

УДК 539.186.2

Тормозное излучение электронов, проходящих через многослойную структуру кулоновых центров и ускоряемых электрическим полем

В. И. Крылов, В. В. Хомяков

В первом борновском приближении найдены сечения неполяризованного тормозного излучения электронов, ускоряемых однородным электрическим полем и проходящих через упорядоченную многослойную структуру кулоновых центров. Проведенный численными методами анализ полученных сечений показал, что с увеличением числа слоев кулоновых центров, к которым внешнее поле нормально, пространственная структура тормозного излучения заметно изменяется по сравнению с излучением на одном слое. Такое изменение связано с быстрым ростом (с увеличением числа слоев) вклада в тормозное излучение рассеяния электронов на кулоновых центрах по сравнению с их движением в однородном поле.

PACS: 79.20.Rf

Ключевые слова: тормозное излучение, дифференциальное сечение, внешнее поле, упорядоченные слои кулоновых центров, интерференция электронов, суперпозиция движений, пространственная осцилляция.

Введение

В работах [1—3] были найдены сечения тормозного излучения, возникающего при прохождении электронов через упорядоченную многослойную структуру кулоновых центров, находящихся в однородном, ортогональном к этим слоям электрическом поле в случае, когда излучающие электроны отражались от потенциального барьера этого поля. Однако представляют интерес и сечения тормозного излучения заряженных частиц в поле кулоновых центров и однородном электрическом поле, когда последнее сразу ускоряет электроны после их эмитирования источником. Для однослойной структуры такая задача была рассмотрена в работах [4—5], основная цель которых было исследовать влияния на структуру сечения тормозного излучения суперпозиции движений электронов в кулоновом и однородном полях. Оказалось, что такая суперпозиция может приводить к пространственным осцилляциям в сечениях даже в том случае, когда внешнее однородное

электрическое поле E значительно меньше атомного $-e/a^2$, где $a = \hbar^2 / (e^2 m_e)$ — атомный масштаб длины; e , m_e — заряд и масса электрона.

В настоящей работе в борновском приближении найдены сечения тормозного излучения электронов, ускоряемых внешним однородным электрическим полем, при их прохождении через упорядоченную многослойную структуру кулоновых центров, являющуюся более реалистичной моделью тонкой пленки. Здесь будет показано, что при увеличении слоев (к которым E нормально) рассеивающих центров происходит качественное изменение пространственной структуры тормозного излучения, которая также сильно отличается и от полученной в работах [1—3].

Постановка задачи и основные результаты

Считаем, что однородное и стационарное электрическое поле с напряженностью $\mathbf{E} = (0, 0, -E)$ (в декартовой системе координат x, y, z) находится между двумя параллельными плоскостями, к которым \mathbf{E} ортогонально. Одна из плоскостей $z = -L_1$ является источником стационарного моноэнергетического потока электронов, падающих на кулоновые центры, которые находятся в точках пространства с координатами $\mathbf{r}_n = r_{n_1, n_2, n_3} = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2 + n_3 \mathbf{a}_3$, где $n_1, n_2, n_3 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$; $\mathbf{a}_1 = (a_{1x}, a_{1y}, a_{1z})$, $\mathbf{a}_2 = (a_{2x}, a_{2y}, a_{2z})$ и $\mathbf{a}_3 = (a_{3x}, a_{3y}, a_{3z})$ — базисные векторы упорядоченной структуры кулоновых центров, на которых

Крылов Владимир Иванович, профессор.
Тихоокеанский государственный университет.
Россия, 680035, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.
E-mail: krylov_vladimir@mail.ru
Хомяков Владимир Васильевич, аспирант.
Дальневосточный государственный гуманитарный университет.
Россия, 680000, г. Хабаровск, ул. Карла Маркса, 68.
E-mail: rozendetr@bk.ru

Статья поступила в редакцию 12 сентября 2014 г.

© Крылов В. И., Хомяков В. В., 2014

рассеиваются электроны. Вторая плоскость $z = L$ полностью поглощает электроны (абсолютно черная стенка). Предполагаем что ε_z — энергия продольного (вдоль \mathbf{E}) движения электронов больше EL_1 : $\varepsilon_z > EL_1$ (используем атомные единицы). Физически это означает, что такие частицы не отражаются от потенциального барьера внешнего поля; таким образом, исключается из рассмотрения рождение фотонов, происходящих при переходе рассеянных частиц в состояния, когда они отражаются от потенциального барьера внешнего поля.

Взаимодействие электронов с рассеивающими центрами рассматриваем как возмущение.

Невозмущенные волновые функции ψ_i начального и ψ_f конечного состояния, в которое электроны переходят при излучении фотона, учитывающие, что ускоряемые однородным полем электроны создают поток с ненулевой продольной составляющей его плотности, можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \psi_i &= \frac{\exp(i\mathbf{k}_{i\perp}\mathbf{r}_\perp)}{\sqrt{L_x L_y}} C_i \frac{S_{iL}^{1/4}}{S_i^{1/4}} \times \\ &\times \exp\left(i\left(L\sqrt{2(\varepsilon_{zi} + EL)} - \frac{2}{3}S_{iL}^{3/2} + \frac{2}{3}S_i^{3/2}\right)\right), \\ \psi_f &= \frac{\exp(i\mathbf{k}_{f\perp}\mathbf{r}_\perp)}{\sqrt{L_x L_y}} C_f \frac{S_{fL}^{1/4}}{S_f^{1/4}} \times \\ &\times \exp\left(i\left(L\sqrt{2(\varepsilon_{zf} + EL)} - \frac{2}{3}S_{fL}^{3/2} + \frac{2}{3}S_f^{3/2}\right)\right), \end{aligned} \quad (1)$$

где L_x, L_y — длины сторон нормированного прямоугольника вдоль осей x, y ; $\mathbf{k}_{f\perp}$ и $\mathbf{k}_{i\perp}$ — волновые векторы, определяющие поперечный (относительно \mathbf{E}) импульс электронов конечного и начального состояний соответственно; $S_{i,f} = z(2E)^{1/3} + 2\varepsilon_{z_{i,f}}(2E)^{-2/3}$; $S_{i,fL} = L(2E)^{1/3} + 2\varepsilon_{z_{i,f}}(2E)^{-2/3}$; $S_{i,fL1} = -L_1(2E)^{1/3} + 2\varepsilon_{z_{i,f}}(2E)^{-2/3}$; $\varepsilon_{zf}, \varepsilon_{zi}$ — энергии продольного (невозмущенного) движения электрона в однородном поле в конечном и начальном состояниях соответственно; $C_{i,f}$ — постоянные, которые выбираем из условия

нормировки $\psi_{i,f}$ на нормировочный объем $L_x L_y (L + L_1)$.

Для определения сечения тормозного излучения в борновском приближении используем хорошо известную формулу:

$$d\sigma = 2\pi(j)^{-1} |V_{\phi fi}|^2 \delta(\varepsilon_f + \omega - \varepsilon_i) d\nu, \quad (2)$$

где $\varepsilon_f = \mathbf{k}_{\perp f}^2 / 2 + \varepsilon_{zf}$, $j = |C_i|^2 S_{iL}^{1/2} (2E)^{1/3} \times (L_x L_y)^{-1} \chi / \chi_z$ — плотность потока падающих на рассеивающие центры электронов (на границе поля), $\chi_z = \sqrt{2(-EL_1 + \varepsilon_{zi})}$, $\chi = \sqrt{\mathbf{k}_{i\perp}^2 + 2(-EL_1 + \varepsilon_{zi})}$, $\varepsilon_i = \mathbf{k}_{i\perp}^2 / 2 + \varepsilon_{zi}$; ω , \mathbf{k}_ϕ и \mathbf{e}_ϕ — частота, волновой вектор и вектор поляризации излучаемого фотона; V — нормировочный объем; число состояний, в которые переходят излученный фотон и рассеянный электрон:

$$d\nu = \alpha^3 (L_x L_y V) \left((2\pi)^6 |C_f|^2 \sqrt{2(\varepsilon_{zf} + EL)} \right)^{-1} \times \omega^2 d\omega d\Omega_\phi d^2\mathbf{k}_{f\perp} d\varepsilon_{zf},$$

$\alpha = e^2 (\hbar c)^{-1}$ — постоянная тонкой структуры.

Матричный элемент $V_{\phi fi}$ имеет следующий вид (подробнее см. [4]):

$$\begin{aligned} V_{\phi fi} &= i\sqrt{2\pi / (\omega V)} \{ \mathbf{e}_\phi^* \iiint \psi_f^* e^{-i\mathbf{k}_\phi \mathbf{r}} \nabla \psi_i d^3\mathbf{r} + \\ &+ \frac{1}{\omega} \iiint \psi_f^* \psi_i \mathbf{e}_\phi^* e^{-i\mathbf{k}_\phi \mathbf{r}} \nabla U d^3\mathbf{r} \}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $U = - \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \frac{Z}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{n_1, n_2, n_3}|}$,

$N = N_1 N_2$ — число рассеивающих центров в слое, N_3 — число слоев в направлении оси z .

После подставки волновых функций (1) в (3) при взятии второго интеграла воспользуемся разложением в ряд по степеням $z - n_1 a_{1z} - n_2 a_{2z} - n_3 a_{3z}$ показателя экспоненты $2S_{i,f}^{3/2} / 3$. Подставляя (3) в (2) и проведя стандартную процедуру суммирования по поляризациям фотона [6], получим (после устранения дельта-функций) сечение тормозного излучения, отнесенное к элементу телесного угла и интервалу частоты фотона:

$$d\sigma = \alpha^3 \frac{\chi_z \omega}{\chi (2\pi)^2} (2E)^{-2/3} L_x L_y \left\{ P_1 + \frac{(2\pi) Z P_2}{\omega [|\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2|]} + \frac{Z^2 (2\pi)^2}{\omega^2 [|\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2|]^2} \sum_{s_1=-\infty}^{\infty} \sum_{s_2=-\infty}^{\infty} [n \mathbf{T}_{2s}]^2 \right\} d\omega d\Omega_\phi, \quad (4)$$

где $P_1 = T_{1\perp}^2 [|\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{n}|^2] + i [|\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{n}|] [\mathbf{k} \mathbf{n}] (T_{1\perp} T_{1z}^* - T_{1\perp}^* T_{1z}) + T_{1z}^2 [|\mathbf{k} \mathbf{n}|^2]$, $\mathbf{n} = \mathbf{k}_\phi / k_\phi$;

$P_2 = (T_{1\perp} [|\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{n}|] [|\mathbf{T}_2 \mathbf{n}|] + T_{1z} [|\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{n}|] [|\mathbf{T}_2 \mathbf{n}|]) + (T_{1\perp}^* [|\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{n}|] [|\mathbf{T}_2 \mathbf{n}|] + T_{1z}^* [|\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{n}|] [|\mathbf{T}_2 \mathbf{n}|])$,

$$T_{1\perp} = g(2E)^{-1/6} \exp\left(i \frac{k_{\varphi z}}{2E} \left(2\varepsilon_{zi} + \frac{(\varepsilon_{zf} - \varepsilon_{zi})^2}{k_{\varphi z}^2}\right)\right) \sqrt{\frac{\pi}{|k_{\varphi z}|}} \exp(-ik_{\varphi z}\pi / (4|k_{\varphi z}|)) \left(\operatorname{erf}\left(\exp(ik_{\varphi z}\pi / (4|k_{\varphi z}|))\right)\right) \times \\ \times \sqrt{|k_{\varphi z}|} (2E)^{-1/6} \eta_L - \operatorname{erf}\left(\exp(ik_{\varphi z}\pi / (4|k_{\varphi z}|))\right) \sqrt{|k_{\varphi z}|} (2E)^{-1/6} \eta_{L1} \Big),$$

$$T_{1z} = ig \exp\left(i \frac{k_{\varphi z}}{2E} \left(2\varepsilon_{zi} + \frac{(\varepsilon_{zf} - \varepsilon_{zi})^2}{k_{\varphi z}^2}\right)\right) \left[\frac{i(2E)^{1/3}}{k_{\varphi z}} \left(\exp(-ik_{\varphi z}(2E)^{-1/3} \eta_L^2) - \exp(-ik_{\varphi z}(2E)^{-1/3} \eta_{L1}^2)\right) - \right. \\ \left. - \frac{\varepsilon_{zf} - \varepsilon_{zi}}{k_{\varphi z} \sqrt{|k_{\varphi z}|}} \frac{\sqrt{\pi}}{(2E)^{1/6}} \exp(-ik_{\varphi z}\pi / (4|k_{\varphi z}|)) \left(\operatorname{erf}\left(\exp(ik_{\varphi z}\pi / (4|k_{\varphi z}|))\right) \sqrt{|k_{\varphi z}|} (2E)^{-1/6} \eta_L - \right. \right. \\ \left. \left. - \operatorname{erf}\left(\exp(ik_{\varphi z}\pi / (4|k_{\varphi z}|))\right) \sqrt{|k_{\varphi z}|} (2E)^{-1/6} \eta_{L1}\right) \right],$$

$$g = \exp\left(i \left(L\sqrt{2(\varepsilon_{zi} + EL)} - \frac{2}{3} S_{iL}^{3/2}\right) - i \left(L\sqrt{2(\varepsilon_{zf} + EL)} - \frac{2}{3} S_{fL}^{3/2}\right)\right),$$

$$\eta_L = \sqrt{S_{iL}} + (\varepsilon_{zf} - \varepsilon_{zi}) / (k_{\varphi z} (2E)^{1/3}), \quad \eta_{L1} = \sqrt{S_{iL1}} + (\varepsilon_{zf} - \varepsilon_{zi}) / (k_{\varphi z} (2E)^{1/3}),$$

$$\mathbf{T}_2 = (-2i)g \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \frac{\exp(-in_3 \mathbf{a}_3 \mathbf{q} + i\alpha_{n_3})}{(S_{in3} S_{fn3})^{1/4}} \frac{\mathbf{q}}{|\mathbf{q}|^2}, \quad \mathbf{q} = \left(0, 0, \sqrt{2(\varepsilon_{zf} + Ez_{n_3})} - \sqrt{2(\varepsilon_{zi} + Ez_{n_3})} + k_{\varphi z}\right),$$

$$\mathbf{T}_{2s} = \frac{2}{i} \exp\left(i \left(L\sqrt{2(\varepsilon_{zi} + EL)} - L\sqrt{2(\varepsilon_{zfs} + EL)} - \frac{2}{3} S_{iL}^{3/2} + \frac{2}{3} S_{fLs}^{3/2}\right)\right) \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \frac{\exp(-in_3 \mathbf{a}_3 \mathbf{q}_s + i\alpha_{n_3s})}{(S_{in3} S_{fn3s})^{1/4}} \frac{\mathbf{q}_s}{|\mathbf{q}_s|^2},$$

$$\alpha_{n_3s} = -\alpha_{fs} + \alpha_i, \quad S_{fLs} = L(2E)^{1/3} + (2\varepsilon_{zfs}) / (2E)^{2/3}, \quad S_{fn3s} = (2E)^{-2/3} 2(Ez_{n_3} + \varepsilon_{zfs}), \quad z_{n_3} = a_{3z} n_3,$$

$$\alpha_{fs} = \left(2(\varepsilon_{zfs} + Ez_{n_3})\right)^{3/2} / (3E) - z_{n_3} \sqrt{2(\varepsilon_{zfs} + Ez_{n_3})}, \quad q_{sx} = (a_{1x}\eta - a_{2y}\xi) / (a_{1x}(a_{2x} - a_{2y})),$$

$$q_{sy} = (a_{2x}\eta - a_{1y}\xi) / (a_{1x}(a_{2x} - a_{2y})), \quad \eta = 2\pi s_2, \quad \xi = 2\pi s_1, \quad k_{fy} = q_{sy} - k_{\varphi y} + k_{iy}, \quad k_{fx} = q_{sx} - k_{\varphi x} + k_{ix},$$

$$\mathbf{q}_s = i\mathbf{q}_{sx} + \mathbf{j}q_{sy} + \mathbf{k} \left(k_{\varphi z} + \sqrt{2(\varepsilon_{zfs} + Ez_{n_3})} - \sqrt{2(\varepsilon_{zi} + Ez_{n_3})}\right),$$

$$\varepsilon_{zf} = \mathbf{k}_{i\perp}^2 / 2 + \varepsilon_{zi} - \omega - (\mathbf{k}_{i\perp} - \mathbf{k}_{\varphi\perp})^2 / 2, \quad \varepsilon_{zfs} = \mathbf{k}_{i\perp}^2 / 2 + \varepsilon_{zi} - \omega - \mathbf{k}_{f\perp}^2 / 2.$$

Анализ результатов

Анализ сечения будем проводить численными методами, строя поверхности $F = d\sigma / (L_x L_y d\omega dO)$, как функции $\theta_\varphi, \varphi_\varphi$ при фиксированных параметрах: $E = 0,001, \omega = 0,01, \phi_i = 0, k_i = 20, Z = 1, \mathbf{a}_1 = (1, 0, 0), \mathbf{a}_2 = (0, 1, 0), \mathbf{a}_3 = (0, 0, 1)$ и величине угла $\theta_i = 1,545$, определяющего направление падения пучка электронов на слои рассеивающих центров, и с разным числом слоев $N_3 = 5$ и $N_3 = 50$.

На рис. 1 представлены поверхности $F(\theta_\varphi, \varphi_\varphi)$ при величине угла $\theta_i = 1,545$ на интервалах $\theta_\varphi \in (0,7; 0,73), \varphi_\varphi \in (0, 2\pi)$ с количеством слоев $N_3 = 5$. Нетрудно заметить, что при таком количестве слоев поверхность имеет осциллирующую структуру, возникающую из-за суперпозиции движений электронов во внешнем и в кулоновом поле рассеивающих центров [4], но не такую яркую как при монослое [5]. При увеличении количества слоев, амплитуда осцилляций растет, но ее относительная величина уменьшается, что ма-

тематически объясняется увеличением третьего слагаемого выражения (4), отвечающего за вклад в тормозное излучение рассеяния электронов на кулоновых центрах. Отображено это на рис. 2, где изображена поверхность $F(\theta_\varphi, \varphi_\varphi)$ с числом слоев $N_3 = 50$.

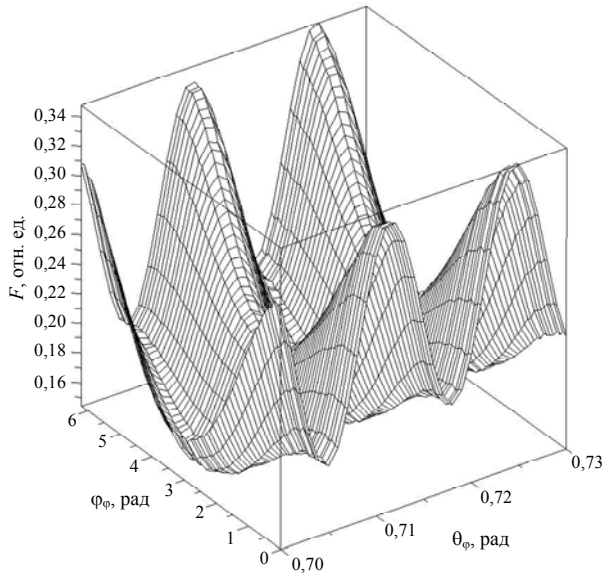


Рис. 1. Поверхность $F(\theta_\varphi, \varphi_\varphi)$, при $N_3 = 5$, $\theta_i = 1,545$

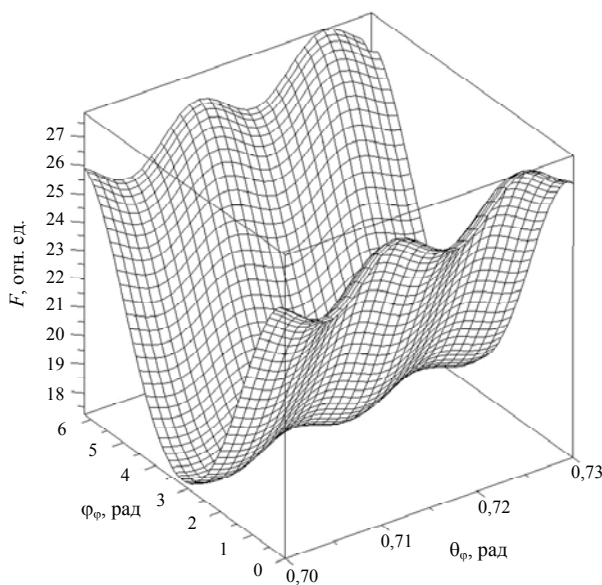


Рис. 2. Поверхность $F(\theta_\varphi, \varphi_\varphi)$, при $N_3 = 50$, $\theta_i = 1,545$

Наконец отметим, что волновые функции (1) фазовыми и нормировочными множителями отличаются от соответствующих функций работ [4] и [5]. Это отличие связано с переходом (1) в функции соответствующие обычным плоским волнам при стремлении E к нулю, что, казалось бы, позволяет рассмотреть подобный предельный переход и непосредственно в найденных сечениях. Однако оказывается, что такой предельный переход требует дополнительного рассмотрения, но эта тема уже другой работы.

Заключение

В работе в первом борновском приближении найдены сечения неполяризованного тормозного излучения электронов, ускоряемых однородным электрическим полем и проходящих через упорядоченную многослойную структуру кулоновых центров. Проведенный численными методами анализ полученных сечений показал, что с увеличением числа слоев кулоновых центров, к которым внешнее поле нормально, пространственная структура тормозного излучения заметно изменяется по сравнению с излучением на одном слое. Такое изменение связано с быстрым ростом (с увеличением числа слоев) вклада в тормозное излучение рассеяния электронов на кулоновых центрах по сравнению с их движением в однородном поле.

Авторы выражают глубокую благодарность А. А. Рухадзе за внимание к работе.

Литература

1. Крылов В. И., Мизюк М. В. // Инженерная физика. 2013. № 1. С. 28.
2. Крылов В. И., Хомяков В. В. // Прикладная физика. 2014. № 2. С. 13.
3. Крылов В. И., Хомяков В. В. // Успехи прикладной физики. 2014. Т. 2. № 2. С. 101.
4. Крылов В. И. // Прикладная физика. 2007. № 1. С. 28.
5. Крылов В. И., Бондарева Т. В. // Прикладная физика. 2010. № 3. С. 5.
6. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. — М.: Физматлит, 2002.

Bremsstrahlung of electrons passing through the multilayer structure of Coulomb centers and accelerated by a homogeneous electric field

V. I. Krylov¹ and V. V. Khomyakov²

¹Tikhookeanskii State University
13b Tikhookeanskaya str., Khabarovsk, 680035, Russia
E-mail: krylov_vladimir@mail.ru

²Far Eastern State University of Humanities
68 Karl Marx str., Khabarovsk, 680000, Russia
E-mail: rozendetr@bk.ru

Received September 12, 2014

In the first Born approximation cross sections found unpolarized bremsstrahlung of electrons accelerated by a uniform electric field and passing through an ordered multilayer structure Coulomb centers. Carried out by numerical methods analysis of the cross-sections showed that with increasing number of layers of Coulomb centers to which the external field is normal, the spatial structure of the bremsstrahlung varies significantly in comparison with the radiation in one layer. This change is due to the rapid growth (with an increase in the number of layers) contribution to the bremsstrahlung of electron scattering by Coulomb centers compared with their motion in a uniform field.

PACS: 79.20.Rf

Keywords: bremsstrahlung, external field, ordered layer of sowing points, interference of electrons, superposition of motions, spatial oscillation.

References

1. V. I. Krylov and M. V. Mizyuk, *Inzhenernaya Fizika*, No. 1, 28 (2013).
2. V. I. Krylov and V. V. Khomyakov, *Prikladnaya Fizika*, No. 2, 13 (2014).
3. V. I. Krylov and V. V. Khomyakov, *Uspekhi Prikladnoi Fiziki* **2**, 101 (2014).
4. V. I. Krylov, *Prikladnaya Fizika*, No. 1, 28 (2007).
5. V. I. Krylov and T. V. Bondareva, *Prikladnaya Fizika*, No. 3, 5 (2010).
6. V. B. Berestetskii, E. M. Lifshits, and L. P. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics* (Fizmatlit, Moscow, 2002) [in Russian].