

# Электронные, ионные и лазерные пучки

УДК 533.9

## Супергетеродинные плазменно-пучковые СЛСЭ с винтовыми электронными пучками

В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, Г. А. Алексеенко, В. В. Коваль, М. Ю. Ромбовский

*Построена нелинейная теория плазменно-пучковых супергетеродинных лазеров на свободных электронах доплетронного и Н-убитронного типов с учетом неосевого влета релятивистского электронного пучка по отношению к продольному фокусирующему магнитному полю. Показано, что с увеличением угла влета электронного пучка коэффициент усиления электромагнитного сигнала увеличивается. Выяснено, что такое увеличение усиления сигнала определяется возрастанием инкремента нарастания плазменно-пучковой неустойчивости, что связано с уменьшением продольной энергии электронов.*

PACS: 41.60.Cr, 52.59.Ye

*Ключевые слова:* супергетеродинные лазеры на свободных электронах, плазменно-пучковая неустойчивость, волны пространственного заряда.

### Введение

Приборы, которые способны генерировать и усиливать мощное когерентное электромагнитное излучение в миллиметровом и субмиллиметровом диапазоне длин волн, постоянно привлекают внимание исследователей [1—9]. К таким устройствам принадлежат плазменно-пучковые супергетеродинные лазеры на свободных электронах (СЛСЭ) [1, 3—8]. Особенностью СЛСЭ является то, что в них используется дополнительный механизм усиления продольных волн. В качестве дополнительного механизма усиления в СЛСЭ используют пучковые неустойчивости, например, двухпотокую, плазменно-пучковую [1, 2, 10]. Такие неустойчивости способны обеспечить исключительно высокие уровни усиления пучковых

волн. Именно поэтому СЛСЭ характеризуются столь высокими усилительными свойствами [1, 3—8].

Усилительные свойства плазменно-пучковых СЛСЭ (ППСЛСЭ) в случае осевого влета электронного пучка были изучены в работах [3—5]. Динамика волн в ППСЛСЭ с винтовыми электронными пучками раньше не рассматривалась. Хотя из литературных источников известно, что использование винтовых электронных пучков в системах с продольным магнитным полем приводит к увеличению эффективности работы устройств [6—9].

Целью настоящей работы является изучение усилительных свойств ППСЛСЭ, которые используют винтовые электронные пучки, движущиеся в продольном магнитном поле.

### Модель

Модель исследуемого прибора представлена на рис. 1. Плазменная среда 1, которая характеризуется ленгмюровской частотой  $\omega_p$ , находится в продольном фокусирующем магнитном поле с напряженностью  $H_0$ . Рассматриваем случай, когда циклотронная частота  $\omega_H$  вращения электронов в продольном магнитном поле много меньше ленгмюровской частоты плазмы  $\omega_H \ll \omega_p$ . В эту среду под углом  $\beta$  по отношению к вектору напряженности магнитного поля инжектируется электронный

**Кулиш Виктор Васильевич**, профессор.  
Национальный авиационный университет.  
Украина, 03058, Киев, просп. Космонавта Комарова, 1.  
Тел. +038 (044) 401-04-55. E-mail: kulish2001@ukr.net  
**Лысенко Александр Владимирович**, профессор.  
**Алексеенко Галина Андреевна**, аспирант.  
**Коваль Виталий Викторович**, старший преподаватель.  
**Ромбовский Михаил Юрьевич**, старший преподаватель.  
Сумский государственный университет.  
Украина, 40007, г. Сумы, ул. Римского-Корсакова, 2.  
Тел. +38 (0542) 33-02-98. E-mail: lysenko\_@ukr.net

Статья поступила в редакцию 17 сентября 2014 г.

© Кулиш В. В., Лысенко А. В., Алексеенко Г. А.,  
Коваль В. В., Ромбовский М. Ю., 2014

пучок 2. Ленгмюровская частота электронного пучка  $\omega_b$ ,  $\omega_b \ll \omega_p$ .

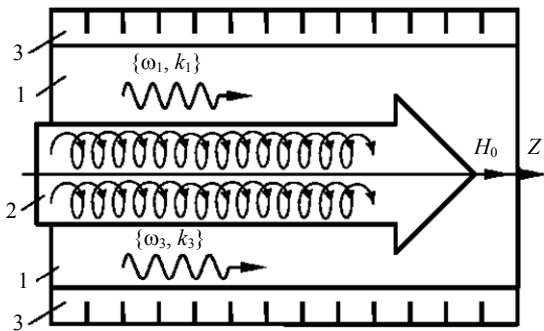


Рис. 1. Модель плазменно-пучкового супергетеродинного ЛСЭ

В работе исследуем свойства плазменно-пучковых СЛСЭ двух типов: 1) ППСЛСЭ доплер-тронного типа, в котором в качестве накачки используется интенсивная циркулярно поляризованная низкочастотная электромагнитная волна с частотой  $\omega_2$  и волновым числом  $k_2$ ; 2) ППСЛСЭ Н-убитронного типа, в котором в качестве накачки используется периодически реверсивное винтовое магнитостатическое поле с периодом ондуляции  $\Lambda = 2\pi / k_2$ .

На рис. 1 система накачки обозначена цифрой 3. Также на вход системы вдоль оси Z подается слабая высокочастотная циркулярно поляризованная электромагнитная волна сигнала с частотой  $\omega_1$  и волновым числом  $k_1$ . В результате параметрического резонансного взаимодействия между волнами сигнала и накачки в плазме возбуждается волна пространственного заряда (ВПЗ), которая характеризуется частотой  $\omega_3$  и волновым числом  $k_3$ . Условие параметрического резонанса в исследуемой системе имеет вид:

$$\omega_3 = \omega_1 - \omega_2, k_3 = k_1 + k_2. \quad (1)$$

Это соотношение верно и для ППСЛСЭ Н-убитронного типа, если принять частоту накачки равной нулю, т. е.  $\omega_2 = 0$ .

Как уже упоминалось выше, в ППСЛСЭ используется эффект супергетеродинного усиления. Суть его состоит в использовании дополнительного механизма усиления одной из трех волн, которые принимают участие в параметрическом резонансе. В ППСЛСЭ в качестве дополнительного механизма усиления выступает усиление волны ВПЗ за счет плазменно-пучковой неустойчивости [1, 2, 10]. Параметры ППСЛСЭ выбираем так, чтобы в исследуемой системе волна пространственного заряда нарастала за счет плазменно-пучковой неустойчивости, а инкремент нарастания первой

гармоники ВПЗ был максимальным. Из-за того что инкременты нарастания плазменно-пучковой неустойчивости являются исключительно высокими, усиление электромагнитной волны в результате действия как плазменно-пучковой, так и параметрической неустойчивости оказывается достаточно большим.

### Основные уравнения

В качестве исходных используем квазигидродинамическое уравнение, уравнение непрерывности и уравнения Максвелла. Используем иерархический подход к теории колебаний и волн [1]. В итоге получаем в квадратичном приближении для комплексных амплитуд  $x$ - и  $y$ - компонент первой гармоники сигнала ( $E_{1x}$ ,  $E_{1y}$ ) и первой гармоники волны ВПЗ ( $E_{3z}$ ) систему дифференциальных уравнений, описывающую динамику волн как в ППСЛСЭ доплер-тронного, так и Н-убитронного типа:

$$\begin{aligned} K_1 \frac{dE_{1x}}{dt} + D_1 E_{1x} &= K_3 E_{3z} B_{2y}, \\ K_1 \frac{dE_{1y}}{dt} + D_1 E_{1y} &= K_3 E_{3z} B_{2x}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$C_2 \frac{d^2 E_{3z}}{dt^2} + C_1 \frac{dE_{3z}}{dt} + D_3 E_{3z} = C_3 (E_{1x} B_{2y}^* + E_{1y} B_{2x}^*). \quad (3)$$

Из полученных уравнений следует, что для данной системы собственными являются циркулярно поляризованные электромагнитные волны. В уравнениях (2)  $D_1(\omega_1, k_1)$  — дисперсионная функция поперечной электромагнитной циркулярно поляризованной волны сигнала,  $K_1 = \partial D_1 / \partial(i\omega_1)$ . В уравнении (3) использована дисперсионная функция волны ВПЗ:

$$D_3 = \frac{-i\omega_3}{c} \left( 1 - \sum_{\alpha} \frac{b_{\alpha} p_{\alpha} \omega_{\alpha}^2 (1 - v_{\alpha z}^2 / c^2)}{(\omega_3 - k_3 v_{\alpha z})^2 \gamma_{\alpha}} \right) \quad (4)$$

В выражении (4)  $c$  — скорость света;  $\gamma_{\alpha} = 1 / \sqrt{1 - (v_{\alpha z}^2 + v_{\alpha \perp}^2) / c^2}$  — релятивистский фактор (индекс  $\alpha$  принимает значения  $b$  и  $p$ ; индексом  $b$  характеризуем параметры пучка, индексом  $p$  — параметры плазмы);  $v_{\alpha z}$  и  $v_{\alpha \perp}$  — продольная и поперечная скорости электронов, соответственно;  $C_1 = \partial D_3 / \partial(i\omega_3)$ ;  $C_2 = \partial^2 D_3 / \partial(i\omega_3)^2 / 2$ .  $K_3, C_3$  — коэффициенты дифференциальных уравнений, которые зависят от частот, волновых чисел и параметров исследуемой системы.

Как уже было сказано выше, одна из взаимодействующих волн (волна ВПЗ) усиливается также благодаря плазменно-пучковой неустойчивости. Поэтому в уравнении (3) необходимо учитывать слагаемое со второй производной. При этом инкремент нарастания волны пространственного заряда в случае отсутствия параметрических резонансов между ВПЗ, волной сигнала и накачки будет приближенно определяться выражением  $(-D_3 / C_2)^{1/2}$ . Отметим, что дисперсионное уравнение для волны ВПЗ будет иметь комплексные корни, поэтому при подстановке в дисперсионную функцию действительных частот и действительных волновых чисел  $D_3 \neq 0$ .

### Анализ

Проведем анализ динамики волн в ППСЛСЭ в зависимости от параметров винтового электронного пучка, используя систему уравнений (2)—(3). Полагаем, что винтовой электронный пучок образуется в результате влета моноэнергетического электронного пучка со скоростью  $v_b$  под углом  $\beta$  по отношению к продольному фокусирующему магнитному полю  $H_0$  (рис. 1). В качестве волны сигнала в замагниченной плазменной среде выбираем необыкновенную высокочастотную электромагнитную волну [10]. Исследуем динамику волны сигнала при различных углах  $\beta$  в ППСЛСЭ как доплерotronного типа (накачка низкочастотной электромагнитной волной), так и Н-убитронного типа. Выбираем следующие параметры ППСЛСЭ: длина волны сигнала 1,9 мм; ленгмюровские частоты плазмы и пучка  $\omega_p = 1,0 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_b = 2,0 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ , соответственно; энергия релятивистского электронного пучка 0,51 МэВ (релятивистский фактор  $\gamma_b = 2$ ); напряженность продольного фокусирующего магнитного поля  $H_0 = 2,8 \cdot 10^3 \text{ Э}$ .

На рис. 2 представлены зависимости амплитуды первой гармоники напряженности электрического поля волны сигнала  $E_1 = (E_{1x}^2 + E_{1y}^2)^{1/2}$  от нормированного времени  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  при различных углах влета пучка  $\beta$  для доплерotronной модели ППСЛСЭ ( $\delta\omega_0$  — инкремент плазменно-пучковой неустойчивости при осевом влете электронного пучка). Видим, что с увеличением угла влета  $\beta$  коэффициент усиления волны сигнала существенно увеличивается (почти в 8 раз при увеличении угла с  $0^\circ$  до  $30^\circ$ ).

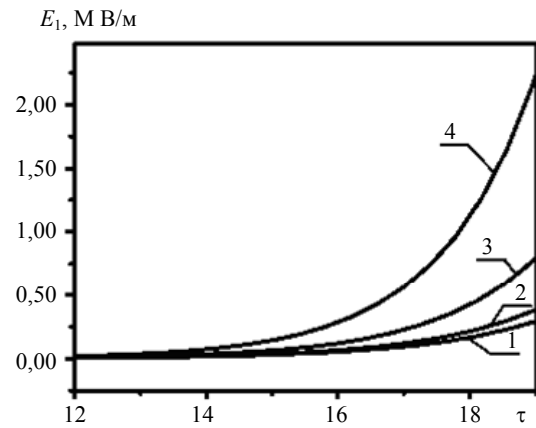


Рис. 2. Зависимости амплитуды первой гармоники напряженности электрического поля волны сигнала  $E_1$  от нормированного времени  $\tau$  при различных углах влета пучка  $\beta$  для доплерotronной модели ППСЛСЭ. Кривая 1 соответствует углу влета  $\beta = 0^\circ$ ; кривая 2 соответствует углу влета  $\beta = 10^\circ$ ; кривая 3 соответствует углу влета  $\beta = 20^\circ$ ; кривая 4 соответствует углу влета  $\beta = 30^\circ$

Проведенный анализ показывает, что увеличение коэффициента усиления волны сигнала с увеличением угла влета пучка связано, прежде всего, с изменением инкремента нарастания плазменно-пучковой неустойчивости. Можно достаточно легко определить аналитическую зависимость инкремента плазменно-пучковой неустойчивости от угла влета электронного пучка  $\beta$ , решив дисперсионное уравнение  $D_3(\omega_3, k_3) = 0$ , где  $D_3$  определяется соотношением (4). Используя подход, описанный, например, в [2], получаем выражение для максимального инкремента плазменно-пучковой неустойчивости в случае неосевого влета релятивистского электронного пучка

$$\begin{aligned} \delta\omega &\approx \sqrt{3} \left( \frac{\omega_b^2 \omega_p}{16\gamma_b \gamma_{b\parallel}^2} \right)^{1/3} = \\ &= \sqrt{3} \left( \frac{\omega_b^2 \omega_p}{16\gamma_b} \right)^{1/3} \cdot \left( 1 - \frac{v_b^2 \cos^2 \beta}{c^2} \right)^{1/3}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\gamma_{b\parallel} = (1 - v_{bz}^2 / c^2)^{-1/2} = (1 - v_b^2 \cos^2 \beta / c^2)^{-1/2}$  — продольный релятивистский фактор. Из полученного выражения следует, что увеличение инкремента нарастания  $\delta\omega$  с увеличением угла  $\alpha$  связано с уменьшением продольной энергии электронов  $m_e c^2 \gamma_{b\parallel}$ . Нужно отметить, что этот эффект является релятивистским. Из соотношения (5) следует, что при увеличении угла влета с  $\beta = 0^\circ$  до  $\beta = 30^\circ$  инкремент плазменно-пучковой неустойчивости увеличивается в 1,2 раза. Так как инкремент плаз-

менно-пучковой неустойчивости  $\delta\omega$  много больше инкремента параметрической неустойчивости, то именно зависимость (5) инкремента  $\delta\omega$  от угла влета  $\beta$  и определяет зависимость коэффициента усиления волны сигнала от угла влета пучка  $\beta$ , что и демонстрируют зависимости, представленные на рис. 2. Такой же эффект наблюдается, когда в качестве электромагнитной волны сигнала выбираем обыкновенную высокочастотную электромагнитную волну замагниченной плазменной системы [10].

Следует ожидать, что этот же эффект должен иметь место и для ППСЛСЭ с Н-убитронной накачкой. На рис. 3 представлены зависимости амплитуды первой гармоники напряженности электрического поля волны сигнала  $E_1 = (E_{1x}^2 + E_{1y}^2)^{1/2}$  от нормированного времени  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  при различных углах влета пучка  $\beta$  в Н-убитронной модели ППСЛСЭ. В этом приборе в качестве волны сигнала выбрана необыкновенная высокочастотная электромагнитная волна [10]. Параметры, при которых проводились расчеты, такие же, как и в случае рис. 2. Видим, что и для плазменно-пучкового СЛСЭ Н-убитронного типа имеет место существенное увеличение коэффициента усиления волны сигнала при увеличении угла  $\beta$  влета пучка (более чем в 6 раз при увеличении угла с  $0^\circ$  до  $30^\circ$ ).

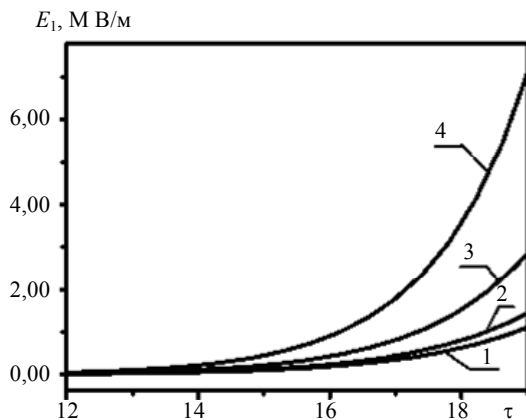


Рис. 3. Зависимости амплитуды первой гармоники напряженности электрического поля волны сигнала  $E_1$  от нормированного времени  $\tau$  при различных углах влета пучка  $\beta$  для Н-убитронной модели ППСЛСЭ. Кривая 1 соответствует углу влета  $\beta = 0^\circ$ ; кривая 2 соответствует углу влета  $\beta = 10^\circ$ ; кривая 3 соответствует углу влета  $\beta = 20^\circ$ ; кривая 4 соответствует углу влета  $\beta = 30^\circ$

### Заключение

Таким образом, в работе построена квадратичная нелинейная теория плазменно-пучковых супергетеродинных лазеров на свободных электронах Н-убитронного и доплертронного типа с учетом неосевого влета релятивистского электронного пучка по отношению к фокусирующему продольному магнитному полю. Показано, что в ППСЛСЭ как доплертронного, так и Н-убитронного типа имеет место существенное увеличение коэффициента усиления электромагнитной волны сигнала при увеличении угла влета электронного пучка по отношению к продольному фокусирующему магнитному полю. Выяснено, что этот эффект определяется зависимостью инкремента нарастания плазменно-пучковой неустойчивости от угла влета пучка и имеет место для всех типов и режимов работы ППСЛСЭ. Показано, что данный эффект имеет релятивистский характер и связан с изменением продольной энергии электронов. Предложено использовать винтовые электронные пучки для увеличения эффективности работы плазменно-пучковых СЛСЭ.

### Литература

1. Kulish V. V. Hierarchic electrodynamics and free electron lasers. — Boca Raton, London, New York: CRC Press, 2011.
2. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Стрелков П. С. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. — М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002.
3. Kulish V. V., Lysenko A. V., Koval V. V. // Plasma Physics Reports. 2010. V. 36, No. 13. P. 1185.
4. Кулиш В. В., Лысенко А. В., Коваль В. В. // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. № 15. С. 25.
5. Kulish V. V., Lysenko A. V., Koval V. V. // Telecommunications and Radio Engineering. 2010. V. 69, No. 20. P. 1859.
6. Mohsenpour T., Mehrabi N. // Physics of Plasmas. 2013. V. 20, No. 8. P. 082133.
7. Liu W., Yang Z., Liang Z. // Int. J. Infrared Millim. Waves. 2006. V. 27. P. 1073.
8. Saviz S., Rezaei Z., Farzin Z., Aghamir M. // Chinese Physics B. 2012. V. 21, No. 9. P. 094103.
9. Ginzburg N. S., Peskov N. Yu. // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2013. V. 16, No. 9. P. 090701.
10. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Методы теории волн в средах с дисперсией. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.

## Plasma-beam superheterodyne FELs with helical electron beams

V. V. Kulish<sup>1</sup>, A. V. Lysenko<sup>2</sup>, G. A. Oleksiienko<sup>2</sup>, V. V. Koval<sup>2</sup>, and M. Yu. Rombovsky<sup>2</sup>

<sup>1</sup>National Aviation University  
1 Kosmonavta Komarova av., Kyiv, 03058, Ukraine  
E-mail: kulish2001@ukr.net

<sup>2</sup>Sumy State University  
2 Rimsky-Korsakov str., Sumy, 40007, Ukraine  
E-mail: lysenko\_@ukr.net

Received September 17, 2014

*A nonlinear theory of plasma-beam superheterodyne free electron lasers with the non-axis injection of a relativistic electron beam with respect to the guiding magnetic field has been developed. We studied the devices as with H-ubitron pumping and with dopplertron pumping. It was shown that the electromagnetic signal gain increases with increasing of the electron beam incidence angle. It was found that the increase of the signal gain is determined by increase of the plasma-beam instability growth rate that is connected with decrease of the longitudinal electron energy.*

PACS: 41.60.Cr, 52.59.Ye

*Keywords:* superheterodyne free electron lasers, plasma-beam instability, space-charge waves.

### References

1. V. V. Kulish, *Hierarchical Electrodynamics and Free Electron Lasers* (Boca Raton, London, New York: CRC Press, 2011).
2. M. V. Kuzelev, A. A. Rukhadze, and P. S. Strelkov, *Plasma Relativistic Microwave Electronics* (Bauman MG TU, Moscow, 2002) [in Russian].
3. V. V. Kulish, A. V. Lysenko, and V. V. Koval, *Plasma Physics Reports* **36**, 1185 (2010).
4. V. V. Kulish, A. V. Lysenko, and V. V. Koval, *Tech. Phys. Lett.* **35** (15), 25 (2009).
5. V. V. Kulish, A. V. Lysenko, and V. V. Koval, *Telecommunications and Radio Engineering* **69**, 1859 (2010).
6. T. Mohsenpour and N. Mehrabi, *Physics of Plasmas* **20**, 082133 (2013).
7. W. Liu, Z. Yang, and Z. Liang, *Int. J. Infrared Millim. Waves* **27**, 1073 (2006).
8. S. Saviz, Z. Rezaei, Z. Farzin, et al., *Chinese Physics B*, **21**, 094103 (2012).
9. N. S. Ginzburg and N. Yu. Peskov, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **16**, 090701 (2013).
10. M. V. Kuzelev and A. A. Rukhadze, *Methods of Waves Theory in Media with Dispersion* (FIZMATLIT, Moscow, 2007) [in Russian].