и диссоциация, а также ионизация вовлекаемого в разряд газа происходят сначала вследствие электронной и лучистой теплопроводности, а затем — из-за сжатия в ударной волне. Конечным результатом этих процессов является ионизация вовлекаемого в разряд газа. Поэтому влияние коэффициентов χ_e и χ_R на динамику сжатия разряда можно свести к

комбинации (3) определяющих независимых размерных величин $\rho_0, \theta_0, I_j, D_b, \beta_b, \mu_j$.

Теперь исходный перечень размерных величин сведется к следующему ряду:

$$\frac{L_p F^2}{l_0}, (\pi \rho_0), A, t, \left(\frac{R_0 \rho_0^{1/4}}{F^{1/2}} \right). \quad (4)$$

Множитель π в выражениях (3) и (4) появляется вследствие цилиндрической симметрии разряда.

Из анализа размерностей величин перечня (4) следует, что в качестве единиц измерений этих величин можно выбрать длину, массу, время, а их размерностями — метр, килограмм, секунду, соответственно. Тогда общее число физических размерных величин, существенных для определения скорости сжатия, равно пяти, а первичных (основных) величин — трем.

Следовательно, согласно π -теореме теории подобия и размерности [1—3], можно ожидать существования двух независимых безразмерных комплексов. Для определения таковых представим относительную скорость сжатия разряда в виде

$$\frac{V_d}{c_0} = f \left\{ \left(\frac{L_p F^2}{l_0} \right), \pi \rho_0, A, t, \left(\frac{R_0 \rho_0^{1/4}}{F^{1/4}} \right) \right\}. \quad (5)$$

Здесь за характерную скорость принята скорость звука в холодном газе, так как сходящаяся ударная волна в разряде распространяется на начальной стадии его сжатия в холодном газе.

Тогда, согласно методу Рэлея [2, 3], для размерных параметров ряда (4) при некоторых значениях a, b, c, d, e должно выполняться следующее соотношение:

$$\left(\frac{L_p F^2}{l_0} \right)^a (\pi \rho_0)^b (A)^c t^d \left(\frac{R_0 \rho_0^{1/4}}{F^{1/2}} \right)^e = \text{const.} \quad (6)$$

Заменяя с учетом формул размерностей величины в (6) символами первичных физических величин, получим

$$\left(LMT^{-4} \right)^a \left(ML^{-3} \right)^b \left(MT^{-2}L^{-1} \right)^c t^d T^e = \text{const.} \quad (7)$$

Так как безразмерные обобщенные переменные являются величинами нулевой размерности, то из анализа уравнения (7) следует система линейных алгебраических уравнений относительно степеней a, b, c, d, e

$$\begin{aligned} a + b + c &= 0, \\ a - 3b - c &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$-4a - 2c + d + e = 0.$$

Из системы (8) находим: $c = -a - b, a = b, d = -e$. Подставляя в (6) значения показателей степени, получим

$$\left(\frac{L_p F^2}{I_0}\right)^a (\pi \rho_0)^a A^{-2a} t^d \left(\frac{R_0 \rho_0^{1/4}}{F^{1/2}}\right)^{-d} = \text{const.} \quad (9)$$

Группировка величин с одинаковыми показателями в (9) дает следующее соотношение:

$$\left(\frac{L_p F^2 \pi \rho_0}{I_0 A^2}\right)^a \cdot \left(\frac{t F^{1/2}}{R_0 \rho_0^{1/4}}\right)^d = \text{const.}$$

Зависимость (5) после приведения ее к безразмерному виду можно представить в виде

$$\frac{V_d}{c_0} = f \left\{ \left(\frac{L_p F^2 \pi \rho_0}{I_0 A^2} \right), \left(\frac{t R_0 \rho_0^{1/4}}{F^{1/4}} \right) \right\}.$$

Таким образом, искомая безразмерная величина $\frac{V_d}{c_0}$ является функцией следующих безразмерных обобщенных переменных:

$$\xi_1 = \left(\frac{L_p F^2 \pi \rho_0}{I_0 A^2} \right); \quad \xi_2 = \left(\frac{t F^{1/2}}{R_0 \rho_0^{1/4}} \right).$$

По физическому смыслу безразмерная обобщенная переменная ξ_1 представляет собой отношение скорости изменения полной мощности разряда на единицу его длины к скорости изменения мощности на единицу длины, затрачиваемой разрядом на диссоциацию и ионизацию вовлекаемого в разряд газа. Обобщенная переменная ξ_2 совпадает с обобщенной переменной (1).

Умножив и поделив обобщенную переменную ξ_1 на величину $\mu_0 8\pi R_0^2 \Delta t^2$ (μ_0 — магнитная постоянная, $\Delta t \approx 1$ мкс), получим

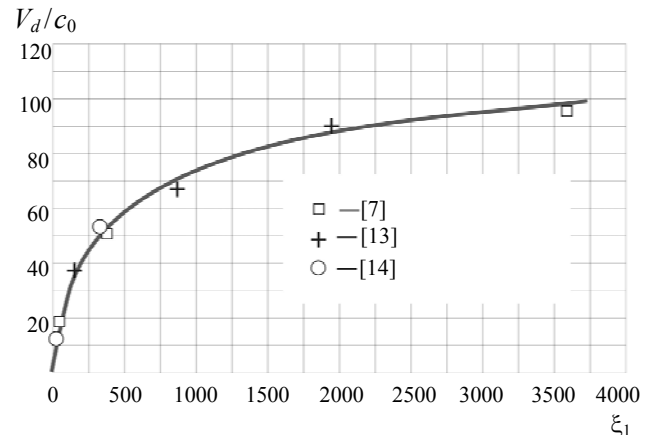
$$\begin{aligned} \xi_1 &= \left(\frac{\mu_0 F^2 \Delta t^2}{4\pi^2 R_0^2 \rho_0} \right) \left(\frac{8\pi L_p \rho_0 R_0^2 \theta_0^2}{\mu_0 I_0 \Delta t^2 \rho_0 A_{YQ}^2} \right) = \\ &= \left(\frac{p_M}{p_0} \right) \left(\frac{8\pi L_p \rho_0 R_0^2 \theta_0^2}{\mu_0 I_0 \Delta t^2 \rho_0 A_{YQ}^2} \right), \end{aligned}$$

т. е. в состав обобщенной переменной ξ_1 входит отношение магнитного давления p_M к газокINETическому давлению p_0 , т. е. ($\beta^{-1} = \frac{p_M}{p_0}$). В условиях работы [13]

к моменту времени $t \approx 1$ мкс после начала разряда характерное значение числа β^{-1} составляет $3,7 \cdot 10^3$, т. е. сразу после отрыва разрядного тока от внутренней стенки камеры

$\beta^{-1} \gg 1$. При таком значении β величина начальной скорости сжатия разряда составляет $\sim 3,3 \cdot 10^4$ м/с.

На рисунке представлена экспериментальная зависимость V_d / c_0 от ξ_1 для начальной стадии сжатия цилиндрически симметричного Z-пинча в дейтерии ($\xi_2 \ll 1$). Значения для V_d / c_0 и ξ_1 определены по экспериментальным данным, взятым из работ [7, 13, 14].



Зависимость начальной относительной скорости сжатия Z-пинча в дейтерии от обобщенной безразмерной переменной ξ_1 .
Кривая — усреднение экспериментальных данных

Экспериментальные точки на графике группируются около общей средней кривой. При малых значениях обобщенной переменной ξ_1 скорость роста функции $V_d / c_0 = f(\xi_1)$ выше, чем при больших значениях ξ_1 . Тот факт, что дискретный набор экспериментальных данных (точек) допускает аппроксимацию непрерывной кривой, свидетельствует о существовании определенной функциональной зависимости между V_d / c_0 и обобщенной переменной ξ_1 .

Дальнейшая задача состоит в определении конкретного вида этой функции, что является предметом отдельного рассмотрения.

Л и т е р а т у р а

1. Клейн Дж. Подобие и приближенные методы. — М.: Мир, 1968.
2. Минаковский В. М. Обобщенные переменные теории переноса. — Киев: Вища школа, 1978.
3. Кутателадзе С. С. Анализ подобия и физические модели. — Новосибирск: Наука, 1986.
4. Юсупалиев У.// Краткие сообщения, 2005. № 9. С. 42.
5. Юсупалиев У.// Там же. № 12. С. 45.
6. Леонтович М. А., Осовец С. М.// Атомная энергия. 1956. Т. 3. С. 81.
7. Комельков В. С.// ЖЭТФ. 1958. Т. 35. В. 1(7). С. 16.
8. Арцимович Л. А. Управляемые термоядерные реакции. — М.: Физматгиз, 1963.
9. Кварцхава И. Ф., Кервалидзе К. П., Гваладзе Ю. С. и др.// Nucl. Fusion. 1962. V. 1. P. 533.
10. Кварцхава И. Ф., Кервалидзе К. П., Гваладзе Ю. С. и др.// Ibid. 1965. V. 5. № 3. P. 181.
11. Комаров Н. Н., Кварцхава И. Ф., Фадеев В. М.// Ibid. P. 192.
12. Фадеев В. М., Кварцхава И. Ф., Комаров Н. Н.// Ibid. P. 202.
13. Комельков В. С., Морозова Т. И., Скворцов Ю. В.// В сб.: Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза. Т. 2. — М.: Изд-во АН СССР, 1958. С. 170.

14. Андрианов А. М., Базилевская О. А., Прохоров Ю. Г.// Там же. С. 185.
15. Вихрев В. В.// В сб.: Вопросы теории плазмы/ Под ред. М. А. Леонтовича. Вып. 10. — М.: Атомиздат, 1980. С. 243.
16. Имшенник В. С., Боброва Н. А. Динамика столкновительной плазмы. — М.: Энергоатомиздат, 1997.
17. Александров А. В., Савичев А. Т., Суров О. И. и др.// Физика плазмы. 1978. Т. 4. № 6. С. 1390.
18. Александров А. В., Савичев А. Т., Суров О. И. и др.// Там же. 1979. Т. 5. № 1. С. 184.
19. Александров А. В., Карпов О. В., Петров Г. Д. и др.// ТВТ. 1978. Т. 16. № 6. С. 1134.
20. Александров А. Ф., Рухадзе А. А. Физика сильнооточных электрозарядных источников света. — М.: Атомиздат, 1976.

Статья поступила в редакцию 18 июля 2006 г.

Some generalized variables of the cylindrical symmetric Z-pinch

U. Yusupaliev

Moscow State University, Moscow, Russia

V. M. Fadeev

All-Russian Research Institute for Electromechanics, Moscow, Russia

Generalized dimensionless variables of the cylindrical symmetric Z-pinch are determined using similarity and dimensionality theory and experimental data.