

*pact. We emphasize the role of trailing edge of laser pulse to keep the plasma temperature at a level of 100 eV during the stage of non-adiabatic cluster recession. The profiles and relative intensities of spectral lines were measured and analyzed by means of numerical simulation. It is allowed to mark out the fractions of "thermal" ions and that one accelerated up to tens of eV. Also electronic density and temperature in plasma were determined. The use of nanoscale water snow targets provides the sufficient increase in energy and quantity of accelerated He-like oxygen ions. The efficiency of H-like ions acceleration is not increased due to the time of its ionization exceeds the time of snow beads dissociation.*

PACS: 52.25.-b

УДК 533.9; 537.8; 536.3

## Непланковское равновесное излучение плазмоподобных сред

С. А. Тригер, А. Л. Хомкин

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

*Рассмотрение равновесного излучения в плазмоподобных средах показывает, что спектральное распределение такого излучения отлично от планковского равновесного излучения (черное излучение). Физическая причина этого отличия заключается в невозможности распространения фотонов с законом дисперсии  $\omega = ck$  в системах заряженных частиц. Рассмотрена термодинамика равновесного электромагнитного излучения в плазменных средах. Показано, что отличие термодинамических свойств такого излучения от планковского характеризуется параметром  $a = \hbar\Omega_p/T$  и существенно проявляется в таких плазменных средах, где  $a \geq 1$ . Обсуждается применение полученных результатов в плазме металлов (прежде всего в жидком состоянии, где заряженные частицы не имеют дальнего порядка) и в плазменной модели ранней Вселенной.*

PACS: 52.25.-b

### Введение

Равновесное распределение фотонов по энергиям в некотором объеме  $V$  при температуре  $T$  было установлено Максом Планком [1, 2] в 1900 г. и представляет собой фундаментальное соотношение, инициировавшее развитие квантовой теории. Согласно закону Планка спектральное распределение черного излучения выражается формулой

$$dE(\omega) = \frac{V}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{\omega d\omega}{\exp(\hbar\omega/T) - 1}, \quad (1)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме;

$T$  — температура, выраженная в энергетических единицах.

Формула (1) предполагает наличие термодинамического равновесия между фотонами и веществом. Взаимодействие между ними должно быть достаточно малым, чтобы обеспечить идеальность фотонного газа и отсутствие существенного поглощения и необратимого затухания электромагнитного излучения в объеме  $V$  (взаимодействие

фотонов между собой является чрезвычайно слабым). В то же время наличие вещества и слабое взаимодействие между ним и излучением необходимо для существования равновесия фотонного газа [3]. Эти условия с достаточной степенью точности выполняются, например, в разреженных газах для любых частот, находящихся вдали от частот, отвечающих линиям поглощения вещества.

Закон Планка был многократно экспериментально подтвержден, например, путем накачки лазерного излучения в полость в веществе, имеющую малое отверстие, и последующего наблюдения выходящего через это отверстие излучения. Спектральное распределение исходящего из полости излучения с высокой степенью точности оказывается планковским. Однако существуют системы, а именно плазмоподобные среды, в которых электромагнитное излучение может существовать без затухания или с малым затуханием и обладать отличным законом дисперсии, чем электромагнитное поле в вакууме, где  $\omega = ck$ .

Рассмотрим для простоты полностью ионизованную плазму. Условием малого затухания попе-

речной моды колебаний  $\omega = \sqrt{c^2 k^2 + \Omega_p^2}$  является неравенство  $\omega \gg v$ , где  $\Omega_p$  — плазменная частота электронов,  $v$  — характерная частота столкновений электронов с ионами [4].

Ионным вкладом в плазменную частоту можно пренебречь из-за большой разницы масс электронов и ионов. Характерная частота столкновений электронов с ионами в классической плазме равняется  $v = \pi^{3/2} Z e^4 n_e L / 4 \sqrt{2} T^{3/2} m^{1/2}$  для низких частот и  $v_\omega = 4 \sqrt{2\pi} Z e^4 n_e L / 3 T^{3/2} m^{1/2}$  — для высоких (здесь  $n_e$ ,  $Z$  и  $L$  — соответственно, электронная плотность, заряд ионов и кулоновский логарифм).

В металлической плазме со слабым электрон-ионным взаимодействием и вырожденными электронами характерная частота столкновений определяется выражением  $v_F = 4\pi \sqrt{2\pi} Z^2 e^4 n_i L \chi / \sqrt{m E_F^3}$ , где  $E_F$  — энергия Ферми, а безразмерный параметр  $\chi$  связан с величиной псевдопотенциала электрон-ионного взаимодействия и структурными характеристиками ионной компоненты металла [5].

Влияние столкновений на поле излучения мало, если  $\Omega_p \gg v$ ,  $v_\omega$  и  $\omega \gg v$ ,  $v_\omega$ .

Условие  $\Omega_p \gg v_\omega$  в случае невырожденных электронов сводится к неравенству, связанному со слабостью межчастичного взаимодействия

$$\left( \frac{8Z^2 L}{9} \right)^{1/3} \Gamma \ll 1, \quad (2)$$

где  $\Gamma = e^2 n_e^{1/3} / T$ .

Для вырожденных электронов в условии (2) вместо температуры фигурирует энергия Ферми, а также возникает другой численный коэффициент.

Ниже мы опираемся на общую концепцию стационарного уровня квазичастичных возбуждений, подразумевающую, что затухание электромагнитных возбуждений в плазме компенсируется постоянным появлением новых возбуждений, что обеспечивает постоянный в среднем уровень возбуждений в равновесном состоянии при фиксированной температуре.

Необходимо отметить, что в однокомпонентной классической плазме затухание поперечного электромагнитного поля полностью отсутствует.

### Спектральное распределение

В пренебрежимо слабом затухании спектральное распределение поля излучения можно получить путем подсчета числа колебаний с волновым вектором  $\chi$  в объеме плазмы  $V$ . Это число, очевидно, равно  $V d^3 k / (2\pi)^3$ , тогда число колебаний с мо-

дулем  $|\chi| = k$  равно  $V d^2 dk / (2\pi)^3$ . Принимая во внимание наличие двух независимых поляризаций и закон дисперсии поперечных волн в плазме  $\omega = \sqrt{c^2 k^2 + \Omega_p^2}$ , получаем число осцилляторов с частотой  $\omega$  в виде

$$n_\omega = \frac{V \sqrt{\omega^2 - \Omega_p^2} \omega d\omega}{\pi^2 c^3}. \quad (3)$$

Поскольку Планковское распределение по частотам справедливо для поперечных волн в плазме, являющихся Бозе-возбуждениями, то с учетом (3) спектральное распределение электромагнитных волн в плазме принимает вид

$$dE(\omega) = \frac{V \hbar \sqrt{\omega^2 - \Omega_p^2}}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{\omega^2 d\omega}{\exp(\hbar\omega/T) - 1} \theta(\omega - \Omega_p), \quad (4)$$

где  $\theta(\omega - \Omega_p)$  — ступенчатая функция, отражающая факт, что в плазме не существует поперечных колебаний с частотами  $\omega$ , меньшими  $\Omega_p$ .

Вводя безразмерные параметры  $q = \hbar\omega/T$  и  $a = \hbar\Omega_p/T$ , уравнение (4) можно переписать в форме

$$dE(q)/dq = \frac{VT^4}{\hbar^3 \pi^2 c^3} \cdot \frac{q^2 \sqrt{q^2 - a^2} dq}{\exp(q) - 1} \theta(q - a). \quad (5)$$

Изменение вида спектральной кривой как функции  $q$  для различных значений параметра  $a$  представлено на рис. 1.

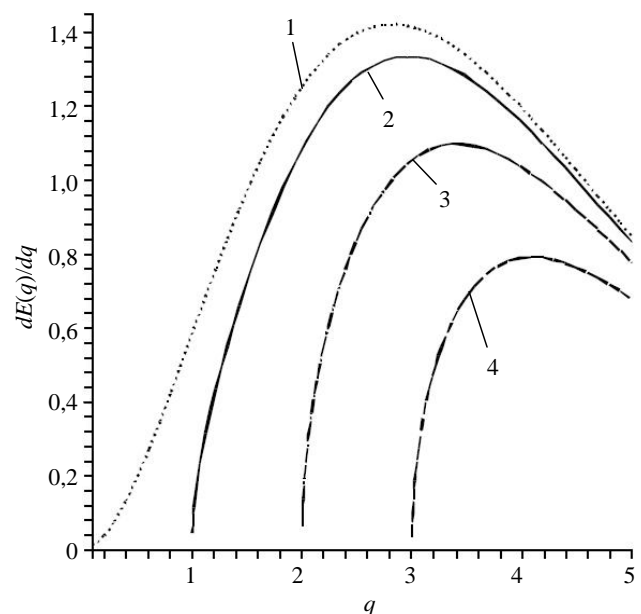


Рис. 1. Безразмерное спектральное распределение излучения  $dE(q)/dq$  для различных значений  $a$ : 1 — для  $a = 0$  (планковское распределение); 2—4 —  $a = 1, 2, 3$ , соответственно (непланковское распределение) как функции параметра  $q = \hbar\omega/T$ . Параметр  $a = \hbar\Omega_p/T$

В плазме положение максимума спектрального распределения является функцией параметра  $a$  (рис. 2).

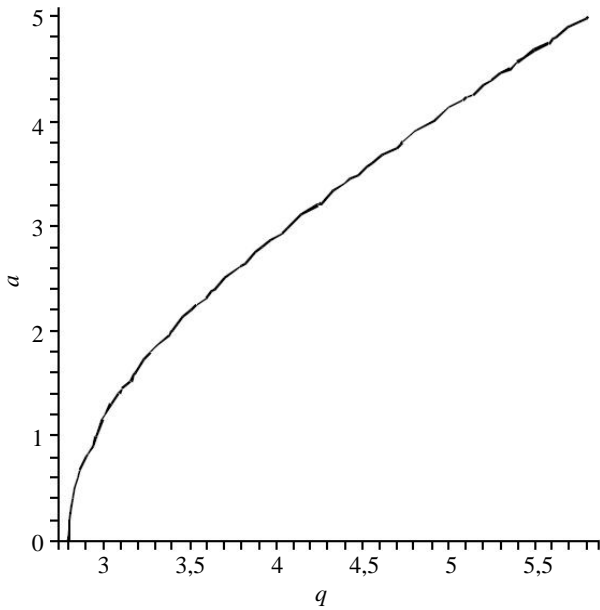


Рис. 2. Положение максимумов  $q$  для равновесной плотности излучения как функция параметра  $a$

Для  $a \rightarrow 0$  положение максимума определяется значением  $q_{\max}^0 = 2,822$ , отвечающим планковскому пределу, для  $a \gg 1$  положение максимума (согласно уравнению (5)) приближенно описывается формулой  $q_{\max}^1 \approx a + \frac{1}{2a}$ . Таким образом,  $q_{\max} > a$  для любых  $a$ , стремится к  $a$  асимптотически.

В классическом пределе для спектрального распределения  $dE/d\omega$ , как следует из (4), справедлива формула

$$dE/d\omega = \frac{V\omega T}{\pi^2 c^3} \cdot \sqrt{\omega^2 - \Omega_p^2} \theta(\omega - \Omega_p). \quad (6)$$

Уравнение (6) представляет собой обобщение классического результата Рэля—Джинса [6] для случая полностью ионизованной плазмы.

Уравнение (4) можно также легко получить путем расчета энергии  $\Xi$  электромагнитного излучения в прозрачной среде [7]

$$\Xi = \frac{1}{4\pi} \left( E^2_{\omega} \frac{d(\omega \epsilon(\omega))}{d\omega} + H^2_{\omega} \right), \quad (7)$$

если использовать для частотно-зависящей диэлектрической функции  $\epsilon(\omega)$  плазмы (в случае слабого затухания  $\text{Im} \epsilon(\omega) \rightarrow 0$ ) выражение  $\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\Omega_p^2}{\omega^2}$ . При этом используются также из-

вестные выражения для корреляционных функций электрического  $(E^2)_{\omega}$  и магнитного  $(H^2)_{\omega}$  полей

$$\epsilon(\omega) E^2_{\omega} = H^2_{\omega} = \frac{2\omega^3 \hbar \epsilon^{3/2}(\omega)}{c^3} \text{cth} \left( \frac{\hbar\omega}{2T} \right). \quad (8)$$

Исходя из (7) и (8), необходимо подчеркнуть важное для астрофизических приложений обстоятельство. В ультрарелятивистском случае, когда  $T \gg mc^2$ , спектр поперечной моды отличается от  $\omega = \sqrt{c^2 k^2 + \Omega_p^2}$  и зависит от температуры (здесь  $m$  обозначает массу того сорта заряженных частиц, который вносит доминирующий вклад в полную частоту собственных поперечных колебаний в плазме: в электрон-ионной квазинейтральной плазме это электроны).

Спектр поперечной моды определяется в ультрарелятивистском пределе диэлектрической функцией

$$\epsilon^{tr}(\omega) = 1 + \frac{\pi e^2 n c}{\omega k T} \left\{ -\frac{2\omega}{ck} + \left( 1 - \frac{\omega^2}{c^2 k^2} \right) \ln \left| \frac{ck - \omega}{ck + \omega} \right| \right\}, \quad (9)$$

где заряд  $e$  и плотность  $n$  связаны с доминирующей в данный момент времени (для определения поперечной моды) компонентой плазмы.

Мы исходим (имея, в частности, в виду астрофизические приложения) из возможности изменения во времени состава плазмы при протекании реакций частиц в плазме эволюционирующей Вселенной.

В общем случае ультрарелятивистской плазмы спектр не может быть вычислен в аналитическом виде. В области частот  $\omega^2 \gg \pi e^2 n c^2 / T$  распределение излучения близко к планковскому, поскольку спектр приближенно описывается формулой

$$\omega^2 \approx \frac{2\pi e^2 n c^2}{T} + c^2 k^2.$$

Асимптотическое поведение спектра для малых волновых векторов  $k \ll 8\pi e^2 n c^2 / T$  имеет вид

$$\omega^2 = \frac{4\pi e^2 n c^2}{T} + \frac{3}{2} c^2 k^2. \quad (10)$$

Следовательно, из (9), (10) следует, что щель в спектре излучения и отклонение от планковской формы распределения излучения структурно подобны уравнению (4). Однако в случае ультрарелятивистских температур существенное отклонение от планковского распределения проявляется при частотах вблизи и ниже  $\Omega_0^2 = 4\pi e^2 n c^2 / T \ll \Omega_p^2$  вместо района частот  $\omega = \Omega_p$  характерного для области нерелятивистской плазмы с  $T \ll mc^2$ .

Ниже показано, что именно это обстоятельство является чрезвычайно важным при описании реликтового излучения [8, 9] в ранней Вселенной.

### Термодинамика излучения

Обратимся теперь к расчету термодинамических свойств равновесного электромагнитного излучения в плазме (для простоты вначале мы рассмотрим нерелятивистскую плазму). Так как химический потенциал Бозе-возбуждений равен нулю, термодинамический потенциал  $\Omega$  совпадает со свободной энергией излучения  $F$ , которая в предположении идеальности газа возбуждений может быть записана в форме

$$F = -\frac{8\pi VT}{(2\pi)^3 c^3} \times \int_{\Omega_p}^{\infty} d\omega \omega \sqrt{\omega^2 - \Omega_p^2} \ln 1 - \exp(-\hbar\omega/T). \quad (11)$$

Уравнение (11) удобно переписать в виде

$$F = -\frac{VT^4}{3\pi^2 c^3 \hbar^3} \times \int_{\hbar\Omega_p}^{\infty} dx [x^2 - (\hbar\Omega_p/T)^2]^{3/2} \frac{1}{\exp(x) - 1}. \quad (12)$$

Таким образом, свободная энергия поперечных колебаний в плазме может быть представлена как произведение

$$F = F_0 \phi \hbar\Omega_p/T, \quad (13)$$

где

$$\phi \hbar\Omega_p/T \equiv \frac{15}{\pi^4} \times \int_{\hbar\Omega_p}^{\infty} dx [x^2 - (\hbar\Omega_p/T)^2]^{3/2} \frac{1}{\exp(x) - 1}. \quad (14)$$

Функция  $F_0 = -V\pi^2 T^4/45(\hbar c)^3$  представляет собой свободную энергию свободного фотонного газа в том случае, когда плазма отсутствует. Для малых и больших значений параметра  $\hbar\Omega_p/T$  функция  $\phi$  может быть представлена, соответственно, в виде

$$\phi \hbar\Omega_p/T \rightarrow 0 \approx 1 - \frac{5}{2\pi^2} \hbar\Omega_p/T^2 \quad (15)$$

и

$$\phi \hbar\Omega_p/T \gg 1 \approx \frac{45\sqrt{3}}{\pi^4} \hbar\Omega_p/T^{3/2} \exp(-\hbar\Omega_p/T). \quad (16)$$

Функция  $\phi'$  с учетом формул (12)—(16) изображена на рис. 3.

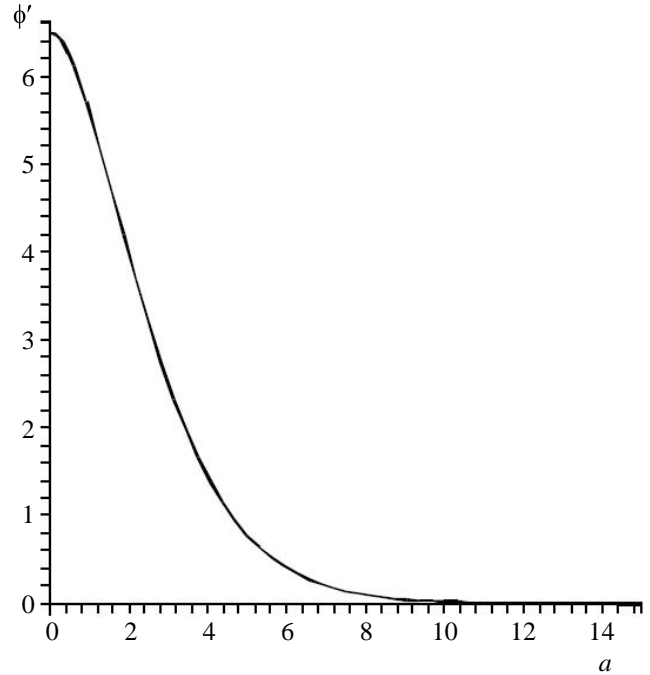


Рис. 3. Функция  $\phi' = \pi^4 \phi/15$ , определяющая свободную энергию  $F = F_0 \phi(a)$

Энтропия излучения  $S = -\partial F/\partial T$  имеет вид

$$S = -\frac{4F_0}{T} \left[ \phi \hbar\Omega_p/T + \frac{3(\hbar\Omega_p)^2}{4T^2} \chi \hbar\Omega_p/T \right], \quad (17)$$

причем  $S_0 = -4F_0/T = 16\sigma VT^3/3c$  ( $\sigma = 5,67 \times 10^{-5}$  г/(с·град) — постоянная Стефана—Больцмана), а функция  $\chi$  определяется выражением

$$\chi \hbar\Omega_p/T \equiv \frac{15}{\pi^4} \times \int_{\hbar\Omega_p}^{\infty} dx [x^2 - (\hbar\Omega_p/T)^2]^{1/2} \frac{1}{\exp(x) - 1}. \quad (18)$$

Поскольку  $\chi(0) = 5/2\pi^2$ , энтропия (17)—(18) для случая  $a \ll 1$  равна

$$S \approx -\frac{4F_0}{T} \left[ 1 - \frac{5a^2}{8\pi^2} \right]. \quad (19)$$

В противоположном случае, когда  $a \gg 1$ , принимая во внимание  $\chi(a \gg 1) = 15 \exp(-a)/\pi^4$ , мы находим энтропию в виде

$$S \approx -\frac{F_0}{T} \frac{45a^2 \exp(-a)}{\pi^4} = \frac{VT\Omega_p^2 \exp(-\hbar\Omega_p/T)}{\pi^2 \hbar c^3}. \quad (20)$$

Обратимся теперь к ультрарелятивистскому случаю, когда  $T \gg mc^2$ . Нетрудно видеть, что с необходимой точностью все приведенные термодинамические формулы справедливы и в ультрарелятивистском пределе с заменой  $\Omega_p \rightarrow \Omega_0 \equiv \sqrt{4\pi e^2 n c^2 / T}$ .

**Адиабатическое расширение, излучение и рекомбинационный переход в модели ранней Вселенной**

Условия возникновения непланковского равновесного излучения были рассмотрены в [10] и получено уравнение (4) для плазменных систем, а также обсуждена гипотетическая возможность отклонения от распределения Планка в реликтовом излучении в модели ранней Вселенной.

В настоящей работе этот вопрос рассмотрен более детально для принятых численных данных по составу, плотности и температуре плазмы перед моментом рекомбинации плазмы в ранней Вселенной.

При адиабатическом расширении объема  $V$  Вселенной температура излучения в ней изменяется при постоянной энтропии, имеющей в нерелятивистском случае при условии  $\hbar\Omega_p \ll T$  вид  $S_0 = -4F_0/T \equiv 16\sigma VT^3/3c$ . Таким образом, на изоэнтропе выполняется соотношение  $VT^3 = \text{const}$ .

Если в какой-то момент в системе при температуре  $T$  присутствует малая добавка материальных частиц с плотностью  $n_0$ , практически не влияющих на полную энтропию, то их плотность  $n$  будет меняться в соответствии с уравнением

$$n = n_0 \frac{T^3}{T_0^3}. \tag{21}$$

Рассчитаем равновесный состав небольшой добавки водорода (составлявшего по принятой модели более 80 % от общей доли вещества во Вселенной) вдоль адиабаты с точкой отсчета:

$$n_0 = 300 \text{ см}^{-3}, \quad T_0 = 3000 \text{ К}. \tag{22}$$

Такая оценка плотности и температуры (22) соответствует принятым представлениям о параметрах "космологической" плазмы перед моментом времени, когда произошел рекомбинационный переход, приведший к образованию нейтральной материи и отрыву излучения от вещества во Вселенной [11]. Эта оценка ниже подтверждается и детализируется расчетом степени ионизации вдоль адиабаты излучения в ранней Вселенной.

Степень ионизации  $\alpha = n_e/n$ , где  $n_e$  — концентрация электронов, определяется формулой Саха

$$1 - \alpha = \alpha^2 K(n, T). \tag{23}$$

В (23)  $K(n, T)$  — константа ионизационного равновесия, определяемая соотношением

$$K(n, T) = \frac{1}{2} n \lambda_e^3 \sum_a n_a T, \tag{24}$$

где  $\lambda_e = \sqrt{2\pi\hbar^2/mT}$  — тепловая длина волны Де-Бройля;

$\sum_\alpha (n, T)$  — статистическая сумма атома, определяемая соотношением

$$\sum_\alpha n_a T = \sum_i g_i \exp(E_i/T) \omega_i, \tag{25}$$

где  $g_i$  и  $E_i$  — статистический вес и энергия связи энергетического уровня атома водорода с главным квантовым числом  $i$ ;

$\omega_i(n)$  — вероятность реализации связанного уровня  $i$  в плазме, определяемая в данной работе пуассоновской вероятностью  $\omega_i(n) = \exp(-nv_i)$  отсутствия частиц внутри классически доступной области движения связанного электрона с главным квантовым числом  $i$ :  $v_i = 4\pi(2a_0i^2)^3/3$  ( $a_0$  — борковский радиус).

Решая уравнение (23) с учетом (24), (25), получим для степени ионизации

$$\alpha(n, T) = \frac{\sqrt{1 + 4K(n, T)} - 1}{2K(n, T)}. \tag{26}$$

Подставляя в (26) выражение для  $n$  вдоль адиабаты из (21), получим требуемую зависимость степени ионизации от температуры излучения, представленную на рис. 4.

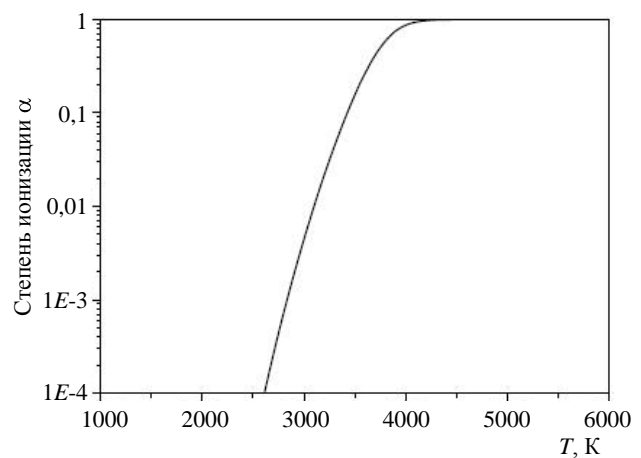


Рис. 4. Зависимость степени ионизации  $\alpha = n_e/n$  водорода вдоль адиабаты (21)

На рис. 5 даны зависимости концентраций электронов  $n_e$  и атомов  $n_a$  от  $T_k$ .

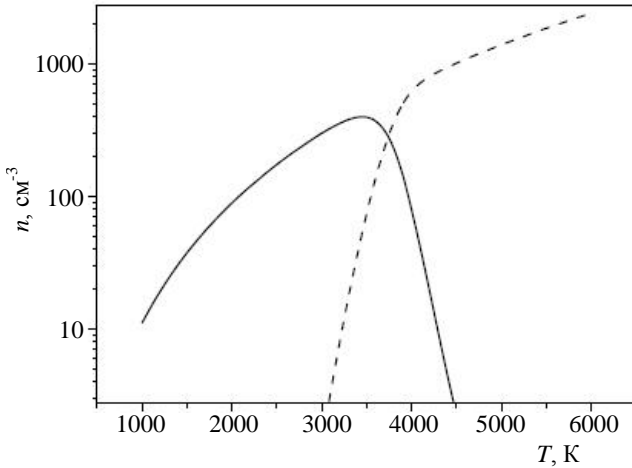


Рис. 5. Плотности компонент водорода вдоль адиабаты (21):  
 — атомы  $n_a$ ; - - - электроны  $n_e$

Вычислим вклад в общее давление, вносимый водородом. Давление излучения  $P_R = 4\sigma T^4/3c$  при температуре  $T = 3000$  К равно  $P_R = 0,204$  дин/см<sup>2</sup>. Давление атомарной плазмы при той же температуре  $P_H = nT[1 + \alpha(n, T)] = 1,25 \cdot 10^{-10}$  дин/см<sup>2</sup>. Следовательно, водородная компонента при рассмотренных параметрах не влияет на общее давление и на остальные термодинамические функции системы в целом.

Как видно из рис. 4 и 5, рекомбинационный переход в неплазменное состояние происходит в узком температурном и временном промежутках, и может рассматриваться как размазанный фазовый переход. Из соотношения (19) при  $a \ll 1$  адиабатическое расширение поля излучения в период времени, близкого ко времени рекомбинации, происходило как для идеального фотонного газа  $TV^{\gamma_0-1}$ , где  $\gamma_0 = 4/3$ . Малая поправка  $\gamma'$  к значению  $\gamma_0$  ( $\gamma \equiv \gamma_0 + \gamma'$ ) является функцией параметров системы  $\gamma' \approx -5a^2/24\pi^2 \ln V$ .

Применим теперь изложенные выше результаты к веществу и излучению ранней Вселенной на том длительном этапе, когда она находилась в плазменном состоянии (primordial plasma), но равновесие между веществом и излучением уже было достигнуто. При этом предполагалось, что и в процессе дальнейшей эволюции термодинамическое равновесие между веществом и излучением сохранялось.

Определим теперь зависящую от времени плазменную частоту  $\Omega_p(t) = \sum_{\alpha} \Omega_p^{\alpha}(t)$ , которая является суммой различных зависящих от времени плазменных частот, отвечающих существующим в момент времени  $t$  сортам и концентрациям заряженных частиц.

Временная зависимость является следствием как процесса адиабатического расширения Вселен-

ной во времени  $V(t)$ , так и с превращениями чисел и сортов заряженных частиц  $N_{\alpha}(t)$  благодаря происходящим в primordial plasma реакциям.

Обозначив в рассматриваемой модели момент рекомбинации primordial plasma как  $t_0$  и используя адиабатическое соотношение для поля излучения  $VT^{1/3} = \text{const}$ , получим

$$S_p = \frac{4F_0}{T} = \frac{4\pi^2 VT^3}{45(\hbar c^3)}. \quad (27)$$

В действительности процесс рекомбинации, как отмечалось выше, занимал малый по сравнению со периодом расширения промежуток времени. Предположим в соответствии с моделью горячей Вселенной, что в момент времени  $t_0$  планковское распределение излучения было справедливо, поскольку плотность вещества была слишком мала, чтобы удовлетворить неравенству  $\hbar\Omega_p(t_0)/T(t_0) \geq 1$ . Обычно принимаемое значение характерной температуры рекомбинации  $T(t_0) \approx 3000$ — $4000$  К.

В работе [10] рассматривалось значение параметра  $a(t) \equiv \hbar\Omega_p(t)/T(t)$  для более ранних моментов времени  $t \ll t_0$ .

Принимая во внимание уравнение (27), находим

$$a(t) = a(t_0) \left( \frac{V(t_0)}{V(t)} \right)^{1/6} = a(t_0) \left( \frac{T(t)}{T(t_0)} \right)^{1/2}.$$

Следовательно, для модели ранней Вселенной параметр  $a(t)$  уменьшается со временем и для времени  $t \ll t_0$  мог бы быть порядка или больше единицы.

В данной модели для простоты предполагается, что число наиболее легких  $\alpha = \alpha_0$  заряженных частиц сохраняется, т. е.  $N_{\alpha_0}(t) = \text{const}$ .

Запишем более точно условие того, что параметр  $a(t)$  в процессе эволюции Вселенной уменьшается со временем, т. е. увеличивается при движении во времени в обратном направлении — вглубь времен. Это условие, принимающее во внимание изменение со временем не только за счет адиабатического расширения, но и за счет изменения состава primordial plasma, требует уменьшения во времени отношения  $\Omega_p(t)V^{1/3}(t)/\Omega_p(t_0)V^{1/3}(t_0)$  ( $t \ll t_0$ ). Условие  $a(t) \geq 1$  достигается, если период времени между установлением зависящего от времени равновесного поля излучения и моментом рекомбинации  $\tau_0$  того же порядка или больше чем  $\tau = t_1 - t_0$ , где  $t_1$  — корень уравнения  $a(t_1) = 1$ .

Если условие  $a(t) \gg 1$  выполнено, тогда мы имеем изоэнтропический процесс с энтропией, определяемой уравнением (20). В этом случае (ес-

ли число легких частиц сохраняется) мы находим, что эволюция параметра  $a(t)$  для соотношения времен  $t < t' \ll t_1$  (в области  $a(t) \gg 1$ ) определяется соотношением

$$a(t) = a(t') + \ln \left( \frac{T(t)}{T(t')} \right).$$

Следовательно, параметр  $a(t)$  уменьшается во времени в области, где  $a(t) \ll 1$  так же, как и в области, где  $a(t) \gg 1$ .

Если состояние плазмы и поля излучения в момент перед рекомбинацией характеризуется параметром  $a(t_0) \ll 1$  и это состояние системы является результатом адиабатического расширения другого состояния в момент времени  $t \ll t_0$ , причем в этот момент  $t$  параметр  $a(t) > 1$ , мы приходим к соотношению

$$\frac{T(t_0)}{T(t)} = \frac{a^2(t_0)}{a^2(t)} \left[ \phi(a(t)) + \frac{3a^2(t)}{4} \chi(a(t)) \right].$$

Адиабата для поля излучения изображена на рис. 6: кривые 1 и 2 — рассчитаны для параметра  $a$  на основе непланковского и планковского распределений как при  $a < 1$ , так и при  $a > 1$ .

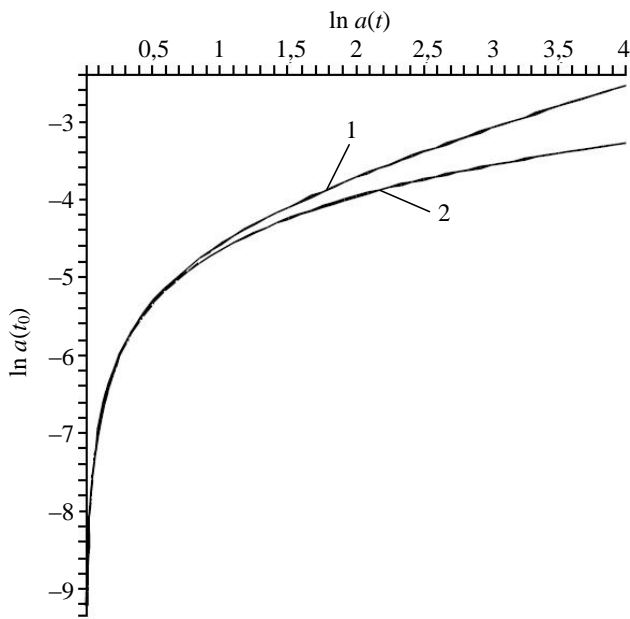


Рис. 6. Функция  $\ln a(t_0)$  в зависимости от  $\ln a(t)$  для фиксированного значения отношения температур  $T(t_0)/T(t) = 0,0001$ :

1 — рассчитана для параметра  $a$  на основе непланковского распределения; 2 — на основе планковского распределения

Видно, что процесс адиабатического расширения *primordial radiation* с параметром  $a(t) > 1$  может приводить к различным сценариям эволюции Вселенной, если равновесное излучение описывается распределением Планка или обобщенным

распределением, пригодным для произвольных значений  $\hbar\Omega_p/T$ .

Покажем, однако, что при принятых значениях параметров плазмы при рекомбинации непланковское распределение не реализуется в силу того, что при движении вглубь времени электронная компонента переходит в релятивистское состояние существенно ранее, чем параметр  $a(t)$  достигает значения  $a(t) = 1$ .

Действительно, релятивизм важен при  $T \geq mc^2$ . Поскольку на адиабате излучения  $n(t) = n_0 T^3/T_0^3$  значение плотности при переходе к релятивизму по порядку величины равно  $n(t) = n_0 m^3 c^6 / T_0^3 \approx 2,3 \cdot 10^{23} \text{ см}^{-3}$  (при  $T = 3000 \text{ К}$  и  $n_0 = 300 \text{ см}^{-3}$ ,  $t \ll t_0$ ). Соответствующее значение параметра —  $a(t) = \hbar\Omega_p/T \approx \hbar\Omega_p/mc^2 \approx 10^{-6}$ . Когда релятивистский режим достигнут, вместо поперечной моды с частотой  $\Omega_p$  возникает мода с зависящей от температуры частотой  $\Omega_0$ . Параметр  $\hbar\Omega_p/T$ , который в релятивистском случае определяет возможность непланковского характера излучения, не зависит от температуры  $T$  на адиабате, где  $\hbar\Omega_0/T \approx \hbar\sqrt{4\pi n_e e^2 c^2} / T^{3/2} \approx \hbar\sqrt{4\pi n_0 e^2 c^2} / T_0^{3/2}$ . Поэтому в релятивистской модели *primordial plasma* при движении вглубь времени не происходит роста параметра  $\hbar\Omega_0/T$ , и он остается малым, если был малым в некий более поздний момент времени. Как показано выше, он был мал при адиабатическом переходе плазмы к релятивистскому режиму при движении системы обратно по времени от момента рекомбинации, где плазма еще далека от релятивистского режима. Это обуславливает справедливость планковского распределения для рассматриваемой модели и принятых параметров *primordial plasma*.

### Равновесное излучение плазмы металлов

Рассмотрим кратко применение изложенных результатов к металлам (на примере жидких металлов). Диэлектрическая проницаемость вырожденного электронного газа в металлах (для простоты здесь рассматривается вырожденный идеальный Ферми-газ электронов, хотя Ферми-жидкостные эффекты могут играть заметную роль) имеет вид [12]

$$\varepsilon^{tr}(k, \omega) = 1 - \frac{3\Omega_p^2}{2\omega^2} \times \left[ 1 + \left( \frac{\omega^2}{k^2 u_F^2} - 1 \right) \left( 1 - \frac{\omega}{2ku_F} \ln \left| \frac{\omega + ku_F}{\omega - ku_F} \right| \right) \right],$$

где  $u_F = \hbar(3\pi^2 n_e)^{1/3}/m$  — скорость Ферми для электронов.

Спектр поперечных волн в длинноволновом пределе определяется соотношением

$$\omega^2 = \Omega_p^2 + k^2 \left( c^2 + \frac{1}{5} u_F^2 \right).$$

Очевидно, что к этому спектру применимы те же условия возникновения непланковского излучения и модифицированной термодинамики излучения, что и рассмотренные выше. Поэтому выполнение условия  $a \geq 1$  является необходимым для заметного отклонения термодинамических функций вещества от их структуры, отвечающей распределению Планка.

Покажем, что условие  $\hbar\Omega_p/T \geq 1$  в металлах легко выполняется. Оценим параметр  $a$  на примере жидкого Na при комнатной температуре  $T_R \approx 300$  К. Полагая плотность числа частиц  $n_e \approx 2,4 \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup>, для параметра  $a$  находим  $a \approx 2,1 \cdot 10^2$ . Большой величиной параметра  $a$  характеризуются и другие жидкие металлы.

Естественно, что определенную роль в формировании излучения могут играть и более коротковолновые части спектра. Рассмотрение этого вопроса будет проведено в отдельной работе.

### Заключение

Рассмотрено равновесное излучение в плазмподобных средах. Получены условия, при которых равновесное излучение является непланковским, и термодинамические функции такого излучения. Показано, что в плазме ранней Вселенной до перехода в неплазменное состояние происходит рост параметра  $a = \hbar\Omega_p/T$ , который определяет возможность перехода к непланковскому распределению. Однако необходимое для такого перехода значение параметра  $a \approx 1$  для принятой модели плазмы ранней Вселенной не достигается, поскольку релятивистские эффекты, связанные с ростом температуры на адиабате сжатия (при движении вглубь времен), наступают раньше, чем параметр  $a$  приблизится к критическому значению  $a \approx 1$ .

Коротко обсуждается применение полученных результатов к плазме металлов. Параметр  $a$  в вырожденной электронной подсистеме металлов обычно существенно больше единицы, и это дает основания рассчитывать на возможность наблюдения непланковского характера равновесного из-

лучения металлов. Косвенным свидетельством в пользу этого является скин-эффект в металлах.

Невозможность поглощать определенные частоты поля означает и невозможность излучать их для поддержания равновесного излучения. Прямое наблюдение равновесного непланковского излучения металлов представляется, однако, непростой задачей, ибо требует высокой степени изоляции металла от окружающей неплазменной среды, облучающей планковским излучением.

Значительный интерес представляет также поиск астрофизических объектов, для которых может иметь место отклонение излучения от планковского.

Авторы благодарны А. Г. Загороднему, А. М. Игнатову, В. А. Рубакову, А. А. Рухадзе, А. Н. Старостину, М. В. Федорову, П. Шраму и В. Эбелингу за полезные обсуждения, а также Д. Монтгомери, привлекишему наше внимание к проблеме равновесного излучения в плазме с экстремальными параметрами.

Данная работа была поддержана Нидерландским обществом по научным исследованиям (NWO) — грант 047.017.2006.007 и Российским фондом фундаментальных исследований (РФФИ) — грант 07-02 -92310.

### Литература

1. Planck M. // Annalen der Phys. 1900. V. 1. P. 719.
2. Planck M. // Ibid. 1901. V. 4. P. 553.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Курс теоретической физики. Т. V. Ч. 1. — М.: Наука, 1976.
4. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмподобных сред. — М.: Госатомиздат, 1961.
5. Коваленко Н. П., Красный Ю. П., Тригер С. А. Статистическая теория жидких металлов. — М.: Наука, 1992.
6. Born M. // Atomic Physics. Dover. — New York, 1969.
7. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика. Ч. 2. — М.: Наука, 1978.
8. Gamow G. The Creation of the Universe. — Viking, 1961.
9. Penzias A. A., Wilson R. W. // Astrophysical Journal. 1965. No. 142. P. 419—421.
10. Trigger S. A. // Physics Letters, A 370. 2007. No. 5—6. P. 365.
11. Горбунов Д. С., Рубаков В. А. Введение в теорию ранней Вселенной. — М.: ИЯИ РАН, 2007.
12. Александров А. Ф., Богданович, Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. — М.: Высш. шк., 1988.

Статья поступила в редакцию 11 декабря 2008 г.



## No-Plank equilibrium radiation of the medium similar to plasma

S. A. Triger, A. L. Khomkin  
Incorporated Institute of Heats, Moscow, Russia

*Consideration of equilibrium radiation in the medium similar to plasma shows that spectral distribution of such radiation is distinct from Plank equilibrium radiation (black radiation). The physical reason of this difference consists in impossibility of distribution of photons with the dispersion law  $\omega = ck$  in systems of the charged particles. The thermodynamics of equilibrium electromagnetic radiation in plasma is considered also. It is shown that a difference of thermodynamic properties of such radiation from Plank radiation is characterized by the parameter  $a = \hbar\Omega_p/T$ . It is essentially shown in such plasma mediums, where  $a \geq 1$ . Application of the received results to plasma of metals (first of all in a liquid condition where the charged particles have no the distant order) and to plasma model of the early Universe is discussed.*

PACS: 52.25.-b

\* \* \*