

УДК 537.84

## Математическое моделирование физико-технологического процесса электролиза

*Н. П. Савенкова, А. В. Шобухов, С. В. Анпилов, Р. Н. Кузьмин*

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

*О. Г. Проворова*

Федеральный сибирский университет, г. Красноярск, Россия

***На основе различных математических моделей установлены принципы оптимизации параметров работы электролизера, реально используемого в отечественной промышленности для производства алюминия.***

PACS: 47.65.-d; 47.70.Fw; 47.85.M-; 52.30.Cv

**Ключевые слова:** различные математические модели, алюминиевый электролизер, процесс электролиза, динамика жидкости, электрохимия.

### Введение

На основе различных математических моделей установлены принципы оптимизации параметров работы электролизера, реально используемого в отечественной промышленности для производства алюминия.

В настоящей работе рассматриваются различные подходы к моделированию алюминиевого электролизера, используемого в промышленности для производства алюминия, в результате разложения глинозема, растворенного в жидком криолите.

В типичной промышленной установке электролизеры расположены в два ряда продольно – торец к торцу, в каждом электролизере ток распределяется посредством системы шин. Рассматривается упрощенный вариант алюминиевого электролизера, представляющего собой прямоугольный параллелепипед с опущенными внутрь угольными анодами. Внутри электролизерной ванны находится вязкая несжимаемая жидкость (через которую проходит ток), состоящая из двух вертикальных слоев: верхний слой — электролит, нижний — жидкий алюминий. Вдоль бортов электролизера находится слой, образованный углеродистыми соединениями — настель, которая служит защитой от коррозии внутренней поверхности ванны электролитом. Нижняя поверхность ванны неровная, что обусловлено образованием отложений по бокам и на дне ванны (т. н. гарнисаж). Верхняя поверхность жидкости ограничена погруженными в электролит анодами прямоугольной формы. Между анодами (в каналах) поверхность жидкости свободна.

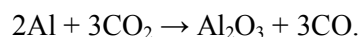
Основным показателем работы электролизера является выход по току, т. е. отношение количеств

ва практически полученного алюминия к количеству, которое должно выделиться на катоде согласно закону Фарадея:

$$\eta = \frac{P(t)}{I \cdot t \cdot 0,335} \cdot 100 \%$$

В процессе производства алюминия возникают нежелательные явления (циркуляция металла, волнообразование на поверхности металла, перекос анода и др.), что ведет к негативным последствиям: размыву гарнисажа, разрушению подовых и анодных блоков, прорыву металла, перемешиванию алюминия с электролитом и пр. В результате нарушается технологический режим, снижается выход по току и уменьшается срок службы электролизеров.

Важно знать, как изменения конструкции и технологических параметров отражаются на процессах, происходящих в электролизере. Считается, что первопричина снижения выхода по току — окисление растворенного алюминия анодным газом ( $\text{CO}_2$ ). Основная реакция, вызывающая потери металла,



Алюминий попадает в рабочую зону либо вследствие растворения, либо вследствие диспергирования. Для уменьшения энергетических потерь нужно, по возможности, уменьшать слой электролита, но при этом на поверхности раздела металл—электролит могут возникнуть колебания. При некоторых условиях наблюдается рост амплитуд этих волн, который называется неустойчивостью или магнитогидродинамической (МГД) нестабильностью. Даже простое незатухающее колебание поверхности раздела должно быть уст-

ранено, так как при нем возрастает массоперенос растворенного алюминия от катода в межполюсное пространство, где он снова окисляется. МГД-нестабильность является основным препятствием увеличения выхода по току, и ее устранение является одним из самых тонких мест в технологическом процессе производства первичного алюминия.

Важным параметром, влияющим на эффективность работы электролизера, является межполюсное расстояние (МПР {BPD}) — расстояние между подошвой анодов и поверхностью металла. Чем больше межполюсное расстояние, тем больше выход по току. Если межполюсное расстояние больше 6 см, то выход по току растет незначительно, если меньше 3 см, то выход по току резко падает, так как алюминий попадает в реакционную зону, где происходит его обратное окисление. Поэтому для большинства ванн оптимальное МПР лежит в диапазоне 4—6 см.

Одна из основных задач текущей технологии — создание условий в межполюсном пространстве, при которых уменьшается поток растворенного и диспергированного алюминия с поверхности катода и снижается вероятность его вторичного окисления, а также создание условий, при которых уменьшается вероятность зажатия ванны (когда МПР становится меньше допустимого).

Таким образом, при электролизе криолитоглиноземных расплавов на выход по току влияют: температура электролита, межполюсное расстояние, плотность тока, состав электролита и качество обслуживания ванны.

Неполадки в работе ванн — это такие расстройства процесса электролиза, которые приводят к снижению выхода по току и качества получаемого алюминия, к перерасходу электроэнергии и сырья, а также к более серьезным последствиям — аварийному состоянию ванн, требующему выключения отдельных ванн и даже целой их группы.

К основным недостаткам в работе ванн относят следующее: холодный ход ванны, выпадение глинозема на подину ванны, затяжной "негаснувший" анодный эффект, горячий ход ванны.

Предложенная модель позволяет проводить математический эксперимент по наблюдению работы ванны в случае возникновения большинства основных неполадок. При варьировании различных параметров, таких как последовательность замены анодов, форма и расположение анодов, конфигурация настлы, величины подводимых токов, возможны повышение выхода по току и устранение неполадок в работе ванны, что имеет практическое значение и позволит дать рекомендации по оптимизации технологического процесса электролиза алюминия, а также служить повышению эффективности производства.

### Трехмерная математическая модель электролиза алюминия

Рассмотрим математическую модель процесса электролиза Эру—Холла. Отличие предлагаемой модели от рассматривавшихся ранее, например в [1—7], состоит в том, что электролит и жидкий алюминий представляются не двумя слоями несмешивающихся жидкостей, а единой средой — смесью с переменными концентрациями ингредиентов. Такой подход использовался в работах [8, 9] при описании течения смеси тяжелых вязких жидкостей. Он гораздо более адекватен для задач, в которых процесс электролиза моделируется на временном интервале порядка десятков часов.

При исследовании возникновения и развития волн на поверхности раздела алюминия и электролита [1—7] процесс изучается на протяжении единиц секунд. При этом вполне допустимо игнорировать их перемешивание и собственно электрохимическую реакцию образования алюминия. Однако при оптимизации всего процесса в целях уменьшения расхода электроэнергии и увеличения выхода продукта необходимо принимать во внимание, что выделение алюминия из глинозема происходит в основном вблизи анода. Образовавшийся металл затем оседает вниз, проходя через слой электролита и участвуя во вращательном движении среды под действием силы Лоренца. Стадия непрерывного накопления металла в нижних слоях ванны длится около суток и сопровождается наращиванием слоя настлы на стенках и дне и выделением побочных продуктов реакции в виде отдельных пузырей газа.

Таким образом, для адекватного моделирования электролиза алюминия необходимо описывать среду как смесь жидкого металла и электролита, между которыми протекает химическая реакция, а границу между ними определять по концентрациям реагентов.

Рассматриваемая математическая модель представляет собой систему уравнений магнитной гидродинамики [10] для несжимаемой вязкой смеси двух жидкостей:

$$\operatorname{div} \vec{U} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U}, \vec{\nabla}) \vec{U} + \frac{\vec{\nabla} p}{\rho} = \frac{\vec{j}}{\rho} - \vec{g} + \nu \Delta \vec{U}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial t} + (\vec{U}, \vec{\nabla}) c_2 = -\frac{\kappa}{\rho_2} c_2 (1 - c_1) |\vec{j}|; \quad (3)$$

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} + (\vec{U}, \vec{\nabla}) c_1 = \frac{\kappa}{\rho_1} c_2 (1 - c_1) |\vec{j}|;$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \text{rot} (\vec{U} \times \vec{H}) - c \cdot \text{rot} \vec{E};$$

$$\vec{f} = \frac{1}{c} (\vec{j} \times \vec{H}); \quad \vec{j} = \frac{c}{4\pi} \cdot \text{rot} \vec{H}; \quad \vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma}; \quad (4)$$

$$\rho = c_1(t, x, y, z) \cdot \rho_1 + c_2(t, x, y, z) \cdot \rho_2;$$

$$v = c_1(t, x, y, z) \cdot v_1 + c_2(t, x, y, z) \cdot v_2; \quad (5)$$

$$\sigma = c_1(t, x, y, z) \cdot \sigma_1 + c_2(t, x, y, z) \cdot \sigma_2.$$

Основными неизвестными являются: скорость движения среды  $\vec{U} = (U_x, U_y, U_z)$ ; концентрации металла  $c_1$  и электролита  $c_2$ ; напряженность магнитного поля  $\vec{H} = (H_x, H_y, H_z)$ .

Для удобства записи уравнений и постановки краевых условий используем напряженность электрического поля  $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$ , плотность электрического тока  $\vec{j} = (j_x, j_y, j_z)$  и силу Лоренца  $\vec{f} = (f_x, f_y, f_z)$ . Ускорение, создаваемое внешними силами, равно  $\vec{g} = (0, 0, -g)$ , где  $g$  — ускорение свободного падения.

Уравнения (1)—(2) описывают движение среды как смеси вязких несжимаемых жидкостей с общей скоростью движения [8], уравнения (3) — перенос вещества смеси и реакцию между ее компонентами по закону действующих масс, при этом предполагаем, что скорость реакции пропорциональна модулю плотности тока  $|j|$  с коэффициентом  $k$ .

Уравнения (4) описывают протекание через среду электрического тока и индуцирование им магнитного поля [10]. Плотность  $\rho$ , вязкость  $v$  и электропроводность  $\sigma$  среды вычисляются через концентрации по формулам (5), в которых  $\rho_{1,2}$ ,  $v_{1,2}$  и  $\sigma_{1,2}$  — постоянные величины плотности, вязкости и электропроводности металла и электролита, соответственно.

Мы рассматриваем модельную электролизную ванну размерами  $1 \times 1 \times 1$  м по  $x, y, z$ . На аноде, катоде и стенках электролизера для скорости  $\vec{U}$  поставлено условие прилипания  $\vec{U} = 0$ , а для напряженности  $\vec{H}$  и градиентов концентраций  $c_1$  и  $c_2$  — равенство нулю нормальной компоненты:  $(\vec{H} \cdot \vec{n}) = 0$ ,  $(\nabla c_1 \cdot \vec{n}) = 0$ ,  $(\nabla c_2 \cdot \vec{n}) = 0$ , где  $\vec{n}$  — внешняя нормаль к границе области. Плотность тока  $\vec{j}$  на аноде и катоде задана равной 0,75 и 0,55 А/см<sup>2</sup>; на боковых стенках она берется равной нулю.

Электролизная ванна предполагается исходно снизу наполовину заполненной жидким металлом,

а от половины до верхнего края — раствором глинозема в электролите; возмущение поверхности отсутствует. Ток считается в начальный момент равномерно распределенным по всей площади электродов. Исследуются два варианта:

а — начальная скорость среды равна нулю;

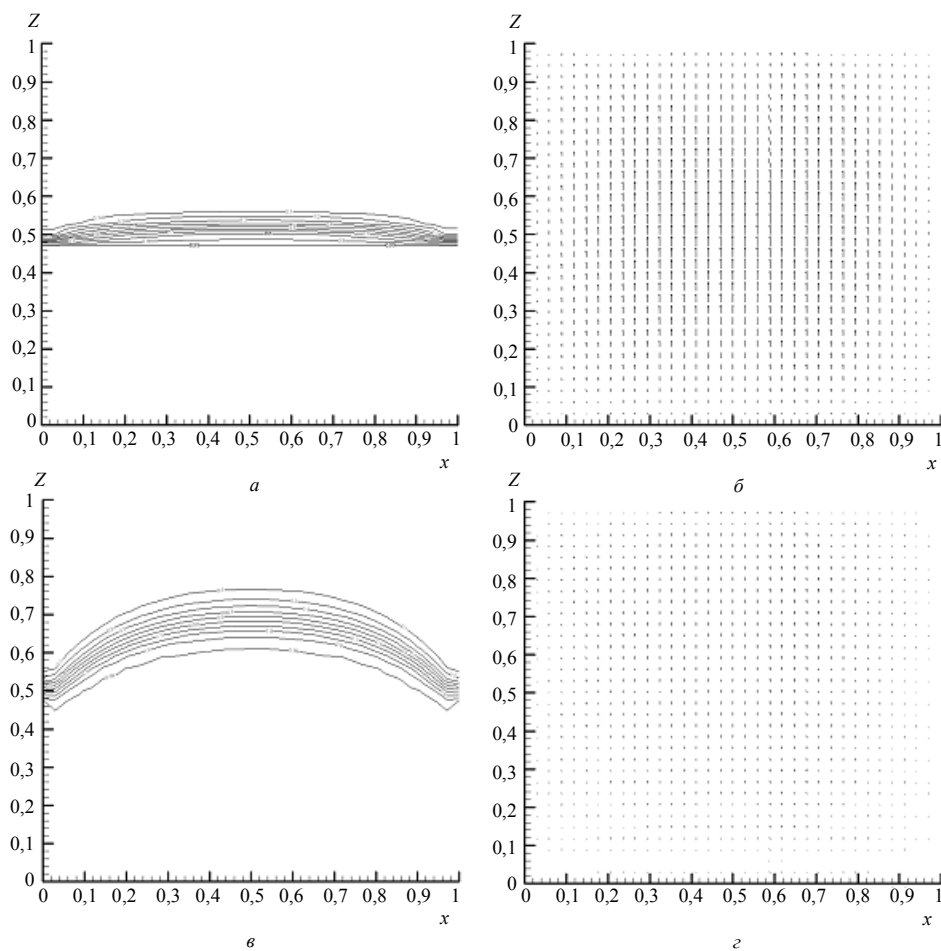
б — начальная скорость в горизонтальных сечениях, кроме  $z = 0$  и  $z = 1$ , задается плоским круговым вихрем: скорость направлена по касательной к радиусу-вектору  $\vec{r}$  из середины сечения ( $x = 0,5, y = 0,5$ ); ее вертикальная компонента равна 0, а горизонтальная изменяется по модулю от 0 в центре и на боковых стенках до 10 см/с в середине, т. е. при  $|\vec{r}| = 0,5$ .

Так как в настоящей работе приводятся результаты моделирования лишь начальной стадии процесса, коэффициент скорости реакции  $k$  был взят равным нулю. Раздел между металлом и электролитом проводился по линии, соответствующей концентрации алюминия, равной 0,99. При этом обращалось особое внимание на форму переходного слоя, отвечающего концентрациям металла от 0,1 до 0,9.

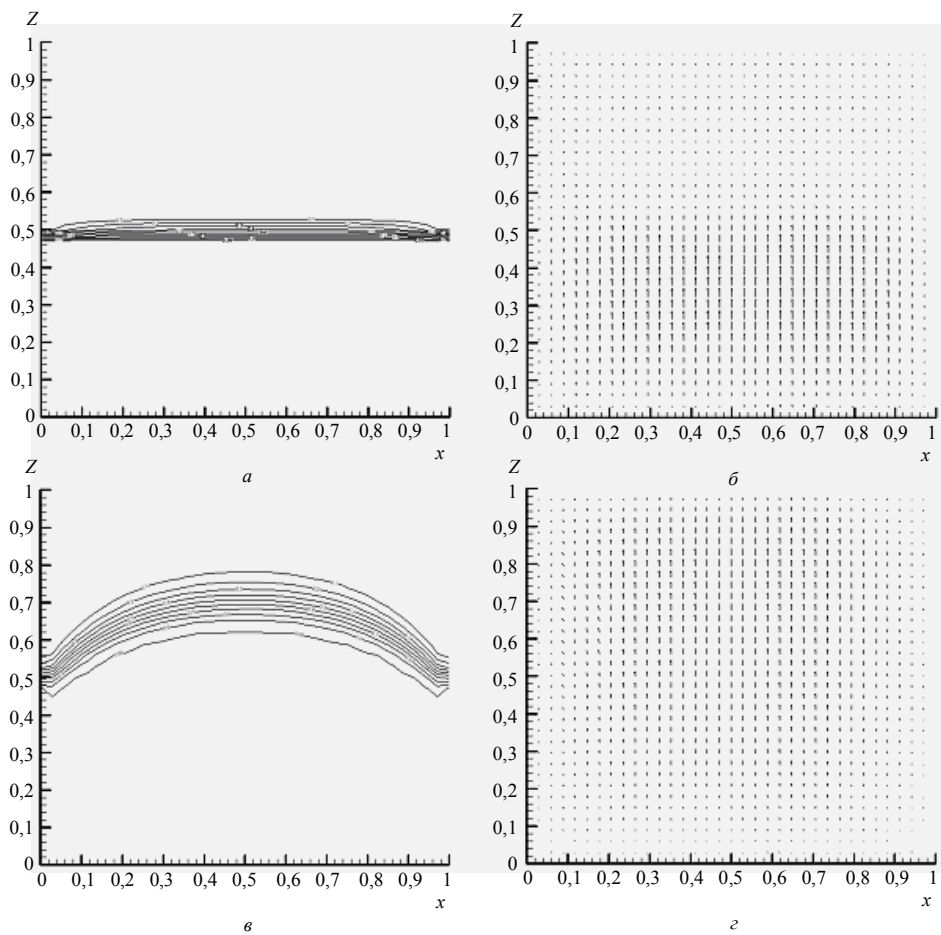
Развитие процесса при нулевой начальной скорости показано на рис. 1. На нем выведены концентрации и скорости в вертикальном сечении  $Oxz$ , соответствующем  $y = 0,5$ .

Те же величины в том же сечении, но при наличии в начальный момент плоского кругового вихря с максимальной скоростью 10 см/с, показаны на рис. 2. Качественная картина в обоих вариантах оказалась схожей: вначале в середине ванны возникает возвышение границы раздела, а по краям она несколько понижается, как это видно на рис. 1, а и 2, а. Наибольшая скорость по  $z$  достигается вдоль вертикальной оси в нижней половине ванны, где находится жидкий металл (см. рис 1, б и 2, б).

Переходный слой с концентрациями металла от 0,1 до 0,9, состоящий из диспергированного алюминия, исходно довольно тонок (около 3 % высоты ванны), но по достижении возвышением своего максимума (см. рис. 1, в и 2, в) он расширяется до 20 % ее высоты. Область наибольших скоростей по  $z$  смещается при этом в область, занятую электролитом (см. рис. 1, г и 2, г). Затем вертикальная скорость начинает убывать, меняет знак, и среда начинает обратное движение вниз. После еще одного колебания приблизительно такого же периода, но меньшей амплитуды, среда приходит в состояние равновесия, в котором граница раздела не является строго горизонтальной. В первом случае остается небольшое возвышение, во втором — небольшое углубление. Несмотря на затухание вертикального движения, скорость по горизонтали уменьшается лишь на 25 %.



**Рис. 1. Нулевая начальная скорость.**  
Концентрация металла и скорость движения среды в моменты времени  $t = 2$  с (а, б) и  $t = 7$  с (в, г)



**Рис. 2. Плоский круговой вихрь.**  
Концентрация металла и скорость движения среды в моменты времени  $t = 8$  с (а, б) и  $t = 22$  с (в, г)

Существенное различие вариантов с нулевой начальной скоростью и плоским круговым вихрем проявляется в скорости протекания процесса: в первом случае максимум возвышения достигается через 7 с, период колебания составляет около 15 с, а выход на стационарный режим происходит к 42-й с, в то время как во втором случае максимум достигается через 22 с, период колебания составляет около 45 с, а выход на стационарный режим происходит через 100 с. Также имеется различие в движении в горизонтальной плоскости: в первом случае при изначально покоящейся среде в ванне возникает горизонтальное течение, направленное в центр в слоях металла и из центра в слоях электролита; во втором случае подобное течение также возникает, а изначально вращение сохраняется, но его скорость падает.

Можно сказать, что в начальной стадии процесса преобладает движение по вертикали, которое приводит к расширению переходного слоя, содержащего смесь металла и электролита, но вертикальное колебание затухает, а горизонтальное

движение сохраняется и начинает преобладать при выходе процесса на стационарный режим

### Моделирование пузырьковой среды

Из численных экспериментов, проведенных по трехмерной модели, видно, что  $z$ -компонента скорости как в металле, так и в электролите в режиме МГД-стабильности пренебрежительно малы по сравнению с горизонтальными компонентами, поэтому естественным представляется провести осреднение системы по высоте и перейти к моделированию по двумерной модели, в которой уравнения записаны для каждой из сред, связанных посредством вязкого трения. Подробно модель описана в работе [11].

Рассмотрим результаты численного эксперимента расчета реальной ванны, начальные распределения скоростей в средах считаются заданными: на рис. 3, *a* показано поле скоростей в среде электролита, поле скоростей в среде алюминия качественно существенно не отличается.

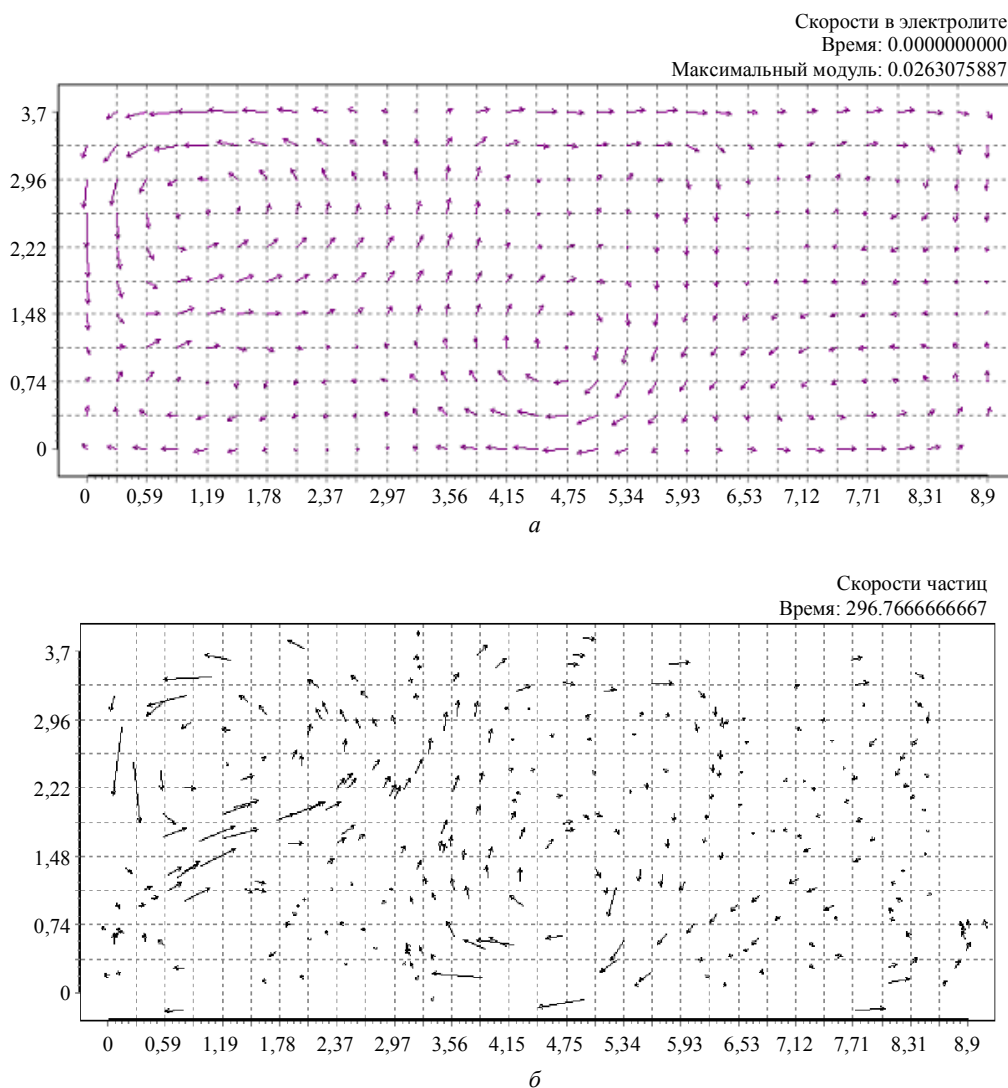


Рис. 3. Поле скоростей:

*a* — в среде электролита в начальный момент времени; *б* — пузырьков в момент времени  $t = 296,7$  с

Модель позволяет учесть реальную геометрию рабочего пространства и распределение токов по анодам. Подчеркнем, что результаты расчетов относятся к некоторому среднему слою как для среды электролита, так и для среды алюминия. Проведенные тестовые расчеты с нулевыми начальными скоростями дают одинаковый результат как по двумерной, так и по представленной трехмерной модели.

В процессе электролиза в среде электролита неизбежно происходит выделение газов CO и CO<sub>2</sub> в виде частиц — пузырьков, их динамика определяется полем скоростей. Находясь в среде электролита, они оказывают влияние на ход процесса — скапливаясь под анодом; прилипнув к его нижней поверхности, они, с одной стороны, служат дополнительной защитой анода от выгорания, с другой — большие объемы скопившегося газа приводят к существенному изменению проводимости среды, что ведет к перераспределению токов и может привести к МГД-нестабильности. Удаление пузырьков с анодов осуществляется периодическим встряхиванием.

Двухмерная модель накладывает ограничения на моделирование пузырьковой среды так, что частицы находятся постоянно в одном слое, т. е. не могут всплыть и прилипнуть к аноду.

Полагается, что пузырьки имеют плотность газа CO<sub>2</sub> и размер 1 мм. В рамках двухмерной модели было проведено моделирование поведения пузырьков, за основу математической модели была взята модель, предложенная в работе [12]. Модель основана на подходе Лагранжа — каждая частица имеет собственные параметры, и динамика ее движения пересчитывается на каждом шаге по времени.

$$u_p^{n+1} = \frac{u_p^n + S_u \delta t}{1 + F \delta t},$$

где

$$F = \frac{3C_d \rho_f V_{slip}}{4d_p \rho_p}; \quad S_u = F u_p + \frac{(\rho_p - \rho_f)g}{\rho_p};$$

$$V_{slip} = u_p - u_f.$$

Величины с индексом  $p$  относятся к пузырьку;

$u$  — вектор скорости;

$\rho$  — плотность;

$\delta t$  — шаг по времени;

$d_p$  — диаметр (усредненный) частицы;

$C_d$  — “коэффициент тяги“ (Drag Coefficient);

$g$  — ускорение свободного падения.

Коэффициент  $C_d$  зависит от геометрических свойств частицы и находится эмпирическим путем [12] (в приводимом расчете взят равным 8/3).

Будем считать, что в начальный момент времени пузырьки были равномерно распределены по площади слоя. На рис. 3, б приведено поле скоростей пузырьков в момент времени  $t = 296,7$  с. Такой результат позволяет предположить, что при таких данных наибольшая концентрация пузырьков будет наблюдаться под 4-м и 8-м анодами.

Подробное численное моделирование динамики пузырьков в различных слоях электролита дает возможность оптимизации управления процессом электролиза, позволяя предсказывать необходимое встряхивание анодов.

### Численное моделирование замены выгоревших анодных блоков

Технология электролиза с обожженными анодами подразумевает периодическую замену анодов, в процессе чего могут происходить нежелательные возмущения среды, приводящие к снижению эффективности производства. При замене выгоревших анодных блоков, которые выводятся по 1—2 шт. по мере их выгорания, происходит перераспределение токов по анодам, что влечет за собой изменение распределения напряженности электромагнитного поля в металле и электролите, а значит, к изменению величины электромагнитной силы, действующей в этих средах. Практика показывает, что часто нежелательные колебания возникают при извлечении двух угловых анодов. Проведен численный эксперимент, моделирующий извлечение 21 и 22-го анодов в ванне. При этом примерно через 0,3 с после отключения анодов наблюдается всплеск поверхности раздела, при котором МПР становится равно 2 см, что меньше критического для данного электролизера, однако затем амплитуда колебаний снижается до допустимой. На рис. 4, кривая 1 изображена динамика максимальной высоты поверхности раздела после извлечения анодов в зависимости от времени.

Расчеты показали, что при одновременном извлечении 21-го и 22-го анодов происходит резкое возрастание амплитуды колебаний, что приводит к тому, что МПР становится меньше критического и свидетельствует о нарушении стабильности работы электролизера, что подтверждается наблюдениями. Итак, проводя предварительные расчеты по предложенной модели, возможно заранее выносить качественные суждения о стабильности процесса электролиза при извлечении анодов из конкретного электролизера, не прибегая к дорогостоящим физическим экспериментам.

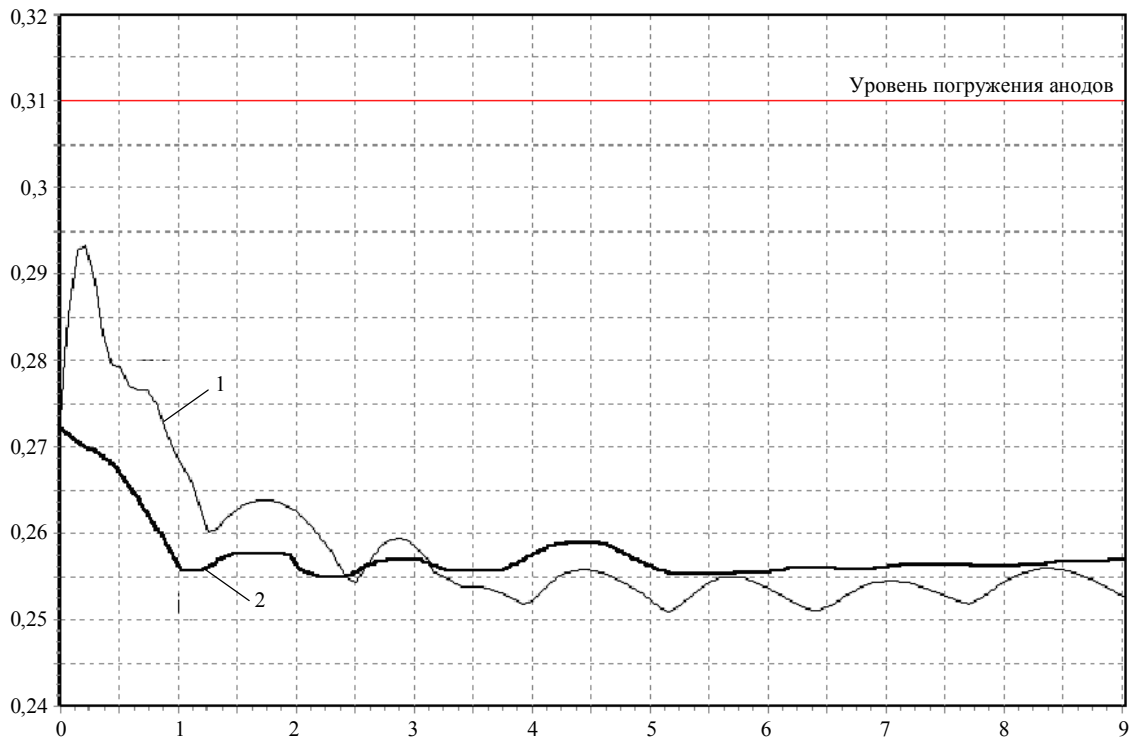


Рис. 4. Динамика максимальной высоты поверхности раздела:  
1 — после извлечения анодов 21 и 22; 2 — рабочий режим

**Уточнение критерия устойчивости протекания процесса электролиза**

Для прогноза устойчивости процессов, протекающих в электролизере, иногда выводят упрощенные (по сравнению с вышеприведенными) уравнения, из которых выводятся так называемые критерии устойчивости. Они связывают параметры, характеризующие процесс, и позволяют ответить на вопрос, будет ли электролизер работать устойчиво, т. е. не будет ли МПР меньше критического МПР для данного электролизера.

В производственных АСУТП (автоматизированная система управления технологическим процессом) для определения порога устойчивости электролизера на практике часто используется критерий Бояревича—Ромерио [13], который в реальном времени позволяет следить за МГД-стабильностью технологического процесса и эффективно управлять им.

По результатам моделирования предложен способ снятия неопределенности в выборе ведущей пары мод разложения поверхности металла для конкретных электролизных ванн. Критерий Бояревича—Ромерио заключается в решении следующего неравенства в режиме реального времени:

$$(\rho_m - \rho_e)^2 g^2 \pi^4 h_m^2 h_{BPD}^2 \left( \frac{m'^2}{L_x^2} + \frac{n'^2}{L_y^2} \right) \left( \frac{m^2}{L_x^2} + \frac{n^2}{L_y^2} \right) \times$$

$$\times \left( \frac{m'^2 - m^2}{L_x^2} + \frac{n'^2 - n^2}{L_y^2} \right)^2 \geq \frac{I_c^2}{4 \cdot L_x^2 L_y^2} \varepsilon_k^2 \varepsilon_{k'}^2 \times$$

$$\times \left[ \frac{n'm - nm'}{L_x L_y} (B_{k'_x+k_x, k'_y+k_y} - B_{k'_x-k_x, k'_y-k_y}) + \right.$$

$$\left. + \frac{n'm + nm'}{L_x L_y} (B_{k'_x+k_x, k'_y-k_y} - B_{k'_x-k_x, k'_y+k_y}) \right]^2,$$

где  $k_x = \frac{\pi}{L_x} m$ ;  $k_y = \frac{\pi}{L_y} n$ ;  $m, n$  — целые числа,

$$\varepsilon_k = \begin{cases} 1, & \text{если } k_x, k_y \neq 0 \\ 1/\sqrt{2}, & \text{если } k_x \text{ или } k_y = 0, k_x \neq k_y; \\ 1/2, & \text{если } k_x = k_y = 0 \end{cases}$$

$I_c$  — ток серии, при котором рассчитывалось магнитное поле.

В критерии учитываются основные технологические параметры и распределение вертикальной компоненты магнитного поля через преобразование Фурье:

$$B_{k_x, k_y} = \frac{4}{L_x L_y} \int_{\Gamma} B_z \sin k_x x \sin k_y y dx dy.$$

Критическое значение МПР по этому критерию может быть выражено через

$$h_{BPD} = A \frac{I_c^2}{(\rho_m - \rho_e) h_m},$$

где

$$A = \frac{\varepsilon_k \varepsilon_{k'}}{2 \cdot L_x L_y J_0} \times \left[ \frac{n'm - nm'}{L_x L_y} (I(m'+m, n'+n) - I(m'-m, n'-n)) + \frac{n'm + nm'}{L_x L_y} (I(m'+m, n'-n) - I(m'-m, n'+n)) \right] / \left[ g \pi^2 \sqrt{\left( \frac{m^2}{L_x^2} + \frac{n^2}{L_y^2} \right) \left( \frac{m'^2}{L_x^2} + \frac{n'^2}{L_y^2} \right) \left( \frac{m'^2 - m^2}{L_x^2} + \frac{n'^2 - n^2}{L_y^2} \right)} \right].$$

Здесь Фурье-компоненты вертикальной составляющей магнитного поля в зависимости от длины настыви обозначены через

$$I(m, n) = \frac{4}{L_x L_y} \int_{\Gamma} B_z \sin k_x x \sin k_y y dx dy.$$

При использовании на практике существует неопределенность в выборе ведущей пары мод  $(m, n) - (m', n')$ , которая используется в критерии устойчивости, так как заранее неизвестна пара, наиболее характерная для данной ванны.

Предложенная математическая модель позволяет устранить эту неопределенность. Проводится расчет динамики поверхности раздела при стабильном режиме работы для конкретных электролизных ванн. Из минимального значения распределения МПР во времени вычисляется далее критическое расчетное значение МПР по формуле  $h_{cr} = 0,7 h_{\min}$ . График зависимости МПР от времени представлен кривой 2 на рис. 4.

Расчитанное МПР лежит в диапазоне 3,7—5,6 см. Отвечающее ему критическое МПР должно быть примерно равно  $0,7 \cdot 3,7 = 2,59$  см.

Далее по таблице, в которой представлены МПР для различных ведущих пар мод, вычисленных по критерию Ромерио—Бояревича, ищем пару, соответствующую МПР наиболее близкому к расчитанному  $h_{cr}$ .

Предлагается следующий алгоритм снятия неопределенности выбора пары мод в критерии:

1 — построение графика зависимости МПР от времени;

2 — нахождение минимального МПР и вычисление  $h_{cr} = 0,7 h_{\min}$ ;

3 — сравнение  $h_{cr}$  с таблицей, в которой для различных пар мод  $(m, n) - (m', n')$  расчитано  $h_{BPD}$  по критерию Бояревича—Ромерио;

4 — выбор одной пары мод, используемой в дальнейшем в критерии.

**Расчитанное по критерию Бояревича—Ромерио критическое МПР, соответствующее различным ведущим парам мод**

$m$	$n$	$m'$	$n'$	$h_{BPD}$ , см
1	2	5	0	5,90
5	0	1	2	5,90
0	1	1	1	3,38
1	1	0	1	3,38
2	1	3	0	3,35
3	0	2	1	3,35
1	2	4	1	3,02
4	1	1	2	3,02
1	1	2	0	2,52
2	0	1	1	2,52
0	1	3	0	2,21
3	0	0	1	2,21

Из таблицы видно, что наиболее близкое, расчитанное  $h_{cr} = 2,59$  см, отвечает паре мод  $(1, 1) - (2, 0)$ , для которой  $h_{BPD} = 2,52$  см.

Таким образом, для данного электролизера в критерии Бояревича—Ромерио рекомендуется выбрать пару мод  $(1, 1) - (2, 0)$ . Сравнение с экспериментальными данными подтвердило правильность рекомендованного выбора мод.

### Заключение

Предложены две модели — двухмерная и трехмерная; проведено моделирование процессов, происходящих в электролизной ванне, что позволит создавать более совершенные ванны. В дальнейших работах предполагается провести сравнение этих двух моделей.

### Литература

1. Urata N., Mori K., Ikeuchi H. Behavior of Bath and Molten Metal in Aluminium Electrolytic Cell// Light Metals. Japan, 1976. P. 573—583.
2. Sele T. Instabilities of the Metal Surface in Electrolytic Cells// Ibid. 1977. P. 7—24.
3. Moreau R., Ewans J. W. An analysis of hydrodynamics of aluminum reduction cells// Jour. Electrochem. Soc. 1984. V. 131. No. 10. P. 2251—2259.
4. Sneyd A. D., Wang A. Interfacial Instabilities due to MHD Mode Coupling in Aluminium Reduction Cells// Jour. Fluid Mech. 1994. V. 263. P. 343—359.
5. Bojarevics V. V., Romerio M. V. Long waves instability of liquid metal-electrolyte interface in aluminium electrolysis cells: a generalization of Sele's criterion// Eur. Jour. Mech. B/Fluids. 1994. V. 13. No. 1. P. 33—56.
6. Davidson P. A., Lindsay R. J. Stability of interfacial waves in aluminium reduction cells// Jour. Fluid Mech. 1998. V. 362. P. 273—295.



7. Gerbeau J.-F., Lelievre T., Le Bris C. Simulations of MHD flows with moving interfaces// Jour. Comput. Phys. 2003. V. 184. P. 163—191.

8. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. — М.: Наука, 1978.

9. Дорохов И. Н., Кафаров В. В., Нигматулин Р. И. Методы механики сплошной среды для описания многофазных многокомпонентных смесей с химическими реакциями и процессами тепло- и массопереноса// Прикладная математика и механика. 1975. Т. 39. № 3. С. 485—496.

10. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики. — М.: Наука, 1980.

11. Алаторцев А. В., Кузьмин Р. Н., Проворова О. Г., Савенкова Н. П. Динамическая модель магнитно-гидродинами-

ческих процессов в алюминиевом электролизере// Прикладная физика. 2004. № 5. С. 33—42.

12. Cross M., Croft T. N., Djambazov G., Pericleous K. Third International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries CSIRO; Computational Modelling of Bubbles, Droplets and Particles in metals Reduction and Refining, 2003.

13. Коростелев И. Н., Проворова О. Г., Пискажева Т. В., Синельников В. В. Разработка методики использования критерия устойчивости Бояревича—Ромерио в алгоритмах АСУТП электролиза алюминия// Вестник Красноярского государственного университета. Сер. Физико-математические науки. — Красноярск: ИЦ КрасГУ, 2005. С. 242—248.

Статья поступила в редакцию 23 октября 2009 г.

## Mathematical modeling the physico-technological process of electrolysis

*N. P. Savenkova, A. V. Shobukhov, S. V. Anpilov, R. N. Kuzmin*

M. V. Lomonosov, Moscow State University, Leninsky gory, 119992, Moscow, Russia

E-mail:svanpilov@inbox.ru

*O. G. Provorova*

Siberian Federal University, 79 Svobodny av., 660041, Krasnoyarsk, Russia

E-mail: opra@krasu.ru

*Various mathematical models are used in this article to develop optimization principles of parameters of real industrial reduction cell working process.*

PACS: 47.65.-d; 47.70.Fw; 47.85.M-; 52.30.Cv

*Keywords:* various mathematical models, aluminium electrolytic cell, process of electrolysis, fluid dynamics, electro-chemistry.

---

**Савенкова Надежда Петровна**, ведущий науч. сотр.

**Шобухов Андрей Владимович**, старший науч. сотр.

**Анпилов Сергей Валерьевич**, аспирант

**Кузьмин Рунар Николаевич**, профессор

119992, Москва, Ленинские горы, МГУ

E-mail:svanpilov@inbox.ru

**Проворова Ольга Геннадьевна**, профессор

660041, Красноярск, пр. Свободный, 79, ФСУ

Тел. +7 (391) 249-72-66; E-mail: opra@krasu.ru

\* \* \*