

УДК 537.533.3, 621.3.032.26

## Моделирование ЭОС с плазменным эмиттером на основе метода декомпозиции расчетной области

В. М. Свешников, В. Г. Залесский, О. Н. Петрович

*Представлен алгоритм моделирования установления плазменной границы, основу которого составляет метод декомпозиции расчетной области. Предложенный метод расчета положения и формы эмитирующей поверхности нашел применение в задаче моделирования формирования электронного пучка в плазменных источниках электронов.*

PACS: 41.85.-p

*Ключевые слова:* плазменная граница, эмитирующая поверхность, алгоритм, электронный пучок.

### Введение

Плазменные источники электронов (ПИЭЛ) представляют собой электронно-оптическую систему, в которой за эмиттер электронов можно принять поверхность плазмы газового разряда, формируемую суперпозицией двух полей: ускоряющего электрода и пристеночного слоя, что может приводить к двум режимам эмиссии: с открытой для ускоряющего поля поверхности плазмы (режим ограничения тока объемным электронным зарядом) и с закрытой пристеночным слоем поверхности плазмы (режиму эмиссии через потенциальный барьер) [1]. К особенностям плазменных источников электронов относятся: подвижность плазменного катода, и как следствие, динамика формы и площади эмитирующей поверхности, повышенные значения рабочего давления, высокие значения начальной тепловой энергии электронов [1]. В режиме эмиссии с открытой поверхности плазмы при повышенном рабочем давлении эмитирующая поверхность формируется не только полем ускоряющего электрода, но и полем объемных зарядов ионов и парных электронов, которые образуются в промежутке ускорения вследствие ионизационных процессов [2].

Подвижность эмиттера в совокупности с ионизационными процессами определяют задачу расчета электронно-оптических систем (ЭОС) с плазменным катодом как динамическую самосогласо-

ванную задачу электронной оптики. Влияние процессов ионизации в нестационарном режиме формирования пучка сводится не только к деформации распределения потенциала, но и к смещению эмитирующей поверхности по направлению к разрядной камере вглубь эмиссионного канала [3].

Как показали предыдущие исследования [2], в этом режиме определяющее влияние на электронно-оптические свойства промежутка формирования и ускорения пучка оказывает ионный объемный заряд, а влиянием начальных тепловых скоростей эмитированных электронов можно пренебречь. Чтобы избежать особенности, возникающей на границе эмиттера при нулевых начальных скоростях, целесообразно применять аналитические методы расчета прикатодной области [4]. С этих позиций был разработан экономичный алгоритм расчета электронно-оптических систем с плазменным эмиттером на основе метода декомпозиции расчетной области [5].

Задача моделирования плазменной границы рассматривалась рядом авторов [6—9]. Однако необходимость в разработке отличного от существующих экономичного алгоритма определения положения и геометрии эмитирующей поверхности плазмы диктуется тем, что задача моделирования плазменных источников электронов вследствие перечисленных выше особенностей таких ЭОС должна включать в себя многократный расчет установившегося положения и формы эмиттера на каждом временном шаге вследствие влияния ионизационных процессов.

Основу предлагаемого алгоритма составляет метод декомпозиции расчетной области. Сущность этого метода заключается в следующем. Вся расчетная область разбивается на две подобласти: прикатодную и основную. В прикатодной подобласти решение ищется аналитическими методами, в основной — численными. Расчет траекторий электронов в основной подобласти проводится методом деформируемых трубок тока [10]. Задача нахождения положения и формы плазменной границы формулируется как задача решения системы

**Свешников Виктор Митрофанович**, зав. лабораторией. Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН.

Россия, 630090, Новосибирск, Пр. Лаврентьева, 6.

Тел. (383) 332-41-58. E-mail: victor@lapasv.sscs.ru

**Залесский Виталий Геннадьевич**, зав. кафедрой

**Петрович Ольга Николаевна**, старший преподаватель.

Полоцкий государственный университет.

Беларусь, 211440, г. Новополоцк, ул. Блохина, 29.

Тел. 8-10-375-214-53420. E-mail: V.Zalesski@mail.ru

Статья поступила в редакцию 22 сентября 2011 г.

© Свешников В. М., Залесский В. Г., Петрович О. Н., 2012

нелинейных операторных уравнений, следующих из условий сопряжения для потенциала электрического поля и его производных на границе между прикатодной и основной подобластями. Данная система решается экономичным вариантом метода спуска [11]. Выход из итераций по нахождению плазменной границы осуществляется при выполнении условия близости друг к другу ее точек в двух соседних приближениях.

**Постановка задачи**

Постановка задачи расчета пучка в области с фиксированными границами подробно изложена в работе [12]. Она включает в себя расчет траекторий движения заряженных частиц, вносимого ими объемного заряда и самосогласованного электрического поля. Расчетная область предполагается осесимметричной, рассматриваемой в двумерной постановке в цилиндрических координатах  $r, z$ .

В режиме ограничения тока объемным зарядом на катоде задаются условия равенства нулю потенциала электрического поля  $\phi$  и его нормальной производной, по которым требуется найти плотность тока. Задача нахождения плазменной границы является обратной по отношению к данной. Для ее решения на катоде, который является границей плазмы, ставятся те же условия для потенциала, но задается плотность тока электронов  $j_{e0}$ . Далее предполагается, что пучок движется преимущественно в направлении оси  $z$ .

**Алгоритм численного моделирования ЭОС**

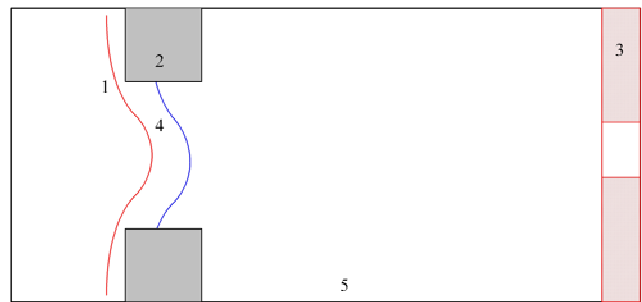
Алгоритм численного моделирования ЭОС с плазменным эмиттером базируется на методе декомпозиции расчетной области. На первом этапе выделяется прикатодная подобласть (рис. 1) шириной  $d = 0,1 \cdot r_{pl}(z)$ , где  $r_{pl}(z)$  — радиус плазменной поверхности, в общем случае зависящий от осевой координаты  $z$ . В прикатодной подобласти потенциал, напряженность поля, плотность тока, объемный заряд электронов пучка рассчитываются по аналитическим формулам для плоского диода в  $\rho$ -режиме (режиме ограничения тока объемным зарядом).

На границе подобластей  $\gamma$  из расчетов в прикатодной подобласти определяются для траекторий электронов — значения начальных скоростей и координаты точек вылета в основную подобласть.

В основной подобласти решение ищется численными методами. Определяются траектории электронов методом деформируемых трубок тока [10]. Предполагается, что плазменная граница представляет собой участки боковой поверхности конуса. С каждого такого участка эмитирующей поверхности определяется эмиссионный ток  $I_{em}$  по

формуле  $I_{em} = j_{e0} \cdot S_0$ , где  $S_0$  — площадь участка плазменной поверхности. Плотность тока пучка в основной подобласти вычисляется методом деформируемых трубок тока с учетом изменения площади поперечного сечения трубки тока  $S_n$  согласно формуле  $j_e = \frac{I_{em}}{S_n}$ . Собственный объемный

заряд пучка рассчитывается по формуле  $\rho = \frac{j_e}{\vartheta}$ , где  $\vartheta$  — скорость электронов в данной точке расчетной области. Распределение потенциала найдется из решения уравнения Пуассона с граничным условием первого рода на границе подобластей  $\gamma$ .



**Рис. 1. Декомпозиция расчетной области:**

- 1 — плазма; 2 — эмиттерный электрод; 3 — ускоряющий электрод; 4 — прикатодная подобласть;
- 5 — основная подобласть

На границе подобластей строится сетка  $\omega = \{(r_i, z_i), i = \overline{1, N}\}$ , где  $(r_i, z_i)$  — узлы сетки,  $N$  — заданное число. При вариациях плазменной границы, определяемой опорными точками  $(r_{pl,i}, z_{pl,i})$ , предполагается, что

$$r_{pl,i} = r_i = \text{const}, z_{pl,i} = z_i - d.$$

В узлах  $\omega$  рассчитываются разности производных от потенциала слева и справа от границы

$$f_i = \left( \frac{\partial \phi(Z)}{\partial z} \right)_i^+ - \left( \frac{\partial \phi(Z)}{\partial z} \right)_i^-, Z = \{z_k, k = \overline{1, N}\}.$$

Эти разности должны обращаться в нуль на решении самосогласованной задачи. Данное требование приводит к системе нелинейных операторных уравнений

$$f_i(Z) = 0.$$

Для ее решения построим функционал  $\sum_{i=1}^N f_i^2$  и поставим задачу его минимизации

$$\min \sum_{i=1}^N (f_i(Z))^2$$

при вариациях координат плазменной границы.

Задача минимизации функционала решается экономичным вариантом метода спуска. Для каждой точки границы  $\gamma$  определяется направление спуска  $s_i^n = F_i^n d^n$ , где  $n = 0, 1, \dots$ , — номер итерации,  $d^n$  — ширина прикатодной области,  $F_i^n = \frac{f_i^n}{\|f_i^0\|}$  — нормированное значение разности производных на  $n$ -й итерации,  $\|f_i^0\| = \max_i |f_i^0|$ .

Для вычисления величины спуска  $\tau_n$  на  $n$ -й итерации решаем вспомогательную самосогласованную задачу по определению траекторий электронов, объемного заряда, распределения потенциала в каждой из подобластей указанными выше методами при промежуточном положении плазменной границы

$$z_i^{n+\frac{1}{2}} = z_i^n - \varepsilon s_i^n,$$

где малый параметр  $\varepsilon \in (0; 1)$  подбирается на основании численных экспериментов.

На каждой итерации для каждой точки границы раздела подобластей находим разностные производные

$$l_i^n = \frac{f_i^{n+\frac{1}{2}} - f_i^n}{\varepsilon}.$$

Тогда величина спуска определяется как

$$\tau_n = \frac{\sum_{i=1}^N (l_i^n)^2}{\sum_{i=1}^N (f_i^n l_i^n)},$$

а новые положения плазменной границы рассчитываются по формуле

$$z_i^{n+1} = z_i^n + \tau_n s_i^n.$$

На следующем итерационном шаге расчета плазменного эмиттера повторяем описанные этапы.

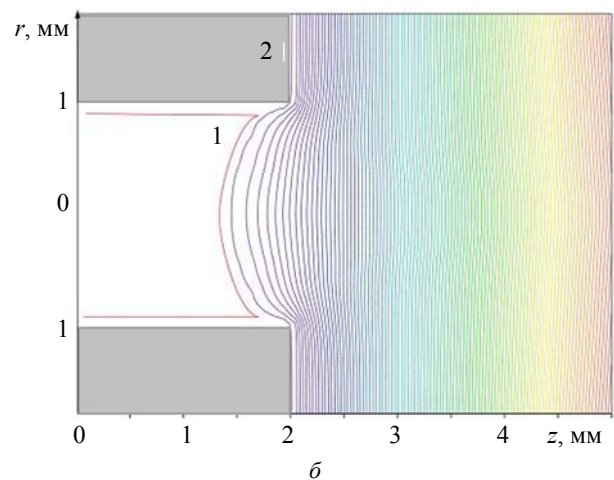
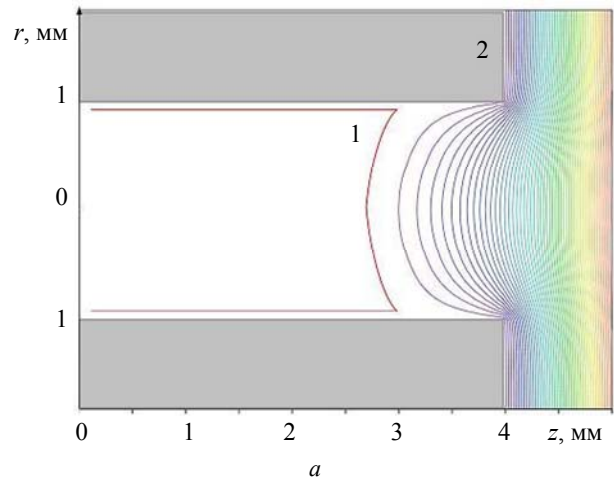
Как показали численные эксперименты, для проведения расчетов с достаточной точностью решение вспомогательной задачи достаточно найти только один раз на первом итерационном шаге.

### Численные эксперименты

Применение изложенного метода расчета положения и формы эмитирующей поверхности в задаче моделирования ПИЭЛ показало быструю сходимость процесса установления плазменной границы за гораздо меньшее число итераций чем при пошаговом смещении плазменного эмиттера.

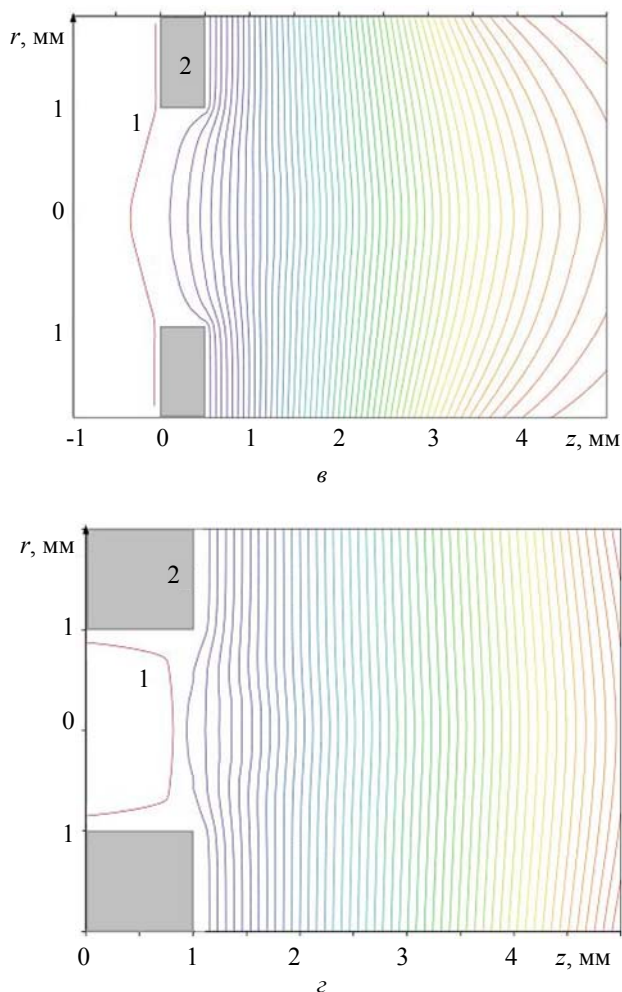
Найденные численными расчетами значения тока пучка, его диаметра, фазового портрета хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Примеры расчета установившегося положения и формы плазменного эмиттера показаны на рис. 2, *a—г* для различных типичных случаев формирования плазменной поверхности полем ускоряющего электрода в ПИЭЛ. Значения параметров плазмы и ускоряющих полей, размеры эмиссионного канала, используемые при расчетах, даны в подписях к приведенным графикам.



**Рис. 2. Плазменный эмиттер и эквипотенциальные уровни в случае формирования эмитирующей поверхности полем ускоряющего электрода:**

1 — плазма; 2 — эмиттерный электрод; *a* — концентрация и потенциал плазмы на входе в канал:  $n_{pl}(0) = 1 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $\varphi_{pl}(0) = 20 \text{ В}$ ; радиус и длина канала  $r_k = 1 \text{ мм}$  и  $l_k = 4 \text{ мм}$ ; приведенная напряженность поля ускоряющего электрода  $\frac{\varphi_a}{l_{ka}} = 40 \text{ кВ/см}$ ; *б* — концентрация и потенциал плазмы на входе в канал:  $n_{pl}(0) = 1 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $\varphi_{pl}(0) = 20 \text{ В}$ ; радиус и длина канала  $r_k = 1 \text{ мм}$  и  $l_k = 2 \text{ мм}$ ; приведенная напряженность поля ускоряющего электрода  $\frac{\varphi_a}{l_{ka}} = 40 \text{ кВ/см}$ ;



**Рис. 2. Окончание.**

$v$  — концентрация и потенциал плазмы на входе в канал:  
 $n_{pl}(0) = 1 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $\phi_{pl}(0) = 20 \text{ В}$ ; радиус и длина канала  
 $r_k = 1 \text{ мм}$  и  $l_k = 0,5 \text{ мм}$ ; приведенная напряженность поля ускоряющего электрода  $\frac{\phi_a}{l_{ka}} = 100 \text{ кВ/см}$ ;  $z$  — концентрация и

потенциал плазмы на входе в канал:  $n_{pl}(0) = 1 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  
 $\phi_{pl}(0) = 200 \text{ В}$ ; радиус и длина канала  $r_k = 1 \text{ мм}$  и  $l_k = 1 \text{ мм}$ ;  
 приведенная напряженность поля ускоряющего электрода

$$\frac{\phi_a}{l_{ka}} = 20 \text{ кВ/см}$$

### Заключение

В результате проведенной работы создан алгоритм моделирования установления плазменной границы, основу которого составляет метод декомпозиции расчетной области. Предложенный метод расчета положения и формы эмитирующей поверхности нашел применение в задаче моделирования формирования электронного пучка в плазменных источниках электронов.

Работа выполнена при финансовой поддержке  
 Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 10-01-90009)  
 и Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф10Р-219).

### Литература

1. Завьялов М. А., Крейнделъ Ю. Е., Новиков А. А., Шантурин Л. П. Плазменные процессы в технологических электронных пушках. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
2. Залесский В. Г., Петрович О. Н. // Вестник ПГУ. Серия С. 2009. № 9. С. 69.
3. Петрович О. Н., Груздев В. А. Нестационарная задача нелинейной электронной оптики в плазменных источниках электронов // Тезисы IX Всероссийского семинара "Проблемы теоретической и прикладной электронной и ионной оптики". — М., 2009. С. 15.
4. Свеишиков В. М. // Прикладная физика. 2006. № 1. С. 49.
5. Свеишиков В. М. // Сиб. журн. индустр. матем. 2009. Т. 12. № 3(39). С. 99.
6. Сыровой В. А. Теория интенсивных пучков заряженных частиц. — М.: Энергоатомиздат, 2004.
7. Панибрацкий В. А., Свеишиков В. М. Расчет электронно-оптических систем с плазменным эмиттером // Препринт. — Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. 1983. № 432.
8. Вабищевич П. Н. // Журн. вычисл. мат. и матем. физики. 1982. Т. 22. № 5. С. 1109.
9. Гринберг Г. А. // ЖТФ. 1974. Т. 44. В. 10. С. 2033.
10. Груздев В. А., Петрович О. Н. Метод численного анализа газонаполненных электронно-оптических систем с подвижным плазменным катодом // Сб. матер. междунар. конф. по вычислительной математике. — Новосибирск. 2004. Ч. II. С. 590.
11. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. — М.: БИНОМ, 2006.
12. Свеишиков В. М. // Прикладная физика. 2004. № 1. С. 55.

## Simulation of EOS with a plasma emitter on the basis of a method of decomposition of calculation domain

*V. M. Sveshnikov*

Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics,  
6 Lavrent'ev av., Novosibirsk, 630090, Russia  
E-mail: victor@lapasrv.sccc.ru

*V. G. Zalessky, O. N. Petrovich*

Polotsk State University,  
29 Blokhin str., Novopolotsk, 211440, Belarus  
E-mail: V.Zalesski@mail.ru

*The algorithm of simulation of an establishment of the plasma boundary which are based on a method of decomposition of calculation domain is developed. The method of simulation of position and the form of the emitting surface has been applied to the problem of modeling the formation of the electron beam in plasma electron sources.*

PACS: 41.85.-p

*Keywords:* plasma boundary, emitting surface, algorithm, electron beam.

Bibliography — 12 references.

*Received September 22, 2011*