

УДК 539.3

Экранирование равномерно движущейся в неравновесной плазме заряженной макрочастицы

А. В. Филиппов

ГНЦ РФ "Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований",
г. Троицк, Московская обл., Россия

А. Г. Загородний

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, г. Киев, Украина

На основе модели точечных стоков рассмотрена задача об экранировании заряда движущейся пылевой частицы. Определены характерные времена формирования поляризационного облака вокруг нее. Установлено, что стационарный потенциал движущегося заряда имеет дипольную составляющую, которая на больших расстояниях станет доминирующей. Определена сила взаимодействия движущейся заряженной макрочастицы с электрическим полем индуцированных ею зарядов и показано, что направление этой силы может совпадать с направлением скорости движения макрочастицы.

PACS: 41.20.-q

Введение

Задача экранирования заряда, движущегося в плазме, имеет давнюю историю. Уже во второй работе, посвященной исследованию свойств электролитов и построению теории их проводимости, Дебай и Хюккель рассмотрели экранирование движущегося иона [1]. Задача решалась в диффузионно-дрейфовом приближении без учета объемных процессов рождения и гибели ионов, и потенциал был найден для малых скоростей движения заряда. Далее этот вопрос исследовался во многих работах [2—8] на основе уравнения Власова и его следствиях.

В данной работе эта задача рассмотрена на основе диффузионно-дрейфового приближения применительно к столкновительной плазме впервые с учетом стока плазменных частиц, а также процессов их рождения и гибели. В работах [9, 10] рассматривалось движение заряженной макрочастицы также в столкновительном режиме переноса электронов и ионов, но без учета объемных процессов и в предположении, что распределение электронов является бoльцмановским. В этих работах в отличие от [1] учитывался сток электронов и ионов на макрочастицу и было показано, что возможно движение макрочастицы в плазме с отрицательным трением. Такое явление ранее предсказывалось в работах [11, 12] для активных броуновских частиц, имеющих внутренний источник энергии, которая при малых скоростях переходит в кинетическую энергию движения броуновской частицы. В работах [13, 14] возможность движения с отрицательным трением предсказывалась для бес-

столкновительной плазмы с учетом стока электронов и ионов.

Экранирование равномерно движущейся заряженной частицы

Рассмотрим макрочастицу, движущуюся в слабоионизированной изотропной плазме, созданной внешним источником ионизации газа. В этом случае исходная система уравнений, описывающая зарядку движущейся макрочастицы в диффузионно-дрейфовом приближении, имеет вид [15, 16]

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \Gamma_e = Q_{ion} + v_{ion} n_e - \beta_{ei} n_e n_i - \eta_e(\mathbf{r}, t); \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \Gamma_i = Q_{ion} + v_{ion} n_e - \beta_{ei} n_e n_i - \eta_i(\mathbf{r}, t); \quad (2)$$

$$\Delta \phi = -4\pi e n_i - n_e - 4\pi e \rho(\mathbf{r}, t); \quad (3)$$

$$\Gamma_e = -\mu_e n_e \nabla \phi - D_e \nabla n_e; \quad \Gamma_i = \mu_i n_i \nabla \phi - D_i \nabla n_i; \quad (4)$$

$$\eta_e(\mathbf{r}, t) = S_e(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{s}), \quad \eta_i(\mathbf{r}, t) = S_i(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{s}), \quad (5)$$

$$\rho(\mathbf{r}, t) = q(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{s}),$$

где $q(t)$ — заряд пылевой частицы (в элементарных зарядах), который в общем случае (например при неравномерном движении) может зависеть от времени;

$S_{e(i)}$ — интенсивность стоков электронов (ионов);

$\mathbf{s} = \mathbf{s}(t)$ — траектория пылинки;

$n_{e(i)} = n_{e(i)}(\mathbf{r}, t)$ — концентрация электронов (ионов);

$\mu_{e(i)}, D_{e(i)}$ — подвижность и коэффициент диффузии электронов (ионов), соответственно;

Q_{ion} — интенсивность объемной ионизации внешним источником, например пучком быстрых электронов;

ν_{ion} — частота ионизации газа собственными электронами плазмы;

β_{ei} — коэффициент электрон-ионной рекомбинации;

$\phi = \phi(\mathbf{r}, t)$ — потенциал самосогласованного поля;
 e — элементарный заряд.

Коэффициенты переноса, ионизации и рекомбинации электронов полагаем постоянными [17] и что выполнены следующие соотношения Эйнштейна:

$$\frac{D_e}{\mu_e} = \frac{T_e}{e}, \quad \frac{D_i}{\mu_i} = \frac{T_i}{e}, \quad (6)$$

где $T_{e(i)}$ — температура электронов (ионов) в энергетических единицах.

После подстановки (4), (5) и линеаризации уравнения (1)—(3) приобретают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta n_e}{\partial t} + D_e \frac{en_0}{T_e} \Delta \phi - D_e \Delta \delta n_e = \\ = \nu_{ion} \delta n_e - \beta_{ei} n_0 \delta n_i + \delta n_e - \eta_e \mathbf{r}, t; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta n_i}{\partial t} - D_i \frac{en_0}{T_i} \Delta \phi - D_i \Delta \delta n_i = \\ = \nu_{ion} \delta n_e - \beta_{ei} n_0 \delta n_i + \delta n_e - \eta_i \mathbf{r}, t; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\Delta \phi = -4\pi e \delta n_i - \delta n_e - 4\pi e r \mathbf{r}, t, \quad (9)$$

где $\delta n_{e(i)} = n_{e(i)}(\mathbf{r}, t) - n_0$ — возмущение плотности электронов (ионов), вызванное присутствием движущейся пылинки;

n_0 — концентрация электронов и ионов в невозмущенной плазме

$$n_0 \equiv n_{0e,i} = \frac{\nu_{ion}}{2\beta_{ei}} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4Q_{ion}\beta_{ei}}{\nu_{ion}^2}} \right). \quad (10)$$

После трехмерного интегрального преобразования Фурье по пространственным переменным и несложных преобразований уравнения (7)—(9) принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{D_e} \frac{\partial U_{\mathbf{ek}}}{\partial t} + k^2 + k_{se}^2 + k_{de}^2 - k_{ie}^2 U_{\mathbf{ek}} + \\ + k_{se}^2 - k_{de}^2 U_{\mathbf{ik}} = qk_{de}^2 - \tilde{S}_e e^{i\mathbf{k}\mathbf{s}}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{1}{D_i} \frac{\partial U_{\mathbf{ik}}}{\partial t} + k_{si}^2 - k_{di}^2 - k_{ii}^2 U_{\mathbf{ek}} + \quad (12)$$

$$+ k^2 + k_{si}^2 + k_{di}^2 U_{\mathbf{ik}} = -qk_{di}^2 + \tilde{S}_i e^{i\mathbf{k}\mathbf{s}};$$

$$k^2 \Phi_{\mathbf{k}} = 4\pi e U_{\mathbf{ik}} - U_{\mathbf{ek}} + qe^{i\mathbf{k}\mathbf{s}}, \quad (13)$$

где $U_{\mathbf{ek}} = \int \delta n_e \mathbf{r} \exp i\mathbf{k}\mathbf{r} d\mathbf{r}$; $U_{\mathbf{ik}} = \int \delta n_i \mathbf{r} \exp i\mathbf{k}\mathbf{r} d\mathbf{r}$; $\Phi_{\mathbf{k}} = \int \phi \mathbf{r} \exp i\mathbf{k}\mathbf{r} d\mathbf{r}$ и введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} k_{ie}^2 = \nu_{ion}/D_e; \quad k_{ii}^2 = \nu_{ion}/D_i; \quad k_{de}^2 = 4\pi e^2 n_0/T_e; \\ k_{di}^2 = 4\pi e^2 n_0/T_i; \quad k_{se}^2 = \beta_{ei} n_0/D_e; \quad k_{si}^2 = \beta_{ei} n_0/D_i; \\ \tilde{S}_e = S_e/D_e; \quad \tilde{S}_i = S_i/D_i. \end{aligned}$$

Положим, что заряд макрочастицы и стоки электронов и ионов на нее постоянны. Пусть при $t = 0$ скорость макрочастицы, покоившейся в точке $\mathbf{r} = 0$, меняется скачком с 0 до постоянного значения \mathbf{v} . Начальные значения для Фурье компонент плотности электронов и ионов, которые найдены в работе [16], обозначим как $U_{e\mathbf{k}0}$ и $U_{i\mathbf{k}0}$, соответственно. Выполнив преобразование Лапласа уравнений (11)—(12), получим:

$$\begin{aligned} \left[p + D_e k^2 + a_{11} \right] U_{e\mathbf{k}p} + a_{12} D_e U_{i\mathbf{k}p} = \\ = \frac{b_1 D_e}{p - i\mathbf{k}\mathbf{v}} + U_{e\mathbf{k}0}; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} a_{21} D_i U_{e\mathbf{k}p} + \left[p + D_i k^2 + a_{22} \right] U_{i\mathbf{k}p} = \\ = \frac{b_2 D_i}{p - i\mathbf{k}\mathbf{v}} + U_{i\mathbf{k}0}, \end{aligned} \quad (15)$$

где $a_{11} = k_{se}^2 + k_{de}^2 - k_{ie}^2$; $a_{12} = k_{se}^2 - k_{de}^2$;
 $b_1 = qk_{de}^2 - \tilde{S}_e$; $a_{21} = k_{si}^2 - k_{di}^2 - k_{ii}^2$; $a_{22} = k_{si}^2 + k_{di}^2$;
 $b_2 = -qk_{di}^2 - \tilde{S}_i$.

Определитель системы уравнений (14), (15) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} D_p = p^2 + \left[k^2 D_e + D_i + a_{11} D_e + a_{22} D_i \right] \times \\ \times p + D_e D_i D, \end{aligned} \quad (16)$$

где D — дискриминант системы уравнений для Фурье-компонент плотностей электронов и ионов для стационарной задачи [10]:

$$D = k^4 + k^2 a_{11} + a_{22} + a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}. \quad (17)$$

Как $D > 0$, так и $D_p > 0$, поэтому (16) можно представить в виде

$$D_p = p + p_1 \quad p + p_2, \quad (18)$$

где

$$p_{1,2} = 1/2 \left[k^2 D_e + D_i + a_{11}D_e + a_{22}D_i \right] \pm 1/2\Omega; \quad (19)$$

$$\Omega^2 = \left[k^2 D_e + D_i + a_{11}D_e + a_{22}D_i \right]^2 - 4D_eD_iD. \quad (20)$$

После несложных преобразований выражение (20) можно привести к виду

$$\Omega^2 = \left[k^2 D_e - D_i + a_{11}D_e - a_{22}D_i \right]^2 + 4D_eD_i a_{12}a_{21}. \quad (21)$$

Из (21) легко можно показать, что даже при $k = 0$ дискриминант квадратного уравнения в правой части (13) положителен. Поэтому мы можем сделать вывод, что величины p_1 и p_2 действительны, а из соотношений

$$p_1 + p_2 = k^2 D_e + D_i + a_{11}D_e + a_{22}D_i > 0 \\ p_1 p_2 = D_e D_i D > 0 \quad (22)$$

следует, что они положительны и не равны друг другу.

Решения уравнений (14), (15) имеют вид:

$$U_{ekp} = \frac{b_1 D_e \left[p + D_i \quad k^2 + a_{22} \right] - b_2 a_{12} D_e D_i}{p - i\mathbf{k}\mathbf{v} \quad p + p_1 \quad p + p_2} + \\ + \frac{\left[p + D_i \quad k^2 + a_{22} \right] U_{ek0} - a_{12} D_e U_{ik0}}{p + p_1 \quad p + p_2}; \quad (23)$$

$$U_{ikp} = \frac{b_2 D_i \left[p + D_e \quad k^2 + a_{11} \right] - b_1 a_{21} D_e D_i}{p - i\mathbf{k}\mathbf{v} \quad p + p_1 \quad p + p_2} + \\ + \frac{\left[p + D_e \quad k^2 + a_{11} \right] U_{ik0} - a_{21} D_i U_{ek0}}{p + p_1 \quad p + p_2}. \quad (24)$$

Выполнив обратное преобразование Лапласа [18], мы получим решения, которые в дополнение к стационарному решению содержат экспоненциально затухающие члены с множителями $e^{-p_1 t}$ и $e^{-p_2 t}$.

Постоянные времена p_1 и p_2 зависят от абсолютного значения волнового вектора \mathbf{k} . Для длинноволновых возмущений в плазме с внешним источником ионизации газа, когда можно пренебречь собственной ионизацией газа $v_{ion} \approx 0$, из (19) имеем

$$\lim_{k \rightarrow 0} p_1 = 2\beta_{ei} n_0 = 2\sqrt{\beta_{ei} Q_{ion}},$$

$$\lim_{k \rightarrow 0} p_2 = \beta_{eL} + \beta_{iL} n_0,$$

где $\beta_{eL} = 4\pi e \mu_e$, $\beta_{iL} = 4\pi e \mu_i$ — коэффициенты ланжевеновской рекомбинации электронов и ионов, соответственно.

Отсюда видно, что на больших расстояниях от движущегося заряда характерное время формирования поляризационного облака определяется временами установления равновесия в плазме с внешним источником ионизации и дрейфа электронов и ионов. Для коротковолновых возмущений

$$\lim_{k \rightarrow \infty} p_1 = k^2 D_e; \quad \lim_{k \rightarrow \infty} p_2 = k^2 D_i,$$

т. е. характерное время формирования облака поляризации определяется процессами диффузии электронов и ионов.

В случае плазмы с самостоятельным источником ионизации $Q_{ion} = 0$ для длинноволновых возмущений характерные времена незначительно изменяются

$$\lim_{k \rightarrow 0} p_1 = \beta_{ei} n_0 = v_{ion}, \quad \lim_{k \rightarrow 0} p_2 = \beta_{eL} + \beta_{iL} n_0,$$

а для коротковолновых возмущений останутся такими же, как и в плазме с внешним источником ионизации газа.

Так как величины p_1 и p_2 действительны и положительны (22), в стационаре все члены с $e^{-p_1 t}$ и $e^{-p_2 t}$ в Фурье-образах концентрации электронов и ионов исчезнут. В итоге для них из (23), (24) получим

$$U_{ek} = e^{i\mathbf{k}\mathbf{v}t} \times \\ \times \frac{b_1 D_e \left[i\mathbf{k}\mathbf{v} + D_i \quad k^2 + a_{22} \right] - b_2 a_{12} D_e D_i}{p_1 + i\mathbf{k}\mathbf{v} \quad p_2 + i\mathbf{k}\mathbf{v}}; \quad (25)$$

$$U_{ik} = e^{i\mathbf{k}\mathbf{v}t} \times \\ \times \frac{b_2 D_i \left[i\mathbf{k}\mathbf{v} + D_e \quad k^2 + a_{11} \right] - b_1 a_{21} D_e D_i}{p_1 + i\mathbf{k}\mathbf{v} \quad p_2 + i\mathbf{k}\mathbf{v}}. \quad (26)$$

Отметим также, что в стационаре стоки электронов и ионов равны друг другу, т. е. $S_e = S_i = S$.

Теперь, подставив (25), (26) в (13), после несложных преобразований находим

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi e q}{k^2} e^{i\mathbf{k}\mathbf{v}t} \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{\gamma k^2 + \beta_+ \quad i\mathbf{k}\mathbf{v} + v_s}{\mathbf{k}\mathbf{v}^2 - i\mathbf{k}\mathbf{v} \quad k^2 D_{ei} + \beta_+ + v_s \quad - D_e D_i D} \right\}, \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \text{где } \gamma &= b_2 - b_1 D_e D_i / q = S_- / q + k_d^2 D_e D_i, \\ S_- &= \tilde{S}_i - \tilde{S}_e, \quad v_s = 2\beta_{ei} n_0 - v_{ion}, \quad D_{ei} = D_e + D_i, \\ \beta_+ &= k_{de}^2 D_e + k_{di}^2 D_i = 4\pi e n_0 (\mu_e + \mu_i) \equiv \beta_{eL} + \beta_{iL} n_0. \end{aligned}$$

Как видно из (27), потенциал состоит из собственного потенциала источника (первое слагаемое) и индуцированной части, обусловленной откликом системы как на электрическое поле источника (члены с q), так и стоками (член S_- в γ).

Дискриминант D , определенный выражением (17), можно представить в виде

$$D = k^2 + k_1^2 \quad k^2 + k_2^2, \quad (28)$$

где k_1 и k_2 — постоянные экранирования для покоящегося заряда [15, 16] и определяются выражением

$$\begin{aligned} k_{1,2}^2 &= \frac{1}{2} \left[k_d^2 + k_s^2 - k_{ie}^2 \pm \right. \\ &\left. \pm \sqrt{k_d^2 + k_s^2 - k_{ie}^2 - 4k_{di}^2 \quad 2k_{se}^2 - k_{ie}^2 - 4k_{de}^2 \quad 2k_{si}^2 - k_{ii}^2} \right], \quad (29) \\ k_d^2 &= k_{di}^2 + k_{de}^2, \quad k_s^2 = k_{si}^2 + k_{se}^2. \end{aligned}$$

Из (28) и (29) также отметим, что

$$k_1^2 k_2^2 = \frac{\beta_+ v_s}{D_e D_i}. \quad (30)$$

Экранирование заряда движущейся пылевой частицы при малых скоростях

Для пылевых частиц в плазме выполнено условие

$$v \ll D_i k_d. \quad (31)$$

Например, в плазме аргона, созданной внешним источником ионизации, которая исследовалась в работах [16, 19] при скорости ионизации $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-3}$ и комнатной температуре электронов и ионов $T_e = T_i = 300 \text{ К}$, находим, что из (31) $D_i k_d \approx 67 \text{ см/с}$. Эта величина значительно больше тепловой скорости пылевой частицы радиусом 1 мкм из материала с плотностью 1 г/см³, при комнатной температуре $T_d = 300 \text{ К}$ она равна 0,16 см/с. Поэтому разложим второе слагаемое в фигурных скобках (27) с точностью до линейного относительно скорости члена

$$\begin{aligned} \Phi_{\mathbf{k}} &= \frac{4\pi e q}{k^2} e^{i\mathbf{k}\mathbf{v}t} \left\{ 1 - \frac{\gamma k^2 + v_s \beta_+}{D_e D_i D} - \frac{i\mathbf{k}\mathbf{v}}{D_e D_i D} \times \right. \\ &\left. \times \left[\beta_+ - \frac{\gamma k^2 + v_s \beta_+ \quad k^2 D_{ei} + v_s + \beta_+}{D_e D_i D} \right] \right\}. \quad (32) \end{aligned}$$

Введем сферическую систему координат с началом в центре движущейся макрочастицы и осью, направленной вдоль вектора скорости \mathbf{v} . Используя разложение $e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}$ по функциям Бесселя полуцелого порядка и теорему сложения для присоединенных функций Лежандра [20], после интегрирования по угловым переменным в формуле обратного преобразования Фурье $\phi = \frac{1}{2\pi^3} \int \Phi_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k}$, из (32) для

нахождения потенциала получим

$$\phi(R, \mu_{\mathbf{R}}) = \phi_0(R) + \phi_1(R, \mu_{\mathbf{R}}), \quad (33)$$

где слагаемые из (33) равны:

$$\begin{aligned} \phi_0(R) &= \frac{2eq}{R} \int_0^\infty \times \\ &\times \left[1 - \frac{\gamma k^2 + v_s \beta_+}{D_e D_i \quad k^2 + k_1^2 \quad k^2 + k_2^2} \right] \frac{\sin kR}{k} dk; \quad (34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_1(R, \mu_{\mathbf{R}}) &= -\frac{2eq\mathbf{v}\mu_{\mathbf{R}}}{\pi R} \int_0^\infty \frac{1}{D_e D_i D} \times \\ &\times \left[\beta_+ - \frac{\gamma k^2 + v_s \beta_+ \quad k^2 D_{ei} + v_s + \beta_+}{D_e D_i D} \right] \times \\ &\times \left(\frac{\sin kR}{kR} - \cos kR \right) dk, \quad (35) \end{aligned}$$

где $\mu_{\mathbf{R}}$ — косинус угла между векторами \mathbf{v} и $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{v}t$.

Интегрирование (34) приводит к решениям для потенциала неподвижной частицы, совпадающим с решениями из работ [15, 16]. Интегрируя (35), для линейного по скорости вклада в потенциал при $k_1 \neq k_2$, находим

$$\begin{aligned} \phi_1(R, \mu_{\mathbf{R}}) &= \frac{eq\mathbf{v}\mathbf{R}}{D_e D_i R^3} \sum_{j=1,2} \alpha_{1j} + \alpha_{2j} - e^{-k_j R} \times \\ &\times \left[\alpha_{1j} \quad 1 + k_j R + \alpha_{2j} \quad 1 + k_j R + \frac{1}{2} k_j^2 R^2 \right]; \quad (36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \frac{1}{k_1^2 \quad k_1^2 - k_2^2} \left\{ \beta_+ - \frac{D_{ei} k_1^2 k_2^2 \quad k_1^2 + k_2^2 - 2v_d^2}{k_1^2 - k_2^2} - \right. \\ &\left. - \frac{\beta_+ + v_s \quad [v_d^2 \quad k_1^2 + k_2^2 - 2k_1^2 k_2^2]}{k_1^2 - k_2^2} \right\}; \quad (37) \end{aligned}$$

$$k_2^2 \alpha_{12} = -k_1^2 \alpha_{11}; \quad (38)$$

$$\alpha_{2j} = \frac{k_{3-j}^2 - v_d^2}{k_j^2} \frac{\beta_+ + v_s - D_{ei} k_j^2}{k_1^2 - k_2^2}, \quad j = 1, 2, \quad (39)$$

где $v_d^2 = \frac{S_-}{q} + k_d^2$.

В резонансном случае $k_1 = k_2 \equiv k_d$, из (35) получаем

$$\phi_{1, R, \mu_R} = \frac{eqvR}{D_e D_i k_d^4 R^3} v_s - e^{-k_d R} \times \left\{ v_s \left[1 + k_d R + \frac{1}{2} k_d^2 R^2 \right] - \frac{1}{48} k_d^3 R^3 \alpha_3 + \alpha_4 k_d R \right\}, \quad (40)$$

где $\alpha_3 = D_{ei} k_d^2 \left(6 - \frac{5q_s}{q} \right) - v_s + \beta_+ \left(6 + \frac{q_s}{q} \right)$;

$\alpha_4 = \frac{q_s}{q} v_s + \beta_+ - D_{ei} k_d^2$ при $q_s = -\frac{S_-}{k_d^2}$ — эффективный заряд на больших расстояниях.

Распределение потенциала на больших расстояниях $k_2 R \gg 1$

Из выражений (36)—(40) видно, что потенциал движущегося заряда имеет дипольную составляющую, которая на больших расстояниях $R \gg k_2^{-1}$ станет определяющей. Как в случае $k_1 \neq k_2$ из (36), так и в резонансном случае $k_1 = k_2$ из (40) с учетом (30) находим

$$\phi_{1,d} R, \mu_R = \frac{eqvR}{4\pi\epsilon_0 (\mu_e + \mu_i) R^3}, \quad (41)$$

т. е. дипольная составляющая как в резонансном, так и в нерезонансном случае определяется одной и той же формулой и не зависит от наличия стоков плазменных частиц на движущийся заряд, а от процессов их рождения и гибели зависит только через концентрацию электронов и ионов в невозмущенной плазме. Из выражения (41) для напряженности электрического поля получим

$$E_z = \frac{eqv}{4\pi\epsilon_0 (\mu_e + \mu_i) R^5} (2z^2 - \rho^2);$$

$$E_\rho = \frac{3eqvz^2}{4\pi\epsilon_0 (\mu_e + \mu_i) R^5}, \quad (42)$$

где z, ρ — координаты в цилиндрической системе координат с началом в центре пылевой частицы и с направлением оси z вдоль скорости частицы.

Из (42) видно, что на одноименно заряженную пылевую частицу, находящуюся в кильватере движущейся пылевой частицы, будет действовать сила притяжения, а в фарватере — сила отталкивания.

В низкотемпературной плазме при давлениях порядка атмосферного и ниже в любых газах $\beta_{eL} \gg \beta_{iL}$. В этом случае из (41) следует, что

$$\phi_{1,d} \approx \frac{eqvR\tau_d}{R^3}, \quad (43)$$

где $\tau_d = k_{de}^2 D_e^{-1}$ — характерное диффузионное время прохождения электронами плазмы дебаевского электронного радиуса, т. е. потенциал соответствует диполю с зарядами eq и $-eq$, находящимися на расстоянии $L = v\tau_d$ друг от друга.

В работах [5, 6, 8] было показано, что в бесстолкновительной, в так называемой власовской, плазме на расстояниях $k_d R \gg 1$ потенциал движущейся частицы имеет вид

$$\phi R = \frac{eq}{R} \left(e^{-k_d R} + \frac{2vR}{v_{th,e} k_d^2 R^3} \right), \quad (44)$$

где $v_{th,e} = \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}}$ — тепловая скорость электронов.

Видно из (43) и (44), что потенциал на больших расстояниях имеет квадрупольную составляющую, поэтому отношение потенциала на больших расстояниях в столкновительной плазме к потенциалу во власовской плазме определяется выражением

$$r_e = \frac{3R}{2l_e}, \quad (45)$$

откуда видно, что в столкновительной плазме потенциал на больших расстояниях значительно выше. (При выводе (45) использовалось классическое соотношение $D_e = 1/3l_e v_{th,e}$, где l_e — длина свободного пробега электронов). Эта картина похожа на экранирование в плазме без объемных источников рождения и гибели плазмы в столкновительной и бесстолкновительной режимах переноса.

В *столкновительной плазме* на больших расстояниях $r \gg k_d^{-1}$ потенциал определяется выражением [16]

$$\phi_r = -\frac{eS}{k_d^2 r} \left(\frac{1}{D_i} - \frac{1}{D_e} \right), \quad (46)$$

а в бесстолкновительной плазме

$$\phi_r = -\frac{\pi r_0^2 e n_0}{k_d^2 r^2} \left(1 - \frac{2e^2 q}{r_0 T_i} \right). \quad (47)$$

С учетом того, что в приближении ограниченных орбит $S = 4\pi r_0^2 j_i$, где плотность потока ионов на макрочастицу определена выражением

$$j_i = 1/4 n_0 v_{th,i} \left(1 - \frac{e\phi_0}{T_i} \right), \quad (48)$$

из (47) и (48) следует:

$$\phi_r \approx -\frac{2eS}{k_d^2 r^2 v_{th,i}}. \quad (49)$$

Сравнение (46) и (49) показывает, что степень r в знаменателе снова на единицу больше в бесстолкновительной плазме, и отношение потенциалов определяется выражением

$$r_i = \frac{3R}{2l_i}, \quad (50)$$

т. е. процесс экранирования в этом случае определяется более медленными ионами в отличие от процесса динамического экранирования, который определяется более подвижными электронами, поэтому даже редкие столкновения будут определять характер экранирования на больших расстояниях. В работе [21] показано, что учет даже редких столкновений немедленно приводит к появлению незэкранированного кулоновского потенциала на больших расстояниях.

Сила взаимодействия движущейся частицы с индуцированным ею зарядом

На малых расстояниях $k_d R \ll 1$ из (36) с точностью до линейного по R члена с учетом (38) получим

$$\begin{aligned} \phi_1 R, \mu_R = \\ = -\frac{eqvR}{3D_e D_i} \left[k_1^3 \alpha_{11} - \frac{1}{2} \alpha_{21} + k_2^3 \alpha_{12} - \frac{1}{2} \alpha_{22} \right]. \end{aligned} \quad (51)$$

В резонансном случае $k_1 = k_2$ из (40) при $k_d R \ll 1$ следует

$$\phi_1 R, \mu_R = \frac{eqvR}{6k_d D_e D_i k_d^4 R^3} v_s + \frac{1}{8} \alpha_3. \quad (52)$$

Из (51), (52) видно, что линейный по скорости пылевой частицы вклад в потенциал при $R \rightarrow 0$ стремится к нулю. По этой причине энергия взаимодействия заряда пылевой частицы с наведенным зарядом поляризованного облака будет пропорциональна квадрату скорости, а сила, действующая на пылевую частицу со стороны облака поляризации, будет линейной функцией скорости, причем будет иметь только сонаправленную со скоростью частицы составляющую.

В случае $k_1 \neq k_2$ имеем

$$\begin{aligned} F_z R, \mu_R = \frac{e^2 q^2 v}{3D_e D_i} \times \\ \times \left[k_1^3 \alpha_{11} - \frac{1}{2} \alpha_{21} + k_2^3 \alpha_{12} - \frac{1}{2} \alpha_{22} \right]. \end{aligned} \quad (53)$$

Изучим влияние стока и объемных процессов на силу, действующую на движущуюся частицу со стороны собственного облака поляризации в изотермической плазме $T_e = T_i$ с внешним источником ионизации газа. В такой плазме $k_1 = k_d$, $k_2 = k_s$, $k_{de} = k_{di}$, а также $\beta_+ / (D_e + D_i) = \frac{1}{2} k_d^2$.

Рассмотрим случай нулевых стоков $S = 0$, реализуемый в термической плазме, в которой пылевые частицы заряжены положительно, и сток плазменных частиц на пылевые частицы практически отсутствует. В этом случае $v_d^2 = k_d^2$, и из (53) получим

$$F_z = -\frac{e^2 q^2 k_d v}{12 D_e D_i} \left[\frac{k_d^2 (D_e + D_i)}{k_d^2 - k_s^2} + \frac{2v_s}{k_d^2 + k_s^2} \right]. \quad (54)$$

В плазме практически всегда выполнено условие $D_e k_d^2 \gg v_s$, поэтому

$$F_z = -\frac{e^2 q^2 k_d^3 v}{12 (k_d^2 - k_s^2)} \left(\frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_e} \right). \quad (55)$$

При $k_s = 0$ в плазме без источников рождения и гибели электронов и ионов, что соответствует задаче, рассмотренной в работе [1], из (55) получим

$$F_z = -\frac{e^2 q^2 k_d v}{12} \left(\frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_e} \right). \quad (56)$$

Выражение (56) с точностью до обозначений совпадает с решением, полученным в работе [1].

Далее рассмотрим влияние стока частиц на силу взаимодействия движущегося заряда с собственным облаком. В численных расчетах процесса зарядки пылевых частиц в работах [19, 22, 23] отмечалось, что поток ионов на пылевую частицу в стационаре практически совпадает с ланжевеновским потоком, поэтому для стока электронов и ионов положим

$$S \approx -4\pi e \mu_i n_0 q = -\beta_{iL} n_0 q, \quad (57)$$

тогда из (57) $S \approx -k_{di}^2 q = -\frac{1}{2} k_d^2 q$ и $v_d^2 \approx k_{de}^2 = \frac{1}{2} k_d^2$.

С учетом $D_e k_d^2 \gg v_s$ из (53) получим также

$$F_z = \frac{e^2 q^2 v}{24 D_e D_i} \frac{D_e + D_i}{k_d + k_s} \frac{k_d^2 k_d^2 - 2k_s^2}{k_d^2 + k_s^2}. \quad (58)$$

Из (58) видно, что направление силы определяется знаком величины $k_d^2 - 2k_s^2$ и при выполнении условия

$$k_d^2 - 2k_s^2 \quad \text{или} \quad \frac{8\pi e \mu_e \mu_i}{\mu_e + \mu_i} = 2\beta_{iL} > \beta_{ei} \quad (59)$$

сила, действующая на движущуюся пылевую частицу со стороны индуцированного ею плазменного облака, будет не тормозить, а ускорять пылевую частицу. Это обусловлено наличием стоков

электронов и ионов, поскольку при отсутствии стоков, как видно из выражений (54)—(56), сила направлена против движения.

Прежде чем обсудить механизм данного явления, численно найдем распределения потенциала, концентраций электронов и ионов вокруг движущейся заряженной макрочастицы.

Выберем цилиндрическую систему координат так, чтобы ось z была направлена вдоль вектора скорости движения \mathbf{v} , а радиус-вектор \mathbf{r} — к центру пылевой частицы лежал в плоскости нулевого меридиана.

Выполнив обратное преобразование Фурье, после интегрирования по азимутальному углу для определения потенциала из (27) получим

$$\phi(\rho, z, t) = \frac{eq}{2\pi^2} \int_0^\infty J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \int_{-\infty}^\infty dk_z e^{-ik_z(z-vt)} \times \left\{ 1 + \frac{\gamma k_z^2 + \lambda^2 + \beta_+ ik_z v + v_s}{k_z^2 v^2 - ik_z v [D_{ei} k_z^2 + \lambda^2 + \beta_+ + v_s] - D_e D_i k_z^2 + \lambda^2 + k_1^2} \frac{k_z^2 + \lambda^2 + k_2^2}{k_z^2 + \lambda^2 + k_2^2} \right\}, \quad (60)$$

где J_0 — функция Бесселя нулевого порядка.

Для определения концентрации электронов и ионов из (25), (26) следуют аналогичные выражения.

На рис. 1, 2 представлены распределения зависящей от скорости макрочастицы поправки потенциала $\phi_1(z, \rho, t)$ (см. рис. 1, а), концентрации электронов $\delta n_{e1}(z, \rho, t)$ (см. рис. 2, б), ионов $\delta n_{i1}(z, \rho, t)$ (см. рис. 2, а) и плотности объемного в аргоне заряда $\rho_1(z, \rho, t) = \delta n_{i1} - \delta n_{e1}$ (см. рис. 1, б) при скорости движения пылевой частицы $v = 1$ см/с, ее радиусе $r_0 = 10$ мкм, скорости ионизации газа $Q_{ion} = 10^{14}$ см⁻³·с⁻³, при комнатной температуре электронов и ионов $T_e = T_i = 300$ К, концентрации атомов аргона $N = 2,8 \cdot 10^{19}$ см⁻³.

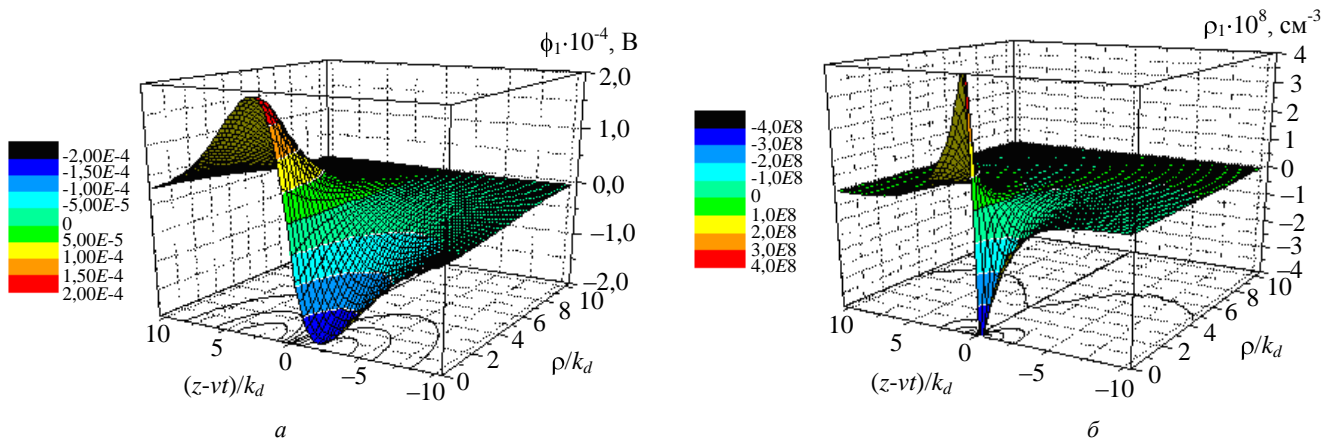


Рис. 1. Распределения зависящей от скорости части потенциала:

а — $\phi_1(z, \rho, t)$; б — $\rho_1(z, \rho, t) = \delta n_{i1} - \delta n_{e1}$

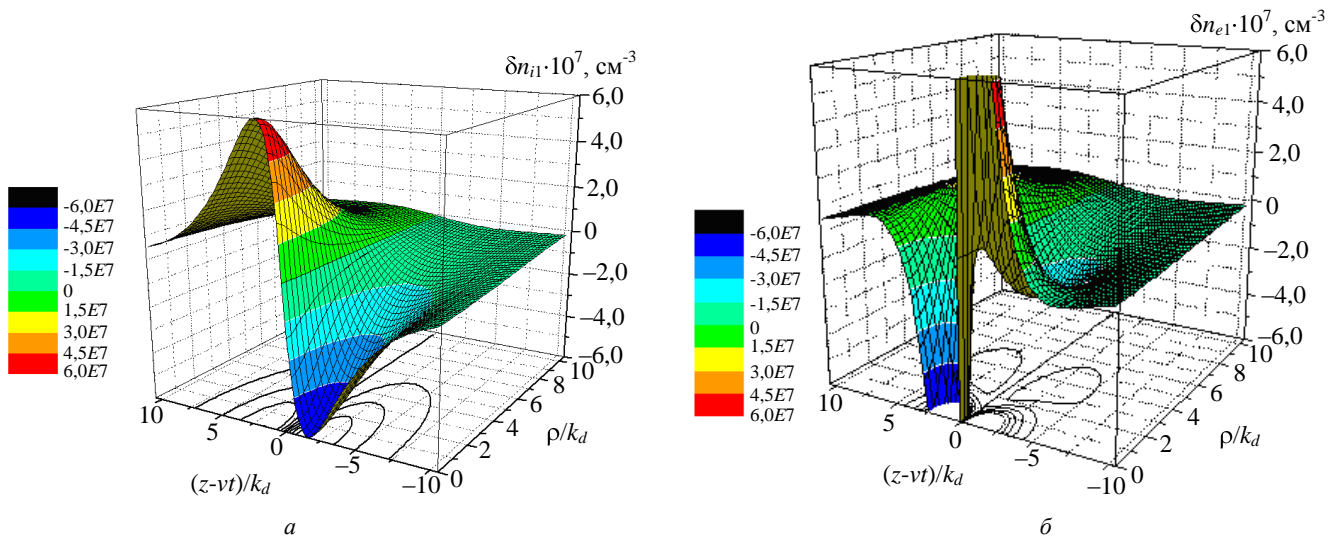


Рис. 2. Распределения зависящей от скорости части концентрации:

a — ионов δn_{i1} z, ρ, t ; *б* — электронов δn_{e1} z, ρ, t

Для данных параметров плазмы $k_d = 1231,7 \text{ см}^{-1}$, $k_s = 435,5 \text{ см}^{-1}$ [16, 19], т. е. условие (59) выполнено.

Сток электронов и ионов задавался соотношением (58), а заряд пылевых частиц определялся из следующего соотношения из работ [16, 19]

$$q = -\frac{T_e n_0}{e^2} \ln \mu_e / \mu_i .$$

Внутренний интеграл в (59) по k_z вычислялся на основе теории вычетов, а интеграл по λ — методом трапеций с адаптивным выбором шага интегрирования.

Рис. 1, *a* показывает, что связанная с движением поправка к потенциалу положительна спереди по курсу движения макрочастицы и отрицательна сзади. Аналогичное распределение имеет и поправка к плотности объемного заряда (см. рис. 1, *б*).

Механизм ускорения движущейся пылевой частицы индуцированным ею облаком заряда представляется следующим образом. Условие (59) с учетом того, что $k_{si} \gg k_{se}$, совпадает с условием отсутствия максимума в распределении ионов вокруг неподвижной пылевой частицы [16, 17]. При нарушении этого условия распределение ионов будет иметь максимум, как и в случае отсутствия стоков. В кильватере движущейся частицы этот максимум успеет сформироваться, а в фарватере нет, что приведет к появлению избыточного положительного заряда сзади пылевой частицы, и этот заряд будет тормозить пылевую частицу. В случае отсутствия максимума в распределении ионов в фарватере плотность ионов будет ближе к невозмущенной n_0 , а в кильватере — ближе к установившейся для неподвижной пылевой частицы, что видно из рис. 2, *a*.

Это перераспределение положительного заряда приводит к появлению сферически асимметричного распределения потенциала, что, в свою очередь, вызовет перераспределение концентрации электронов, распределение которых близко к больцмановскому и быстро подстраивается под изменение потенциала. Это еще более усилит эффект, и в итоге отклонение концентрации электронов от сферически симметричного оказывается заметно выше, чем ионов, что видно из рис. 2, *a, б*. По этой причине вклад электронной компоненты в суммарный избыточный заряд оказывается больше вклада ионной компоненты. Окончательно мы можем сказать, что при выполнении условия (59) спереди по курсу движения отрицательно заряженной макрочастицы формируется избыточный положительный заряд, а сзади — избыточный отрицательный заряд, которые ускоряют макрочастицу.

Отметим то обстоятельство, что в распределении концентрации электронов на рис. 2, *б* проявилась и квадрупольная составляющая в виде дополнительных минимума и максимума, лежащих вне оси аксиальной симметрии. Это связано с тем, что в числителе выражения для Фурье-образа концентрации электронов (25) член, пропорциональный скорости, умножается на коэффициент диффузии электронов, в то время как для ионов в (26) умножается на значительно меньший коэффициент диффузии ионов.

Возможность движения с отрицательным трением заряженного тела в столкновительной плазме обсуждалась в работе [24] и рассматривалась в работах [9, 10]. В последних работах в отличие от данной, рассмотрена только задача без объемных источников рождения и гибели электронов и ионов, а также в предположении, что электроны во-

круг частицы распределены по закону Больцмана. В случае отсутствия объемных источников $k_s = 0$ и из (58) в точности следует выражение (11) работы [19] (с учетом соотношений Эйнштейна (6) и определения коэффициента диффузии ионов в этой работе).

Для резонансного случая $k_d = k_s$ получаем, что $\alpha_3 = \frac{1}{4} D_e + D_i k_d^2$ и из (52) с учетом $D_e k_d^2 \gg v_s$ следует

$$F_z = -\frac{e^2 q^2 v D_e + D_i}{192 D_e D_i} \quad (61)$$

(эта формула, кстати, непосредственно следует и из (58) при подстановке $k_d = k_s$).

Интересно сравнить силу со стороны индуцированного заряда с силой Стокса. Для плазмы аргона с внешним источником ионизации при $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, $T_e = 3 \text{ эВ}$, $T_i = 300 \text{ К}$ для частиц радиусом $r_0 = 10 \text{ мкм}$ из (53) находим

$$F_z \text{ [(дин·с)/см]} = 2,0 \cdot 10^{-7} v.$$

Сила Стокса для этих условий в аргоне равна (вязкость аргона при комнатной температуре при нормальных условиях равна $\eta \text{ [(дин·с)/см}^2] = 2,27 \times 10^{-4} \text{ [25]}$)

$$F_z \text{ [(дин·с)/см]} = -6\pi\eta r_0 v = -4,3 \cdot 10^{-6} v.$$

Видно, что сила взаимодействия заряда с индуцированным облаком может быть сравнима с силой Стокса, поэтому при рассмотрении пылевой плазмы при повышенных давлениях должна учитываться.

Отметим, что заряд макрочастицы обычно пропорционален ее радиусу и электронной температуре, поэтому с ростом как радиуса макрочастицы, так и температуры электронов сила F_z будет также расти. Причем эта сила пропорциональна квадрату радиуса, в отличие от силы Стокса, которая линейно зависит от r_0 при повышенных давлениях. Поэтому для указанных выше условий для макрочастиц радиусом 212,5 мкм будет иметь место равенство силы Стокса и электростатической силы со стороны индуцированного облака, т.е. движение такой частицы в плазме будет происходить в сверхтекучем режиме (по крайней мере, в условиях микрогравитации), возможность которого рассматривалась в работе [10].

Заключение

Показано, что на одноименно заряженную пылевую частицу, которая находится в кильватере движущейся пылевой частицы, на больших рас-

стояниях $k_2 R \gg 1$ действует сила притяжения, а в фарватере — сила отталкивания. Также показано, что индуцированное облако поляризации может ускорять пылевую частицу. Особенно сильным будет взаимодействие пылевых частиц и воздействие на них со стороны облака поляризации во время инъекции в плазму, когда они имеют значительные направленные скорости.

Настоящая работа выполнена при поддержке
РФФИ, проект № 08-02-01324а.

Литература

1. Debye P., Huckel E.// Phys. Zeitschr. 1923. V. 24. P. 305.
2. Власов А. А. Теория многих частиц. — М.: Гостехиздат, 1950.
3. Pines D., Bohm D.// Phys. Rev. 1952. V. 85. P. 338.
4. Thompson W. B., Hubbard J.// Rev. Mod. Phys. 1960. V. 32. P. 714.
5. Montgomery D., Joyce G., Sugihara R.// Plasma Physics. 1968. V. 10. P. 681.
6. Cooper G.// Physics of Fluids. 1969. V. 12. P. 2707.
7. Echenique P. M., Ritchie R. H., Brandt W.// Phys. Rev. B. 1979. V. 20. P. 2567.
8. Трофимович Э. Э., Крайнов В. П.// ЖЭТФ. 1992. Т. 102. С. 71; 1993. Т. 103. С. 3971.
9. Khrapak S. V., Zhdanov S. A., Ivlev A. V., Morfill G. E. // J. Appl. Phys. 2007. V. 101. P. 033307.
10. Vladimirov S. V., Khrapak S. A., Chaudhuri M., Morfill G. E.// Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. P. 055002.
11. Schweitzer F., Ebeling W., Tilch B.// Ibid. 1998. V. 80. P. 5044.
12. Erdmann U., Ebeling W., Schimansky-Geier L., Schweitzer F.// Eur. Phys. J. B. — Cond. Matt. Compl. Syst. 2000. V. 15. P. 105.
13. Trigger S. A.// Phys. Rev. E. 2003. V. 67. P. 046403.
14. Trigger S. A., Zagorodny A. G.// Condensed Matter Physics. 2004. V. 7. No. 3(39). P. 629.
15. Филиппов А. В., Загородний А. Г., Паль А. Ф., Старостин А. Н.// Письма в ЖЭТФ. 2005. Т. 81. С. 180.
16. Филиппов А. В., Загородний А. Г., Момот А. И. и др.// ЖЭТФ. 2007. Т. 131. С. 164.
17. Филиппов А. В., Дятко Н. А., Паль А. Ф., Старостин А. Н.// Физика плазмы. 2003. Т. 29. С. 214.
18. Бейтмен Г., Эрдеи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 1. Преобразования Фурье, Лапласа и Меллина. — М.: Наука, 1969.
19. Филиппов А. В., Загородний А. Г., Момот А. И. и др.// ЖЭТФ. 2007. Т. 132. С. 949.
20. Боголюбов А. Н., Кравцов В. В. Задачи по математической физике. — М.: Изд-во МГУ, 1998.
21. Филиппов А. В., Загородний А. Г., Паль А. Ф. и др.// Письма в ЖЭТФ. 2007. Т. 86. С. 873.
22. Паль А. Ф., Старостин А. Н., Филиппов А. В.// Физика плазмы. 2001. Т. 27. С. 155.
23. Паль А. Ф., Серов А. О., Старостин А. Н. и др.// ЖЭТФ. 2001. Т. 119. С. 271.
24. Zagorodny A., Bystrenko O., Bystrenko T. et al.: Proc. ICPIG XXVIII. Prague, July 15—20, 2007. P. 26.
25. Физические величины: Справочник/ Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. — М.: Энергоатомиздат, 1991.

Screening of uniformly moving charged macroparticle in nonequilibrium plasma

A. V. Filippov

Troitsk Institute for Innovation and Fusion Research, Troitsk, Moscow region, Russia

A. G. Zagorodny

Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kiev, Ukraine

The screening of a moving charged dust particle in the nonequilibrium plasma is studied by using the point sink model. Characteristic times of polarization charge cloud formation around the moving particle are established. It is shown that the steady potential of the moving charged macroparticle has a dipole component which becomes dominant at large distances from the macroparticle. The interaction force of the moving charged macroparticle with the induced charge cloud is determined and it is shown that the direction of this force can coincide with the macroparticle velocity direction.

PACS: 41.20.-q

УДК 533.9

Диагностика плазмы, создаваемой при воздействии фемтосекундных лазерных импульсов на мишени с внутренней наноструктурой

И. Ю. Скобелев, А. Я. Фаенов, С. В. Гасилов, Т. А. Пикуз

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

С. А. Пикуз-мл.

Московский физико-технический институт (ГУ), г. Долгопрудный, Московская обл., Россия

А. И. Магунов

Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, Москва, Россия

А. С. Болдарев, В. А. Гасилов

Институт математического моделирования РАН, Москва, Россия

Проведена рентгеноспектральная диагностика процесса взаимодействия фемтосекундных лазерных импульсов интенсивностью 10^{16} — 10^{18} Вт/см² с CO₂-кластерами и замороженными частицами воды нанометровых размеров. Изучается стадия разлета кластеров и образования плазменного канала, определяющая параметры формируемого источника рентгеновского излучения и потоков ускоренных ионов. Измерения основаны на регистрации пространственно разрешенных рентгеновских спектров H- и He-подобных ионов кислорода. Использование для диагностики спектров ридберговских переходов позволяет определять параметры плазмы, образующейся к моменту времени $t \sim 10$ пс от начала лазерного фемтосекундного импульса. Показана роль заднего фронта лазерного импульса для поддержания температуры плазмы ~ 100 эВ на стадии неадиабатического разлета кластеров. Анализ профилей и относительных интенсивностей спектральных линий