

УДК 537.52

## Перколяционная модель лавинно-стримерного пробоя

Х. Д. Ламажапов

Самарский государственный университет путей сообщения, г. Самара, Россия

Д. А. Рыбаков

Самарский государственный аэрокосмический университет, г. Самара, Россия

*Рассмотрены вопросы моделирования структуры начальной стадии электрического пробоя газов при учете развития случайного множества лавин с применением методов теории перколяции. Применение аппарата теории перколяции позволяет не только оценить порог пробоя как возникновение кластера, замыкающего промежуток, и скорость продвижения плазменного образования, но и оценить топологические особенности образованного квазиплазменного объекта. Произведено сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными.*

PACS: 52.80.Mg

### Введение

Неотъемлемой частью формирования любого разряда является развитие электронных лавин. В области субатмосферных и атмосферных давлений в большинстве газов (инертные газы, воздух, SF<sub>6</sub> и т. д.) дальнейшее развитие разряда происходит через лавинно-стримерный переход. Механизм продвижения стримера является дискуссионным и не представляется однозначно определенным несмотря на то, что этот вопрос рассматривается давно. Как известно, решение задачи о лавинно-стримерном переходе с учетом всех процессов (разных видов ионизации, тушения, дрейфа, диффузии и т. д.) становится трудно разрешимой, если количество начальных неоднородностей на порядок больше. Если же число начальных электронов порядка 10<sup>3</sup>, то точное решение задачи стандартными способами становится практически невыполнимым. Однако известно, что имеется общая универсальная причина пороговых явлений при возникновении проводящего кластера из множества кластерообразующих объектов: возникновение бесконечного связанного кластера при достижении порога перколяции (протекания), причем порог возникновения определяется геометротопологическими особенностями кластерообразующих объектов (комбинацией их концентрации и размеров, формой и размерностью рассматриваемого пространства и т. п.). А вышеупомянутый учет особенностей ионизации, тушения и т. д. приведет, на наш взгляд, к выявлению определенных особенностей перехода множества лавин в стримеры и, возможно, свойств возникающих самоподобных структур фрактального типа. Известные, ставшие классическими, модели [1], весьма точно учитывающие кинетику, динамику развития от-

дельно взятой плазменной неоднородности как с учетом, так и без учета фоновой проводимости газа, не могут все-таки выявить такие геометротопологические особенности объекта, образованного слиянием множества лавин, как фрактальная размерность. Получающийся при слиянии объект назван "стримерный кластер", так как его свойства не сводимы ни к свойствам отдельного стримера, ни множества отдельных стримеров.

Предпринятая авторами статьи попытка не может претендовать на точный количественный расчет таких характеристик как скорость продвижения "стримера" или напряжение пробоя, так как такая задача не ставилась, а направлена на выявление качественно новых характеристик пробоя: фрактальной размерности и перколяционной динамики полученного объекта.

Фрактальная размерность является индикатором типа процесса. В случае размерности, близкой к 1, их ситуация близка к одностримерному пробую, а в случае размерности, близкой к 3, — к объемно-однородному пробую. Промежуточные значения могут характеризовать многостримерный процесс, а для многих технических приложений таких, как объемно-однородный разряд в SF<sub>6</sub>, N<sub>2</sub>, применяемый для возбуждения активных сред лазеров, такая характеристика однородности может оказаться весьма важной для оценки эффективности накачки или электрооптического КПД.

Перекрывание газового промежутка в большинстве газовых смесей происходит через множественный лавинно-стримерный переход, когда одновременно развивается множество стримеров. Важная особенность стримерной теории состоит в том, что для быстрого развития стримера, особенно катодонаправленного, необходим существенный вклад ионизации фотонами, которые излу-

чаются вблизи острия стримера. Однако исследования показали [2], что они имеют малую длину свободного пробега и низкий выход фотонов на вторичный электрон, т. е. их влияние на скорость продвижения стримера скорее всего преувеличено, а в некоторых случаях фотоионизацией можно пренебречь.

Для расчета была создана программа, позволяющая исследовать как статические, так и динамические трехмерные перколяционные кластеры. Расчеты показывают перспективность применения фрактальной математики и теории перколяции для описания процессов искрового разряда.

### Статическая модель

На начальном этапе решалась статическая задача формирования перколяционных кластеров. В пространстве разбрасывались случайные параллелепипеды, и программа находила связанные кластеры, в которых искался кратчайший путь вдоль одной из осей от одной крайней точки до другой. Численные эксперименты показали, что кратчай-

шие пути внутри кластера очень напоминают траекторию искрового канала (рис. 1). Затем вычислялись фрактальные размерности кластеров. При размерности 3 имеем почти непрерывное распределение элементов по объему и можем перейти к модели типа Таунсенда, а при размерности 1 — к одностримерному пробую. Для промежуточных значений можно рассматривать многостримерный пробой.

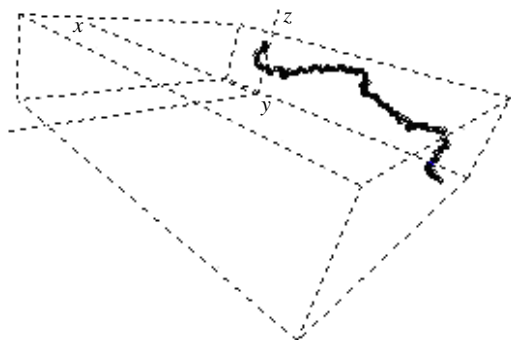


Рис. 1. Геометрия кратчайшего пути в кластере на пороге перколяции

### Кластер-кластерная агрегация и динамическая перколяция

В воздухе при нормальных условиях присутствует  $n_0 \sim 10^3 \text{ см}^{-3}$  свободных электронов, вызванных фоновым излучением  $\sim 10$  микрорентген в час [3]. От этого излучения практически невозможно экранироваться. Порядок величины  $n_0$  таков, что позволяет ввести дискретный учет эффектов, производимых каждым электроном.

В начальный момент модель предполагает множество случайно разбросанных по трехмерному объему электронов. При приложении внешнего электрического поля из электронов образуются электронные лавины. Радиус головной части лавины растет по диффузионному закону, а длина — по дрейфовому [4, 5]. Они обладают возрастающим дипольным моментом, и их поле накладывается на внешнее поле, в результате возникает сложная картина поля, в которой происходит дальнейшее развитие лавин.

Важным моментом является процесс слияния лавин и образования плазменных кластеров. Последние тоже сливаются, образуя более длинные кластеры. Этим эффектом можно объяснить скорость распространения стримера, которая на порядок больше дрейфовой скорости электронного облака. Процессы слияния имеют аспекты, которые будут рассмотрены ниже.

Весь процесс можно назвать "динамической перколяцией", так как рассматривается процесс нарастания проводящей структуры во времени. Этот процесс можно назвать также "кластер-кластерной агрегацией", так как происходит слияние плазменных образований.

### Случайное слияние и слияние под действием локально искаженного поля

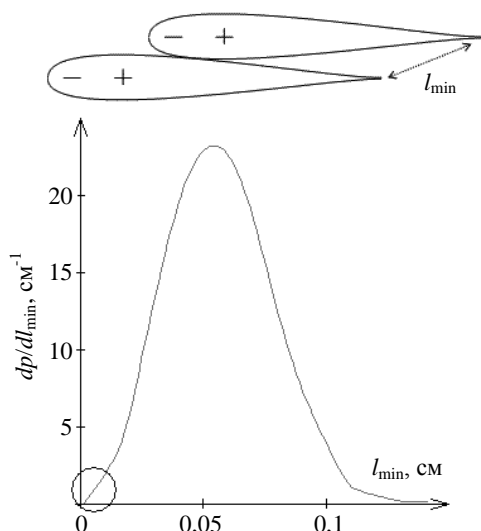
Плазменное образование имеет головку, середину и хвост. Головка подвижна и представляет собой облако электронов. Середина состоит из квазинейтральной плазмы, и ее отдельные участки в нашем приближении можно считать статическими. Хвост плазменного образования состоит из ионов, которые тоже считаются неподвижными.

На начальных стадиях происходит движение головки лавины вдоль силовых линий поля, она может случайно встретиться с малоподвижным хвостом передней лавины. Так как затравочные электроны разбросаны случайно, то существуют пары, которые расположены близко друг к другу (рис. 2). В этих местах вероятность слияния выше.

Следует отметить, что на самом начальном этапе процессы возбуждения и излучения атомов слабы, поэтому свечение не регистрируется, и этот этап характеризуется как предпробойная задержка.

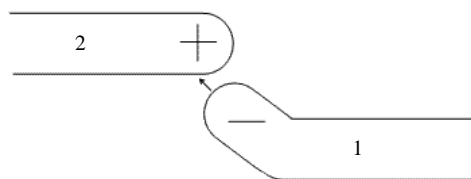
Когда разделение зарядов становится значительным и дипольный момент возрастает, вблизи концов происходит значительное искажение поля, которое усиливается благодаря перераспределению заряда в проводящей плазме (см. задачу о куске проводящего стержня в электрическом поле). Такое поле начинает влиять на траекторию головки и отклонять ее от силовых линий внешнего по-

ля. Наибольшее влияние оказывает ближайший положительный хвост (рис. 3).



**Рис. 2. Распределение плотности вероятности расстояния до самого ближнего электрона.**

Электроны равномерно распределены по объему. Плотность электронов  $10^3 \text{ см}^{-3}$ . Кружком отмечена область, где наиболее вероятно, что лавины, образованные этими электронами, начнут сливаться на ранних этапах развития разряда



**Рис. 3. Слияние в локально искаженном поле:**  
1, 2 — кластеры с подвижными электронами

Расчеты показывают, что такое притяжение значительно влияет на скорость образования длинных кластеров, как бы охотнее срывает звенья цепи. Экспериментально факт взаимного влияния плазменных образований был обнаружен в работе [6].

В момент слияния происходит прирост длины как в сторону катода, так и в сторону анода. Поэтому кластер-кластерная агрегация может объяснить направление распространения в обе стороны и не требует наличия фотоионизации. Прирост в сторону анода в нашей модели оказывается выше, так как прибавляется скорость дрейфа электронов.

### Процесс слияния

В работе использовались упрощенные представления о процессе слияния. В реальности же необходимо учитывать самосогласованное поле и экспоненциальную зависимость коэффициента ионизации  $\alpha$  от поля. Зависимость  $\alpha(E)$  влияет на скорость размножения электронов и, соответ-

ственно, на скорость приращения заряда головки, которая получается дважды экспоненциальной.

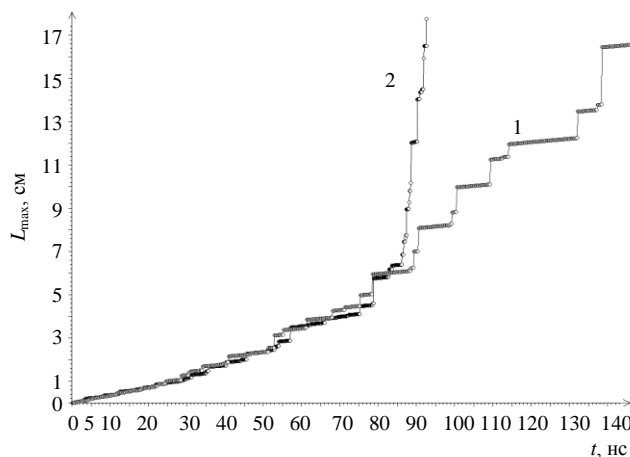
В момент слияния происходит перераспределение заряда. Подвижные электроны из кластера 1 проходят сквозь кластер 2 (см. рис. 3) и перераспределяются. Таким образом, осуществляется продвижение стримера на значительное расстояние.

Более аккуратный учет эффектов не влияет на качественную картину, но значительно увеличивает необходимую мощность ЭВМ и время расчета, что затрудняет исследование основных эффектов.

### Результаты расчетов

Данная работа является первой попыткой использовать эффект динамической перколяции, и разработанная модель поэтому была специально упрощена, чтобы выделить и продемонстрировать эффект множественности этого явления. Для количественной оценки порога пробоя и скоростей использовался коэффициент ионизации азота при нормальных условиях [5]. Наиболее наглядно эффект можно продемонстрировать в длинном промежутке с однородным полем, где гальваническая связь с электродами отсутствует.

В каждый момент времени вычислялась длина максимального кластера. Эта величина взята как индикатор скорости процесса (рис. 4). Индикатором эффекта перколяции и агрегации взято отношение скорости роста кластера к скорости распространения отдельной лавины.



**Рис. 4. Длина максимального кластера в зависимости от времени:**  
1 — без учета притяжения образований; 2 — с учетом притяжений

Со временем скорость роста увеличивается, так как сливаются все более длинные образования. Ввиду того, что в модели слияния происходили мгновенно, прирост длины оказывался ступенчатым, в реальном разряде эти ступени будут сглажены. Графики на рис. 4 получены при одинако-

вых условиях, различался только один параметр модели. В графике 1 (см. рис. 4) не учитывалось взаимное влияние плазменных образований, и все головки распространялись вдоль линий внешнего поля, на графике 2 учитывались искажение поля и притяжение плазменных образований.

Полученный график показывает, что на скорость развития разряда существенную роль оказывают слияние и взаимное притяжение плазменных образований. Поведение графика номер 2 находится в разумном согласии с экспериментальной картиной начальной стадии искрового разряда [7]: непосредственно после приложения внешнего поля происходит запаздывание в несколько десятков наносекунд. В это время плазменные образования имеют слабый дипольный момент и развиваются прямолинейно со скоростью порядка  $10^7$  см·с<sup>-1</sup>, это соответствует пологой части графика. Дипольный момент возрастает, и когда он становится существенным, начинаются интенсивные процессы слияния и развития кластеров, что соответствует крутой части графика 2 (см. рис. 4). В этот момент появляются свечение и быстрораспространяющиеся стримеры. Сравнение результатов моделирования и экспериментальных данных приведено в таблице.

Расхождение с экспериментом можно объяснить следующим образом. При более реалистичском учете процессов слияния в модели индикатор процесса перколяции  $v'_3/v_1$  должен оказаться меньше. Предпробойная задержка в эксперименте

обусловлена наличием затравочного выступа, которого не было в модели и поэтому без него она окажется больше.

### Фотоэффект

Фотоэффект был предложен Миком и Лёбом для качественного объяснения явлений в искровом разряде. Несмотря на его простоту и универсальность, в более поздних исследованиях он подвергается сомнению. Дело в том, что параметры фотоэффекта сильно зависят от состава газовой смеси: от возможных переходов электронов с уровня на уровень, частот испускаемых гамма-квантов, от длин поглощения, вероятностей испускания и т. п. Эти параметры могут заметно варьироваться даже при незначительном изменении состава исследуемой смеси. Тем не менее во многих случаях неизменно наблюдается лавинно-стримерный переход, в котором скорость распространения стримера выше дрейфовой и в 90 раз превышает ее.

Следует отметить, что наше объяснение чем-то схоже с объяснением с помощью фотоэффекта. Однако в нашей модели присутствует притяжение плазменных образований, которое возможно благодаря тому, что электроны подвергаются длительному воздействию поля и успевают породить лавины с бóльшим дипольным моментом и бóльшими размерами, чем это могли бы давать фотоэлектроны.

№ п/п	Параметры	Экспериментальные данные [7]	Данные моделирования
1	Длина промежутка, см	13	13
2	Геометрия	Плоские электроды с затравочным выступом	Нет электродов, однородное поле
3	Состав смеси	N <sub>2</sub> , N <sub>2</sub> /O <sub>2</sub>	Не моделировался
4	Давление, Торр	$p = 100-900$	Не моделировалось
5	Время нарастания внешнего поля, нс	20	0
6	Скорость дрейфа в неискаженном поле $v_1$ , см·с <sup>-1</sup>	Не регистрировалась, должна составлять $0,4 \cdot 10^7-4 \cdot 10^7$ [5]	$10^7$
7	Коэффициент ионизации $\alpha$	Не вычислялся	18 (фиксированный)
8	Предпробойная задержка $\tau$ , нс	30—40 (обусловлена затравочным выступом)	50—80
9	Скорость роста плазменных кластеров, когда искажение поля мало $v_2$ (пологая часть графика), см·с <sup>-1</sup>	Не регистрировалась	Возрастает до $10^8$
10	Скорость распространения стримерного облака по результатам фотографирования $v_3$ , см·с <sup>-1</sup>	В зависимости от давления: $10^8-8 \cdot 10^8$ — для анодо-направленных стримеров; $0,3 \cdot 10^8-9 \cdot 10^8$ — для катодо-направленных стримеров	См. параметр 11 ниже
11	Скорость роста длиннейшего кластера, когда искажение поля становится значительным $v'_3$ (крутой участок графика), см·с <sup>-1</sup>	См. параметр 10 выше	$4 \cdot 10^8-9 \cdot 10^8$ (в зависимости от концентрации затравочных электронов)
12	$v_3/v_1$	$\sim 10$ для анодо-направленных; $\sim 3-20$ для катодо-направленных	См. параметр 13
13	Индикатор процесса перколяции $v'_3/v_1$	См. параметр 12	40—90

Представленная в статье картина лавинно-стримерного перехода не исключает полностью наличия фотоэффекта. Возможна комбинация обоих эффектов. В данной интерпретации фотоэффект может добавлять новые свободные электроны в процессе развития разряда и придавать к основному эффекту перколяции некоторые дополнительные особенности. Например, в работе [7] проводились эксперименты как с чистым  $N_2$ , так и со смесью  $N_2/O_2$ . Несмотря на то, что добавление  $O_2$  увеличивает прилипательные процессы, скорость распространения стримеров увеличивается, что скорее всего связано с процессом фотоионизации, описанном в работе [8].

В случае, когда количество фотоэлектронов будет порядка  $n_0$  или меньше, фотоэффект не может кардинально влиять на картину развития. Это показывают расчеты процесса для разной начальной плотности фоновых электронов (рис. 5). Несколько изменяются время предпробойной задержки и скорость роста. Очевидно, что увеличение количества электронов увеличивает вероятность случайного слияния, но решающая стадия развития происходит в момент, когда притяжение становится значительным.

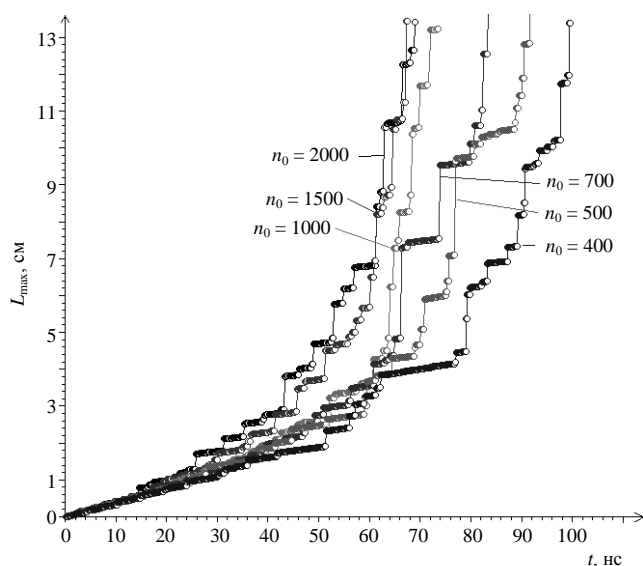


Рис. 5. Расчет процесса для начальной концентрации электронов  $n_0 = 400, 500, 700, 1000, 1500, 2000 \text{ см}^{-3}$

### Выводы

Расчеты показывают перспективность применения аппарата фрактальной геометрии и теории перколяции для объяснения групповых эффектов лавинно-стримерного пробоя. Индикатором типа процесса может служить фрактальная размерность перколяционных кластеров. Феномен динамической перколяции способен объяснить предпробойную задержку, высокую скорость роста, геометро-топологические особенности образующихся плазменных кластеров, а также их ступенчатое развитие.

Авторы выражают признательность участникам 35-й международной Звенигородской конференции по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу, принявшим участие в обсуждении одноименного доклада, особенно, К. Н. Ульянову за критические замечания и плодотворные обсуждения.

### Литература

1. Ульянов К. Н., Чулков В. В. // ЖТФ. 1988. № 58(2). С. 328.
2. Teich T. H. // Zeitschrift fuer Physik. 1967. Bd. 199. h. 4. P. 378—394
3. Яковленко С. И. Механизм распространения стримера к аноду и к катоду, обусловленный размножением электронов фона // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 9.
4. Лозанский Э. Д., Фирсов О. Б. Теория искры. — М.: Атомиздат, 1975.
5. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. — М.: Наука, 1992.
6. Frohlich A. Formation of Sparks by Several Electron Avalanches// Nature 215. P. 1362—1363
7. Yi W. J., Williams P. F. Experimental study of streamers in pure  $N_2$  and  $N_2/O_2$  mixtures and  $a \approx 13 \text{ cm}$  gap// J. Phys. D.: Appl. Phys. 2002. V. 35. P. 205—218.
8. Лозанский Э. Д. Развитие электронных лавин и стримеров// УФН 1975. Т. 117. Вып. 3.

Статья поступила в редакцию 22 июня 2008 г.

## Percolation model of avalanche-streamer breakdown

H. D. Lamazhapov

Samara State University of Transport, Samara, Russia

D. A. Rybakov

Samara State Airspace University, Samara, Russia

*Simulation of initial stage of electrical breakdown is concerned with taking into account plural development of accidentally allocated avalanches using percolation theory. Adaptation of percola-*

tion theory allows evaluating breakdown threshold as appearance of cluster overlapping the discharge gap, evaluating speed of plasma object propagation and also evaluating its topological features. Comparison of calculated and experimental data has been represented.

PACS: 52.80.Mg

УДК 533.951: 537.533.7

## О возможности использования нормального эффекта Доплера при реализации плазменного релятивистского СВЧ-усилителя в диапазоне частот 2—3 ГГц

*И. Л. Богданкевич, И. Е. Иванов, А. А. Рухадзе, П. С. Стрелков*

Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН (ИОФ РАН), Москва, Россия

*В. П. Тараканов*

Институт теплофизики экстремальных состояний РАН (ИТЭС), Москва, Россия

*Рассмотрена возможность использования нормального эффекта Доплера для подавления обратной связи в конечной плазменно-пучковой системе. Приведены результаты численного моделирования, полученные с использованием нестационарного электродинамического вычислительного кода КАРАТ и результаты физического эксперимента для СВЧ-усилителя в диапазоне частот 2—3 ГГц.*

PACS: 52.35.Hr; 52.35.Qz

### Введение

При построении усилителя надо подавить положительную обратную связь, обусловленную отражением волн от границ системы. Эта проблема особенно остро стоит для систем с большим коэффициентом усиления, каковыми являются плазменные релятивистские приборы черенковского типа. В большинстве случаев в релятивистской плазменной СВЧ-электронике для подавления обратной связи применяется СВЧ-поглотитель [1, 2]. Моделирование этой ситуации рассмотрено в работе [3].

В данной работе приведен другой механизм подавления обратной связи, без использования СВЧ-поглотителя. В ИОФ РАН создана установка плазменного релятивистского усилителя в диапазоне частот 2—3 ГГц [4]. Как в условиях физического эксперимента, так и в численном моделировании при реализации такого режима возникают особенности по сравнению с более высокочастотным усилителем.

Рассмотрим схему дисперсионных кривых плазменных и пучковых волн, приведенную на рис. 1. Эффект Черенкова считается основным механизмом вынужденного излучения при прямолинейном распространении релятивистского электронного пучка (РЭП) в системах с плазменным

заполнением. В ограниченной по длине системе существуют две плазменные волны: попутная, распространяющаяся в направлении движения электронов ( $k_z > 0$ ), и встречная ( $k_z < 0$ ), возникающая из-за отражения от конца плазменного волновода.

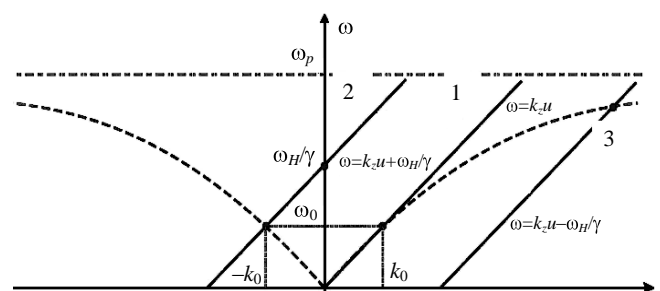


Рис. 1. Дисперсионные кривые:

----- — плазменных волн; 1 — волн пространственного заряда пучка; 2 — волн быстрой циклотронной волны; 3 — волн медленной циклотронной волны

Обе волны при  $|k_z| \rightarrow \infty$  достигают значения частоты  $\omega = \omega_p$ , где  $\omega_p$  — ленгмюровская частота электронов плазмы (см. рис. 1). В приближении  $\omega_b < \omega$ , где  $\omega_b$  — ленгмюровская частота электронов пучка, волна пространственного заряда РЭП (см. рис. 1, кривая 1) удовлетворяет уравнению  $\omega = k_z u$ ,  $u$  — скорость электронного пучка. При