

мающихся разработкой и оптимизацией различного рода энергетических установок и устройств, основанных на принципе индукционного нагрева проводящих сред.

Л и т е р а т у р а

1. Tomson J. J. Radiation produced by the Passage of Electricity// Philos. Mag. 1926. V. 2. № 9. P. 674.
2. Eckert H. U. Diffusion theory of the electrodeless ring discharge// J. Appl. Phys. 1962. V. 39. № 9. P. 2780.
3. Freeman M. P., Chase J. D. Energy-Transfer mechanism and typical operating characteristics for the thermal rf plasma generator// Ibid. 1968. V. 39. № 1. P. 180.

4. Chase J. D. Magnetic pinch effect in the thermal rf induction plasma// Ibid. 1969. V. 40. № 1. P. 318.
5. Справочник по специальным функциям/ Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. — М.: Наука, 1977.
6. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. — М.: Наука, 1983.
7. Кратцер А., Франц В. Трансцендентные функции. — М.: ИЛ, 1963.
8. Ватсон Д. Н. Теория бесселевых функций. Ч. 1. — М.: ИИЛ, 1949.
9. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: ГИФМЛ, 1962.
10. Брычков Ю. А., Маричев О. И., Прудников А. П. Таблицы неопределенных интегралов. — М.: Наука, 1986.

Статья поступила в редакцию 23 ноября 2006 г.

The Thomson’s generalized model of high-frequency inductive discharge of the finite length

R. N. Gainullin, A. P. Kirpichnikov
Kazan State Technological University, Kazan, Russia

In the paper Thomson’s model of high-frequency inductive (HFI) discharge of the finite length are considered and obtained some important relationships for research of its structure.

УДК 537.52

О взаимном расположении максимумов некоторых характеристик высокочастотного индукционного разряда

Р. Н. Гайнуллин, А. В. Герасимов, О. В. Зеленко, А. П. Кирпичников
Казанский государственный технологический университет, г. Казань, Россия

На основе теоретического анализа распределения проводимости, плотности тока и удельной мощности тепловыделения в высокочастотном индукционном разряде установлен закон сгущения максимумов этих величин.

1. В электроплазменных процессах и энергоустановках, использующих высокочастотную индукционную (ВЧИ) плазму, зона разряда является основной технологической зоной. Информация о распределении основных параметров разряда (проводимость, температура, плотность тока, удельная мощность тепловыделения) и месторасположении их максимальных значений дает возможность определить оптимальные условия нагрева исходного материала и обеспечить высокое качество получаемого продукта.

Результаты, полученные авторами экспериментальных работ [1—3], дали основание высказать предположение о том, что внутри плазмоида ВЧИ-разряда для каждого из его поперечных сечений выполнено неравенство

$$r_1 < r_2 < r_3, \tag{1}$$

в котором $r_1 = r(\sigma_{\max})$, $r_2 = r(j_{\phi \max})$ и $r_3 = r(W_{\max})$ — радиальные координаты, соответствующие максимумам стоящих в скобках физических величин.

В этих соотношениях:

σ — проводимость в разряде;

$j = \sigma E_{\phi}$ — плотность вихревого тока;

E_{ϕ} — напряженность азимутального электрического поля;

$W = \frac{1}{2} \sigma E_{\phi}^2$ — средняя за период ВЧ-поля вкладываемая в разряд мощность на единицу объема.

На рис. 1 приведены графики зависимостей проводимости в разряде $\sigma(r)$, плотности вихревого тока $j = \sigma E_{\phi}$, объемной плотности вкладываемой в разряд мощности $W = \frac{1}{2} \sigma E_{\phi}^2$ в различных сечениях плазмоида ВЧИ-разряда, начиная от его цен-

трального сечения вниз по потоку, иллюстрирующие зависимость (1). Результаты получены на стационарной полупромышленной установке ВЧИ-11/60 по методике, описанной в цикле работ [1—3].

2. Неравенство (1) можно доказать аналитическим следующим образом.

Пусть проводимость в разряде $\sigma(r, z)$, плотность тока $j_\varphi(r, z) = \sigma E_\varphi$ и мощность тепловыделения $W = \frac{1}{2} \sigma E_\varphi^2$ есть функции, которые в каждом фиксированном сечении разряда достигают своих максимальных значений на отрезке $0 \leq r \leq R$ только один раз. Можно доказать, что при этом $r(\sigma_{\max}) < r(j_{\varphi_{\max}}) < r(W_{\max})$.

В точке $r_1 = r(\sigma_{\max})$

$$\left. \frac{\partial \sigma(r)}{\partial r} \right|_{r_1} = 0,$$

так что

$$\left. \frac{\partial \sigma(r)}{\partial r} \right|_{r_1} > 0 \text{ при } r < r_1$$

и

$$\left. \frac{\partial \sigma(r)}{\partial r} \right|_{r_1} < 0 \text{ при } r > r_1.$$

Тогда в точке $r_2 = r(j_{\varphi_{\max}})$ имеем

$$\left. \frac{\partial(\sigma E_\varphi)}{\partial r} \right|_{r_2} = \left. \frac{\partial \sigma}{\partial r} \right|_{r_2} E_\varphi(r_2) + \sigma(r_2) \left. \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} \right|_{r_2} = 0.$$

Но поскольку во всем объеме разряда величины $E_\varphi(r), \sigma(r), \frac{\partial E_\varphi(r)}{\partial r}$ неотрицательны, то, следовательно, в точке r_2

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial r} \right|_{r_2} = - \frac{\sigma(r_2)}{E_\varphi(r_2)} \left. \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} \right|_{r_2} < 0,$$

а это означает, что точка $r_2 = r(j_{\varphi_{\max}})$ находится на нисходящем участке функции $\sigma(r)$, т. е. на отрезке $r_1 < r < R$. Следовательно, $r_2 > r_1$.

В точке $r_3 = r(W_{\max})$ в свою очередь имеем

$$\left. \frac{\partial(\sigma E_\varphi^2)}{\partial r} \right|_{r_3} = \left. \frac{\partial(\sigma E_\varphi)}{\partial r} \right|_{r_3} E_\varphi(r_3) + \sigma(r_3) E_\varphi(r_3) \left. \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} \right|_{r_3} = 0.$$

Значит

$$\left. \frac{\partial(\sigma E_\varphi)}{\partial r} \right|_{r_3} = -\sigma(r_3) \left. \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} \right|_{r_3} < 0,$$

и, следовательно, $r_3 > r_2$.

В итоге получаем $r_1 < r_2 < r_3$, что и требовалось доказать.

Таким образом можно утверждать, что внутри ВЧИ-разряда радиальные координаты, соответствующие максимумам величин проводимости, плотности вихревого тока и вкладываемой в разряд мощности располагаются в порядке возрастания.

3. Определим закон сгущения точек r_i , соответствующих точкам максимумов величин σE_φ^{i-1} ($i = 1, 2, 3$) на оси r по направлению к периферии плазмоида.

Рассмотрим функцию вида

$$y_i = \sigma E_\varphi^{i-1}.$$

Изменение величины E_φ аппроксимируем прямой линией

$$E_\varphi = ar^{i-1},$$

а величину σ возьмем в виде

$$\sigma = \sigma_{\max} e^{-\left(\frac{r-r_0}{\Delta r}\right)^2}.$$

Тогда

$$y = ar^{i-1} \sigma_{\max} e^{-\left(\frac{r-r_0}{\Delta r}\right)^2}.$$

В этом случае с точки зрения математики вопрос о максимумах величин σE_φ^{i-1} как функции радиальной координаты r сводится к вопросу о нахождении максимумов функции

$$y = ar^{i-1} \sigma_{\max} e^{-\left(\frac{r-r_0}{\Delta r}\right)^2}, \quad i = 1, 2, 3,$$

который можно решить стандартными методами прикладного анализа.

Для точки $r^* = r(f_{\max})$, очевидно, имеем соотношение

$$\frac{\partial \left(ar^{i-1} e^{-\left(\frac{r-r_0}{\Delta r}\right)^2} \right)}{\partial r} = a(i-1)r^{i-2} e^{-\left(\frac{r-r_0}{\Delta r}\right)^2} -$$

$$- ar^{i-1} \frac{2(r-r_0)}{\Delta r^2} e^{-\left(\frac{r-r_0}{\Delta r}\right)^2} = 0$$

или

$$(i-1)r^{i-2} - r^{i-1} \frac{2(r-r_0)}{\Delta r^2} = 0,$$

так что

$$r^2 - rr_0 - (i-1) \frac{(\Delta r)^2}{2} = 0.$$

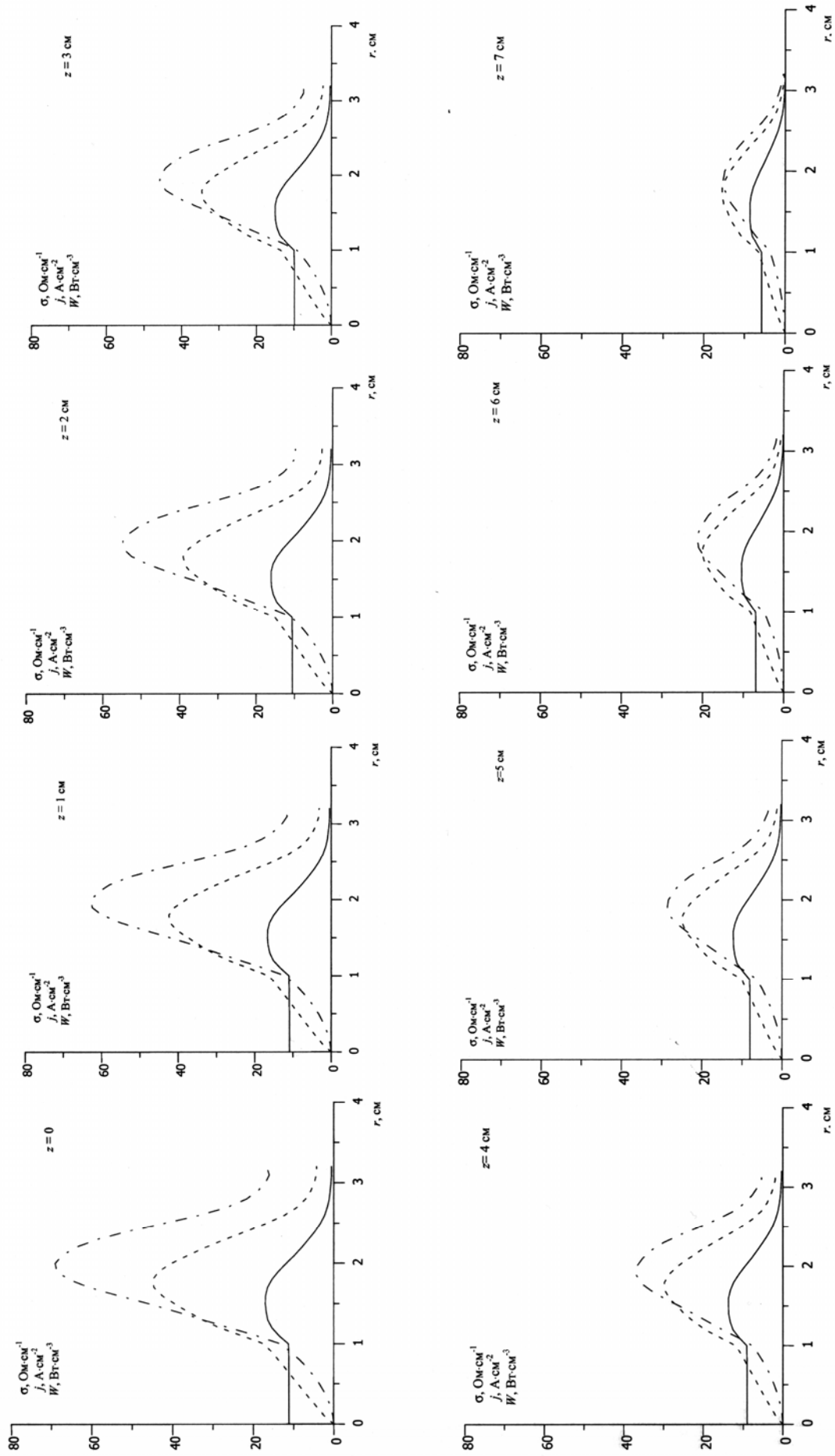


Рис. 1. Радиальное распределение: — удельной электропроводности σ ; - - - - - плотности тока j ; - · - · - · удельной мощности тепловыделения W в различных сечениях плазмоида

Как видно, наилучшее совпадение эмпирических данных с расчетными наблюдается для первых четырех внутренних сечений плазмоида вниз по потоку, что можно объяснить более точной аппроксимацией амплитуды азимутального электрического поля для этой области плазменного сгустка.

Методики, представленные в данной работе, могут быть полезны достаточно широкому кругу специалистов в различных областях физики и техники низкотемпературной индукционной плазмы.

Л и т е р а т у р а

1. Гайнуллин Р. Н., Герке А. Р., Кирпичников А. П.// Известия вузов. Сер. Физика. 1992. № 6. С. 121.
2. Гайнуллин Р. Н., Герке А. Р., Кирпичников А. П.// ИФЖ. 1995. № 2. С. 248.
3. Гайнуллин Р. Н., Герасимов А. В., Герке А. Р., Кирпичников А. П. Тепловые и газодинамические параметры высокочастотной индукционной плазмы// Основные направления развития тепло-электроэнергетики: Матер. докл. итоговой науч. конф. проф.-препод. состава. — Казань: Казанский филиал МЭИ. 1995. С. 91.

Статья поступила в редакцию 13 декабря 2006 г.

About a relative positioning of maxima of some characteristics of the high-frequency inductive discharge

R. N. Gainullin, A. V. Gerasimov, O. V. Zelenko, A. P. Kirpichnikov
Kazan State Technology University, Kazan, Russia

On the basis of the theoretical analysis of distribution of conductivity, density of a current and specific capacity of a thermal emission in the high-frequency inductive discharge the law of a thickening of these maxima be deduced.

* * *