

УДК 531.7:53.082.2:550.34.038.8

## Сейсмоприемник на основе ячейки Хеле-Шоу

И. А. Бабушкин, А. Ф. Глухов, В. А. Демин

Пермский государственный университет, г. Пермь, Россия

Д. А. Маловичко, Р. А. Дягилев

Горный институт УрО РАН, г. Пермь, Россия

*Теоретически изучено влияние внешних воздействий сейсмического происхождения на конвективные течения в подогреваемой снизу ячейке Хеле-Шоу. Произведен расчет температурных полей и формы течений в случае вертикального и горизонтального сейсмических сигналов. Результаты расчетов планируется использовать при проектировании прибора, способного регистрировать сейсмические воздействия. На основе численного моделирования выполнен подбор рабочей жидкости и найдены оптимальные значения геометрических параметров полости конвективного датчика ускорений.*

### Введение

В геофизике сейсмические датчики используются достаточно широко, однако отдельные направления исследований, связанные с сейсмологическими наблюдениями, требуют точных измерений в области инфранизких частот. Сейчас такие исследования не ограничиваются масштабом какого-то одного сейсмичного региона, поэтому возникает необходимость фиксировать волны от дальних землетрясений (амплитуды от  $10^{-8}$  до  $10^{-2}$  м; частоты 0,025—0,1 Гц) и даже собственные колебания Земли (амплитуды ускорений и смещений, соответственно,  $10^{-9} g$  и  $10^{-4}$  м, в диапазоне частот  $10^{-4}$ — $10^{-3}$  Гц) [1], что не всегда обеспечивается предлагаемыми промышленными образцами.

При измерениях в эпицентральных зонах землетрясений могут фиксироваться ускорения до первых единиц  $g$ . В то же время на больших расстояниях этот сейсмический эффект может быть едва ощутим приборами. При этом в каждой точке сейсмологических наблюдений неизбежно присутствует постоянный фон (микросейсмический шум), связанный с природными факторами (ветровые воздействия, сейсмический эффект движения океанических водных масс и т. д.) и деятельностью человека (вибрации механизмов, движение транспорта). Крайне важно, чтобы внутренние шумы сейсмических датчиков не превышали возможные микросейсмические шумы в местах проведения измерений.

Для оценки уровня микросейсмических шумов Петерсон [2] обобщил материалы сейсмологических наблюдений за "представительные" интервалы времени на большом числе сейсмических станций мира. В результате для широкого частотного диапазона были получены спектральные модельные

кривые высокого и низкого уровней шумов – New High Noise Model (NHNМ) и New Low Noise Model (NLNM). Учитывая, что уровень природного шума в широком диапазоне полезных частот может быть очень низким (порядка  $10^{-24} \text{ м}^2 \cdot \text{Гц}^{-1}$  для смещений,  $10^{-21} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{Гц}^{-1}$  для скорости смещений и  $10^{-19} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-4} \cdot \text{Гц}^{-1}$  для ускорений), кривая NLNM предъявляет достаточно серьезные технические требования к измерительной аппаратуре.

Наиболее распространенными типами сейсмических датчиков на сегодняшний день являются электродинамические маятниковые сейсмоприемники (велосиметры) и пьезоэлектрические акселерометры. Электродинамические сейсмометры обладают наилучшими характеристиками в диапазоне от 0,01 до 100 Гц, однако имеют ограниченный динамический диапазон. Пьезоэлектрические датчики по сравнению с электродинамическими имеют на низких частотах более высокий уровень внутренних шумов и в то же время более высокий предельный уровень регистрации. При этом нижняя граница частотного диапазона для широко используемых сейсмических датчиков составляет порядка 0,01—0,1 Гц.

Известно, что по отклику гидродинамической системы также можно судить о различных характеристиках внешних сейсмических воздействий, однако высокочувствительных сейсмоматчиков, использующих газ или жидкость в качестве рабочего тела, в силу слабой изученности явления пока нет. Для сейсмологического мониторинга на региональном уровне (наблюдение за местными землетрясениями и промышленными взрывами) и особенно для наблюдений в глобальном масштабе (удаленные землетрясения и ядерные взрывы) представляют интерес датчики, позволяющие регистрировать колебания с периодом в десятки и

сотни секунд. Очевидно, что разработка прибора с такими характеристиками после проведения соответствующих исследований вполне реальна. Более того, нижний предел регистрируемых частот возможно опустить до 0,01—0,001 Гц, что сравнимо с характеристиками весьма дорогостоящих аналогов, использующих электродинамический принцип.

На сегодняшний день промышленным датчиком, в основе которого лежат конвективные течения, является акселерометр, выпускаемый китайской компанией MEMSIC [3]. Данный датчик является двусосным, с небольшой полосой пропускания по частоте от 10 до 20 Гц и заявленной точностью до  $10^{-3} g$ . Конвективная ячейка представляет собой полость в форме прямоугольного параллелепипеда с размерами  $5 \times 5 \times 1,55$  мм с центральным нагревателем и батареями термопар на взаимно перпендикулярных осях. Рабочим телом является газ. Принцип работы акселерометра основан на регистрации изменения поля температуры при внешнем инерционном воздействии. Как показывает опыт исследований, в полости такой конфигурации при указанных рабочих частотах возможны сложные переходные трехмерные течения, которые могут существенно изменять поле температуры, что в свою очередь может дать неправильную интерпретацию сигналов с термопар. Кроме того, в конструкции компании MEMSIC необходима постоянная связь измерительного чипа с внешним компьютером, что может представлять некоторые трудности для полевых и стационарных наблюдений.

В настоящей статье представлены результаты теоретического исследования, позволяющие сконструировать лабораторный образец низкочастотного сейсмологического датчика на основе конвективной ячейки Хеле-Шоу, который будет способен работать в автономном режиме в области рабочих частот от 0,1 Гц и ниже. Предполагается, что работа датчика будет основана на регистрации и анализе термодинамических измерений при наличии вибрационных и инерционных ускорений (линейные вибрации, удар), которые влияют на распределение температуры в полости. Это даст возможность использовать его в качестве акселерометра не только в сейсмологии, но и в различных технологических процессах, авиационной и космической технике, автомобильной промышленности. В отличие от акселерометров электродинамического типа у конвективных датчиков отсутствует так называемый эффект залипания. Кроме того, регистрация статических ускорений в зависимости от угла наклона по отношению к вертикали дает возможность использования его в качестве авто-

матизированного уровня, аналога гировертикали или гирогоризонта, например, для определения искривления буровых скважин.

### Краевая задача и безразмерные параметры

Пусть в рассматриваемой полости (рис. 1) реализуются конвективные течения только в плоскости широких граней ( $x, y$ ). Выбирая в качестве единицы длины полутолщину полости, получим следующие геометрические параметры ячейки: толщина — 2, безразмерные высота и длина, соответственно,  $H$  и  $L$ . Полость находится в однородном статическом поле тяжести и подвергается действию сейсмического сигнала вдоль единичного вектора  $\vec{n}$ . Верхняя и нижняя горизонтальные грани, а также широкие вертикальные грани идеально теплопроводны, а узкие — теплоизолированы.

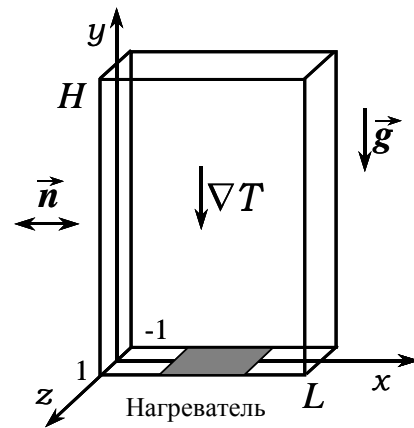


Рис. 1. Модель конвективной камеры сейсмического датчика

Для теоретического описания течений в полости будем использовать уравнения тепловой конвекции в приближении Буссинеска [4]:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{Pr} (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \Delta \vec{v} + Ra T \vec{\gamma}; \quad (1)$$

$$Pr \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) T = \Delta T, \quad \text{div } \vec{v} = 0, \quad (2)$$

где  $\vec{v}$ ,  $p$  и  $T$  — соответственно, поля скорости, давления и температуры;  
 $\vec{\gamma}$  — единичный вектор, направленный вертикально вверх.

При обезразмеривании уравнений в качестве единиц длины, времени, скорости, давления и температуры выбраны, соответственно,  $[d]$ ,  $[d^2/\nu]$ ,  $[\chi/d]$ ,  $[\rho \nu \chi / d^2]$ ,  $[\Theta]$ . Здесь  $d$  — полутолщина полости;  $\rho$  — плотность жидкости;  $\nu$ ,  $\chi$  — коэффициен-

ты кинематической вязкости и температуропроводности;  $\Theta$  — осредненная по времени разность температур между верхним теплообменником и нагревателем.

Система уравнений (1) и (2) содержит следующие безразмерные параметры: число Рэлея и число Прандтля

$$Ra = \frac{g\beta\Theta d^3}{\nu\chi}, \quad Pr = \frac{\nu}{\chi},$$

где  $\beta$  — коэффициент теплового расширения;

$g$  — величина ускорения свободного падения.

На твердых границах полости на скорость накладывается условие прилипания

$$\vec{v}|_{\Gamma} = 0.$$

На нижней границе полости поддерживается температура, меняющаяся с течением времени по закону

$$T|_{y=0} = 2e^{-(x-L/2)^2} \sin^2 \Omega t. \quad (3)$$

Зависимость (3) моделирует пульсирующий с течением времени локальный подогрев, который создается точечным нагревателем в середине нижнего теплообменника (см. рис. 1). Такой нагрев должен позволить более точно выполнять термомпарные измерения [5].

Считается, что частота пульсаций температуры на нижней границе полости достаточно велика по сравнению с характерным временем рассасывания тепловых возмущений на боковых гранях. Таким образом, далее будем предполагать, что на боковых сторонах полости устанавливается некоторый осредненный линейный профиль температуры, соответствующий подогреву снизу:

$$T_0|_{x=0,L} = 1 - y/H.$$

Это предположение скорее всего оправдывается в реальных условиях. Неоднородность профиля температуры на широких гранях не будет сильно отражаться на форме конвективного факела.

Ограничения на толщину ячейки позволяют использовать приближение плоских траекторий  $v_z = 0$ , поэтому дальнейшее рассмотрение будет вестись на основе уравнений, записанных в терминах функций тока:

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}.$$

В терминах функции тока уравнения (1)—(2) имеют вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{Pr} \left( \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = \Delta \varphi - Ra \frac{\partial T}{\partial x}; \quad (4)$$

$$Pr \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = \Delta T - \frac{1}{H} \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad (5)$$

где  $\varphi = \Delta_1 \Psi$ ,  $\Delta_1$  — плоский оператор Лапласа;

$T$  — отклонение температуры от линейного профиля.

Зависимость функции тока и температуры от координаты  $z$  моделировалась тригонометрическими функциями

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, t) \cos(\pi z/2);$$

$$T(x, y, z, t) = \theta(x, y, t) \cos(\pi z/2),$$

где  $\psi$ ,  $\theta$  — зависящие от времени амплитуды, характеризующие распределение полей функции тока и температуры в плоскости широких граней полости.

### Методика решения

Разложения полей подставлялись в систему (4)—(5), после чего уравнения усреднялись по координате  $z$  в соответствии с процедурой Галеркина. Затем система уравнений для амплитуд  $\psi$  и  $\theta$  решалась численно методом конечных разностей. Компьютерный модуль был написан на языке программирования FORTRAN-90 [6]. Алгоритм был разработан в соответствии с явной схемой решения дифференциальных уравнений в частных производных [7]. При аппроксимации производных по времени и производных по координатам использовались, соответственно, односторонние и центральные разности. Уравнение Пуассона для вихря скорости решалось методом простых итераций. Количество узлов в плоскости широких граней варьировалось в зависимости от геометрических параметров полости: 41—51 — по оси  $x$  и 31—41 — по оси  $y$ . В ходе расчетов использовался метод усреднения.

### Свободная конвекция в полости

Сначала была проведена калибровка датчика в отсутствие сейсмического сигнала. Расчеты были проведены для двух жидкостей: гептана и керосина. Параметры этих жидкостей приведены в таблице.

Рабочая жидкость	$\nu \cdot 10^{-6}, \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$	$\chi \cdot 10^{-7}, \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$	$\beta \cdot 10^{-3}, \text{ К}^{-1}$	Pr
Гептан C <sub>7</sub> H <sub>16</sub>	0,606	0,882	1,240	6,87
Керосин Т-1	1,820	0,701	0,955	25,96

При пульсационном подогреве полости снизу в соответствии с законом (3) в жидкости возникает течение, имеющее форму конвективного факела. На рис. 2 представлено характерное поле функции тока в некоторый фиксированный момент времени для гептана при среднем перепаде температуры на верхнем и нижнем теплообменниках  $\Theta = 1,5 \text{ }^\circ\text{C}$ , частоте  $\Omega = 0,1$  и размерах полости  $10 \times 15$ . Расчеты показывают, что интенсивность этого течения сильно зависит от соотношения сторон широких граней конвективной ячейки, частоты и амплитуды пульсаций. В случае относительно малых частот максимальные значения функции тока и температуры в массиве меняются с течением времени по гармоническому закону вблизи некоторых средних значений. По мере возрастания частоты пульсаций поле температуры в жидкости уже не успевает подстраиваться под быстро меняющиеся тепловые условия на нижней границе полости. В жидкости устанавливается течение в виде стационарного конвективного факела.

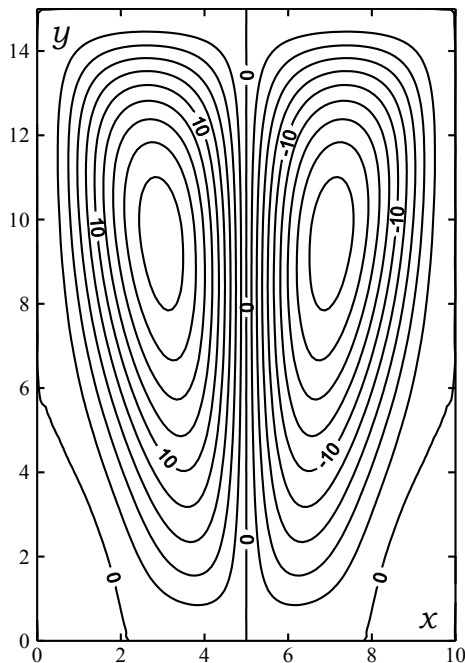


Рис. 2. Поле функции тока в установившемся колебательном режиме

В таком режиме при высоких частотах максимумы функции тока и температуры практически перестают меняться с течением времени. Однако следует отметить, что на практике создать датчик, который работал бы на достаточно высокой частоте, невозможно, так как при пульсациях темпера-

туры нагревателя необходимо отводить тепло от нижнего теплообменника. Время, затрачиваемое на приведение теплообменника в состояние с первоначальной температурой, является естественным ограничением на период колебаний нагревателя.

### Регистрация сейсмического сигнала

#### Форма сейсмического сигнала

Будем моделировать сейсмический сигнал гармонической функцией с отличной от нуля амплитудой на некотором интервале времени. Тогда в неинерциальной системе отсчета, связанной с полостью, имеем

$$\vec{g} \rightarrow \vec{g} + \vec{n}b\omega^2 \sin \omega t,$$

где  $\omega$  — циклическая частота сигнала;

$b$  — амплитуда колебаний;

$\vec{n}$  — вектор, вдоль которого совершаются колебания полости.

Форма такого сигнала приблизительно соответствует реальному сейсмическому воздействию, когда имеется несколько сильных толчков с достаточно большой амплитудой, а затем некоторое время идут малые колебания, сравнимые по амплитуде с шумом.

Наличие сейсмического сигнала приводит к появлению в правой части уравнения (4) дополнительного слагаемого, величина которого определяется еще одним безразмерным параметром

$$Ra_v = \frac{b\omega^2 \beta \Theta d^3}{\nu \chi}.$$

Чтобы определиться с выбором жидкости в качестве рабочего тела, рассмотрим типичный случай глубинного землетрясения. Сейсмический сигнал от такого явления приходит, как правило, снизу вверх в направлении, близком к вертикальному (продольная волна). Вслед за продольной волной наблюдаются и другие типы волн (поперечные и поверхностные) с преобладающими движениями в горизонтальной плоскости. В случае вертикальных колебаний имеем в течение некоторого промежутка времени модуляцию силы тяжести. Сейсмический сигнал, распространяющийся вдоль поверхности земли, приводит к продольным колебаниям полости. Характерное значение вибрационного числа Рэлея для частоты 0,5 Гц, амплитуды 1,5 см и разности температур в полости  $1,5 \text{ }^\circ\text{C}$  составляет для гептана  $Ra_v \approx 3,75$ , а для керосина  $Ra_v \approx 1,66$ . Видно, что гептан более чувствителен к внешним вибрационным воздейст-

виям, помимо этого вязкость у него значительно ниже, чем у керосина, в то время как коэффициенты температуропроводности практически одинаковы. Как следствие, характерное время вязкой релаксации у гептана меньше, чем у керосина, поэтому у датчика, заполненного гептаном, разрешающая способность сейсмических сигналов будет выше. Таким образом, в дальнейшем будут приведены результаты расчетов только для гептана.

### Вертикальный сейсмический сигнал

В случае вертикального сейсмического сигнала вектор, направленный вдоль оси вибраций, имеет координаты  $\vec{n}(0, 1, 0)$ .

Численное моделирование сводилось к тому, что в некоторый момент времени, когда датчик работал в установившемся режиме, "включался" сейсмический сигнал, интенсивность которого определялась вибрационным числом Рэлея. Большинство расчетов выполнялось для  $Ra_v = 4$ . На рис. 3 изображена зависимость максимума функции тока от времени при средней по времени разности температур на теплообменниках  $\Theta = 1,2$  °C, безразмерной циклической частоте нагревателя  $\Omega = 0,2$ , частоте сигнала  $\omega = 0,02$  и соотношении сторон  $12 \times 16$ .

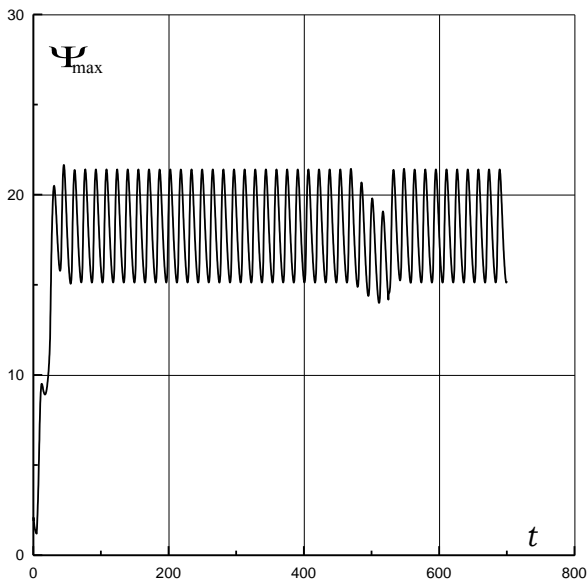


Рис. 3. Зависимость максимума функции тока от времени

В ходе численного эксперимента в момент времени  $t_1 \approx 455$  сигнал включался, при  $t_2 \approx 535$  действие сигнала прекращалось. Рис. 3 позволяет утверждать, что влияние сейсмического сигнала, несмотря на некоторое запаздывание, отчетливо отражается на конвективном течении. Аналогичные расчеты, выполненные для керосина, показали, что релаксационный "хвост" сейсмического сигнала сравним с длиной самого сигнала.

Покадровая эволюция течения при действии вертикального сейсмического сигнала отражена на рис. 4. Эти расчеты соответствуют  $\Theta = 1,5$  °C, безразмерной циклической частоте нагревателя  $\Omega = 0,6$  и  $\omega = 0,1$ . Видно, что сейсмическое воздействие изменяет скорость всплытия теплового пятна, при этом симметрия течения не нарушается.

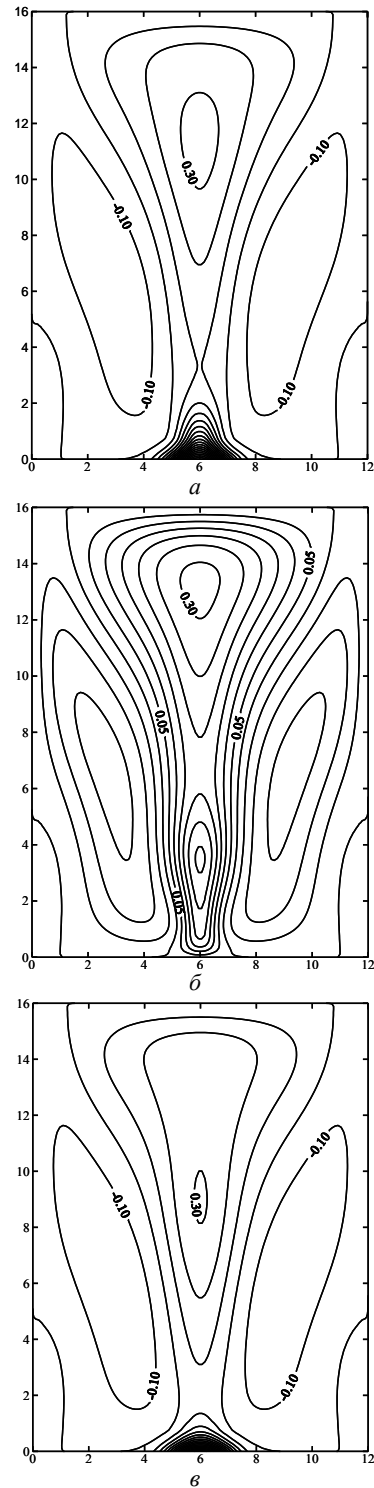


Рис. 4. Поле температуры в разные моменты времени при действии вертикального сейсмического сигнала: а — стадия формирования теплового пятна; б — всплытие теплового пятна, в — возвращение системы в исходную стадию

**Горизонтальный сейсмический сигнал**

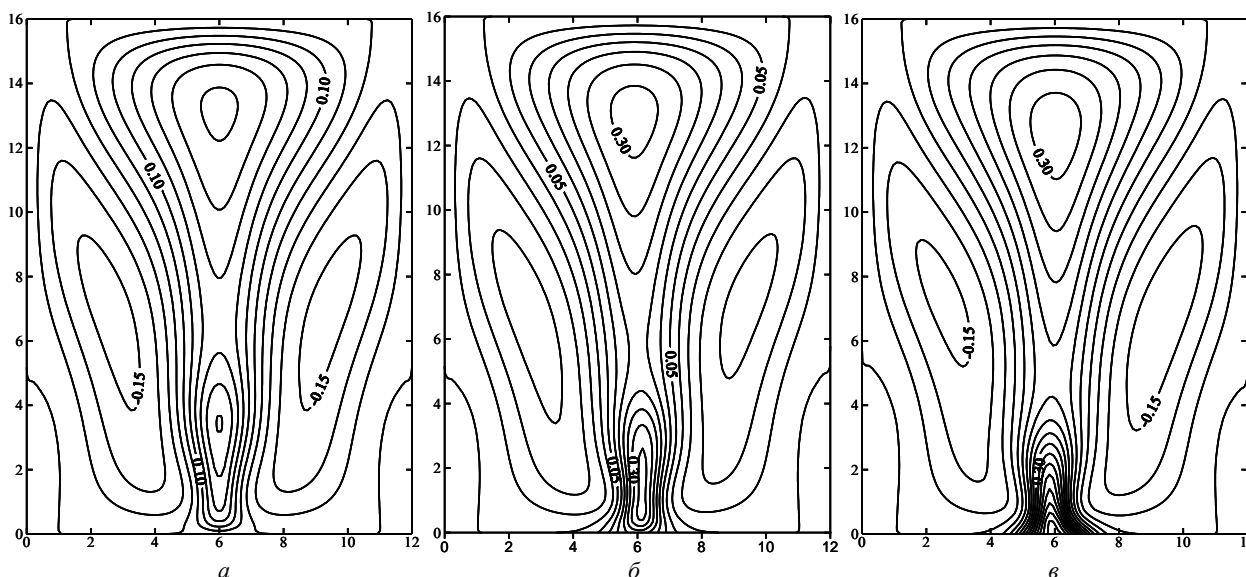
**Заключение**

Для горизонтального сейсмического сигнала, ориентированного продольно широким граням полости, имеем вектор  $\vec{n}(1, 0, 0)$ .

Величина отклика на горизонтальные вибрации приблизительно такая же, как в случае вертикального сигнала, поэтому график зависимости максимума функции тока от времени не приводится. Большой интерес в период действия на гидродинамическую систему сейсмического сигнала представляет форма течения. Для трех разных моментов времени изолинии поля температуры показаны на рис. 5. Видно, что при наличии горизонтальных вибраций конвективный факел колеблется вдоль широких граней полости, т. е. симметрия течения относительно вертикальной оси нарушается. Область вблизи нагревателя характеризуется большими значениями градиента температуры, поэтому

Выполнено теоретическое исследование, позволяющее спроектировать сейсмический датчик на основе конвективной ячейки Хеле-Шоу. Расчеты показали, что геометрические параметры конвективной камеры должны быть соотнесены с рабочей жидкостью и теми воздействиями, для регистрации которых будет предназначен датчик. Данные, полученные в ходе численного моделирования, позволили предсказать наиболее оптимальные значения геометрических параметров рабочего блока измерительного датчика.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант р\_офи № 07-08-97620).*



**Рис. 5. Поле температуры в разные моменты времени при действии горизонтальных вибраций:**  
*a* — симметричное относительно вертикали течение; *b, v* — колебания конвективного факела

отклонения конвективного факела от вертикали будут легко фиксироваться термодарами. За время, необходимое для формирования и всплытия теплового пятна при вертикальном сигнале, в случае горизонтальных колебаний конвективный факел совершает одно колебание в плоскости широких граней. На колебательные воздействия, ориентированные вдоль горизонтальной оси, гидродинамическая система реагирует не так, как на вертикальные вибрации, поэтому термодары в датчике необходимо установить таким образом, чтобы эти различия фиксировались.

**Литература**

1. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: теория и методы. — М.: Мир, 1983. Т. 1. — 520 с.
2. Peterson J. Observation and modeling of seismic background noise//U. S. Department of Interior, Geological Survey. Open-File Report. 93-322, 1993. — 91 p.
3. MEMSIC [Электронный ресурс]/Режим доступа: <http://www.memsic.com>.
4. Гериуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. — М.: Наука, 1972. — 392 с.
5. Харкевич А. А. Борьба с помехами. — М.: Наука, 1965. — 276 с.
6. Фортран-90. Международный стандарт/Пер. с англ. С. Г. Дробышевич. — М.: Финансы и статистика, 1998. — 416 с.
7. Тарунин Е. Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. — Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. — 228 с.

*Статья поступила в редакцию 7 ноября 2007 г.*

## Seismic sensor based on Hele-Shaw cell

*I. A. Babushkin, A. F. Glukhov, V. F. Demin*  
Perm State University, Perm, Russia

*D. A. Malovichko, R. A. Dyagilev*  
Mining Institute UB RAS, Perm, Russia

*The influence of external seismic signals on convective flows in Hele-Shaw cell heated from below was investigated theoretically. The temperature and velocity fields were calculated numerically in the cases of vertical and horizontal seismic waves. The results of calculations will be used to design sensor that will be intended for registration of low-frequency microaccelerations of the seismic origination. Selection of working liquid and optimal value of aspect ratio of the cell sides were found on the base of numerical modeling.*

\* \* \*