

УДК 539.186.2

О тормозном излучении электронов, проходящих через многослойную структуру кулоновых центров и ускоряемых слабым однородным электрическим полем

В. И. Крылов, В. В. Хомяков

В первом борновском приближении найдены и проанализированы сечения тормозного излучения электронов, проходящих через упорядоченную многослойную структуру кулоновых центров и ускоряемых однородным электрическим полем. Определены условия применимости сечений, полученных ранее в литературе при стремлении внешнего поля к нулю. Показано, что ранее полученные сечения, соответствующие частоте фотона 10^2 совпадают с результатами настоящей работы при напряжении поля более 10^4 (атомных единиц).

PACS: 79.20.Rf

Ключевые слова: тормозное излучение, дифференциальное сечение, внешнее поле, упорядоченные слои, кулоновы центры, суперпозиция движений, пространственная осцилляция.

Введение

В работах [1—8] исследовалось влияние внешнего однородного электрического поля на тормозное излучение заряженных частиц проходящих через упорядоченную как однослойную, так и многослойную структуру кулоновых центров, находящихся в этом же поле. Основная задача этих работ заключалась в том, чтобы исследовать эффект вклада в сечения тормозного излучения суперпозиции движений излучающих частиц в однородном поле и в поле рассеивающих центров и, одновременно, интерференции излучающих частиц в случае их отражения от потенциального барьера внешнего поля [3—5]. Такое исследование (из-за громоздкости полученных аналитически сечений) проводилось численно. Наиболее подробно изучалась зависимость сечений от переменных θ_ϕ и φ_ϕ — сферических координат волнового вектора \mathbf{k}_ϕ излученного фотона при фиксированных значениях остальных параметров.

В настоящей работе исследовались те же зависимости, но при стремлении внешнего поля к нулю, когда оно ускоряет эмитированные источ-

ником частицы также, как и в [1, 2, 7, 8]. Здесь будут показаны зависимости от θ_ϕ при различных значениях внешнего поля, а также для случая рассеяния электронов на однослойной решетке, когда эффект суперпозиции движений излучающих частиц в однородном и кулоновом полях проявляется наиболее заметно.

Проведенный анализ показал, что в полученных в [1, 2, 7, 8] сечениях из-за их приближенного аналитического расчета просто устремить напряженность E внешнего электрического поля к нулю нельзя (это было отмечено еще в [7, 8]). Действительно, в работах [1, 2] во входящих в сечения комбинациях вида (используем атомные единицы) $L(2E)^{1/3} + 2\varepsilon_z(2E)^{-2/3}$ (где L — размер области локализации внешнего поля, ε_z — энергия движения излучающих частиц вдоль внешнего поля) пренебрегалось слагаемым, содержащим ε_z (из-за макроскопичности L). Очевидно, что в этом случае условия применимости полученных сечений нарушаются при $E \leq \varepsilon_z/L$. Кроме того, при определении сечений в [1, 2, 7, 8] показатель экспоненты, входящей в подынтегральное выражение первого интеграла матричного элемента $V_{\phi f}$ (см. ниже (3)), разлагался в ряд до второго порядка по величине $2(\varepsilon_{zi} - \varepsilon_{zf})(2E)^{-2/3}$ (индексы i, f означают начальные и конечные состояния). Однако в плоскости $(\varepsilon_{zi} - \varepsilon_{zf}, E)$ имеется область, в которой такого разложения недостаточно. В частности, при частотах фотона $\omega \approx \varepsilon_{zi} - \varepsilon_{zf} \geq 0,01$ и $E < 0,0001$. В этой области условия применимости найденных в [1, 2, 7, 8] сечений, очевидно, нарушаются.

В настоящей работе вышеупомянутое разложение в подынтегральном выражении не ис-

Крылов Владимир Иванович, профессор.
Тихоокеанский государственный университет.
Россия, 680035, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.
E-mail: krylov_vladimir@mail.ru
Хомяков Владимир Васильевич, аспирант.
Дальневосточный государственный гуманитарный университет.
Россия, 680000, г. Хабаровск, ул. Карла Маркса, 68.
E-mail: rozendetr@bk.ru

Статья поступила в редакцию 15 января 2015 г.

© Крылов В. И., Хомяков В. В., 2015

пользовалось, а соответствующий интеграл из-за его сложности брался численно, что позволяет найти сечения при значениях ω и E , не соответствующих условиям применимости результатов работ [1, 2, 7, 8].

Постановка задачи и основные результаты

Первая часть этого параграфа близка к соответствующим частям работ [1, 2, 7, 8]. Считаем, что однородное и стационарное электрическое поле с напряженностью $\mathbf{E} = (0, 0, -E)$ (в декартовой системе координат xuz) находится между двумя параллельными плоскостями, к которым \mathbf{E} ортогонально. Одна из плоскостей $z = -L_1$ является источником стационарного моноэнергетического потока электронов, падающих на кулоновые центры, которые находятся в точках пространства с координатами $\mathbf{r}_n = \mathbf{r}_{n_1, n_2, n_3} = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2 + n_3 \mathbf{a}_3$, где $n_1, n_2, n_3 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$; $\mathbf{a}_1 = (a_{1x}, a_{1y}, a_{1z})$, $\mathbf{a}_2 = (a_{2x}, a_{2y}, a_{2z})$ и $\mathbf{a}_3 = (a_{3x}, a_{3y}, a_{3z})$ — базисные векторы упорядочной структуры кулоновых центров, на которых рассеиваются электроны. Вторая плоскость $z = L$ полностью поглощает электроны (абсолютно черная стенка). Предполагаем, что ε_z больше EL_1 : $\varepsilon_z > EL_1$, тем самым исключаем из рассмотрения рождение фотонов, происходящих при переходе рассеянных частиц в состояния, когда они отражаются от потенциального барьера внешнего поля.

Взаимодействие электронов с рассеивающими центрами рассматриваем как возмущение.

Невозмущенные волновые функции ψ_i начального и ψ_f конечного состояния, переходящие в $\psi_{i,f} \sim \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$ при E стремящегося к нулю, можно записать в виде [7], [8]:

$$\begin{aligned} \psi_i &= \frac{\exp(i\mathbf{k}_{i\perp}\mathbf{r}_\perp)}{\sqrt{L_x L_y}} C_i \frac{S_{iL}^{1/4}}{S_i^{1/4}} \times \\ &\times \exp\left(i\left(L\sqrt{2(\varepsilon_{zi} + EL)} - \frac{2}{3}S_{iL}^{3/2} + \frac{2}{3}S_i^{3/2}\right)\right), \\ \psi_f &= \frac{\exp(i\mathbf{k}_{f\perp}\mathbf{r}_\perp)}{\sqrt{L_x L_y}} C_f \frac{S_{fL}^{1/4}}{S_f^{1/4}} \times \\ &\times \exp\left(i\left(L\sqrt{2(\varepsilon_{zf} + EL)} - \frac{2}{3}S_{fL}^{3/2} + \frac{2}{3}S_f^{3/2}\right)\right), \end{aligned} \quad (1)$$

где L_x, L_y — длины сторон нормировочного прямоугольника вдоль осей x, y ; $\mathbf{k}_{f\perp}$ и $\mathbf{k}_{i\perp}$ — волновые векторы, определяющие поперечный (относительно \mathbf{E}) импульс электронов конечного и началь-

ного состояний соответственно; $S_{i,f} = z(2E)^{1/3} + 2\varepsilon_{z_{i,f}}(2E)^{-2/3}$; $S_{i,fL} = L(2E)^{1/3} + 2\varepsilon_{z_{i,f}}(2E)^{-2/3}$; $S_{i,fL1} = -L_1(2E)^{1/3} + 2\varepsilon_{z_{i,f}}(2E)^{-2/3}$; $C_{i,f}$ — постоянные, которые выбираем из условия нормировки $\psi_{i,f}$ на нормировочный объем $L_x L_y (L + L_1)$.

Для определения сечения тормозного излучения в борновском приближении используем хорошо известную формулу:

$$d\sigma = 2\pi(j)^{-1} |V_{\phi fi}|^2 \delta(\varepsilon_f + \omega - \varepsilon_i) d\nu, \quad (2)$$

где $\varepsilon_f = k_{f\perp}^2 / 2 + \varepsilon_{zf}$,

$j = |C_i|^2 S_{iL}^{1/2} (2E)^{1/3} (L_x L_y)^{-1} \chi / \chi_z$ — плотность потока эмитированных электронов (на границе поля),

$$\chi_z = \sqrt{2(-EL_1 + \varepsilon_{zi})}, \chi = \sqrt{k_{i\perp}^2 + 2(-EL_1 + \varepsilon_{zi})},$$

$\varepsilon_i = k_{i\perp}^2 / 2 + \varepsilon_{zi}$; V — нормировочный объем;

$d\nu = \alpha^3 (L_x L_y V) \left((2\pi)^6 |C_f|^2 \sqrt{2(\varepsilon_{zf} + EL)} \right)^{-1} \times \omega^2 d\omega dO_\phi d^2k_{f\perp} d\varepsilon_{zf}$ — число состояний, в которые переходят излученный фотон и рассеянный электрон, $\alpha = e^2 (\hbar c)^{-1}$ — постоянная тонкой структуры.

Матричный элемент $V_{\phi fi}$ имеет следующий вид (подробнее см. [1]):

$$\begin{aligned} V_{\phi fi} &= i\sqrt{2\pi / (\omega V)} \times \\ &\times \left\{ \mathbf{e}_\phi^* \iiint \psi_f^* e^{-i\mathbf{k}_\phi \mathbf{r}} \nabla \psi_i d^3\mathbf{r} + \frac{1}{\omega} \iiint \psi_f^* \psi_i \mathbf{e}_\phi^* e^{-i\mathbf{k}_\phi \mathbf{r}} \nabla U d^3\mathbf{r} \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $U = - \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \frac{Z}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{n_1, n_2, n_3}|}$, $N = N_1 N_2$ — число

рассеивающих центров в слое, N_3 — число слоев в направлении оси z ; \mathbf{e}_ϕ — вектор поляризации излучаемого фотона.

Второй интеграл из (3) берем аналитически точно так же как и в [5], [6], [7], [8], разлагая в ряд по степеням $z - n_1 a_{1z} - n_2 a_{2z} - n_3 a_{3z}$ показатели $2iS_{i,f}^{3/2} / 3$ экспонент. Отметим, что при уменьшении E точность взятого таким методом этого интеграла увеличивается. Мы не приводим здесь соответствующее аналитическое выражение, которое получено в [7], [8].

Для взятия первого интеграла из (3) представим волновые функции (1) в виде:

$$\begin{aligned}\psi_i &= (L_x L_y)^{-1/2} \exp(i\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{r}_\perp) C_i S_{iL}^{1/4} \psi_{iz}, \\ \psi_f &= (L_x L_y)^{-1/2} \exp(i\mathbf{k}_{f\perp} \mathbf{r}_\perp) C_f S_{fL}^{1/4} \psi_{fz},\end{aligned}\quad (4)$$

где

$$\begin{aligned}\psi_{iz} &= S_i^{-1/4} \times \\ &\times \exp\left(i\left(L\sqrt{2(\varepsilon_{zi} + EL)} - (2/3)S_{iL}^{3/2} + (2/3)S_i^{3/2}\right)\right), \\ \psi_{fz} &= S_f^{-1/4} \times \\ &\times \exp\left(i\left(L\sqrt{2(\varepsilon_{zf} + EL)} - (2/3)S_{fL}^{3/2} + (2/3)S_f^{3/2}\right)\right).\end{aligned}$$

Подставив выражение (4) в первый интеграл из матричного элемента (3), и учитывая, что

$$\begin{aligned}\nabla\psi_i &= i\mathbf{k}_{i\perp} (L_x L_y)^{-1/2} \exp(i\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{r}_\perp) C_i S_{iL}^{1/4} \psi_{iz} + \\ &+ (L_x L_y)^{-1/2} \exp(i\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{r}_\perp) C_i S_{iL}^{1/4} \frac{\partial\psi_{iz}}{\partial z} \mathbf{k},\end{aligned}$$

где $\mathbf{k} = (0, 0, 1)$, получим:

$$\begin{aligned}\iiint \psi_f^* e^{-i\mathbf{k}_\phi \mathbf{r}} \nabla\psi_i d^3\mathbf{r} &= \\ &= C_i C_f S_{iL}^{1/4} S_{fL}^{1/4} (L_x L_y)^{-1} (2\pi)^2 \times \\ &\times \delta(\mathbf{k}_{\phi\perp} + \mathbf{k}_{f\perp} - \mathbf{k}_{i\perp}) (i\mathbf{k}_{i\perp} T_{1\perp} + \mathbf{k} T_{1z}).\end{aligned}\quad (5)$$

Здесь

$$T_{1\perp} = \int e^{-ik_{\phi z} z} \psi_{iz} \psi_{fz}^* dz, \quad T_{1z} = \int e^{-ik_{\phi z} z} \psi_{fz}^* \frac{\partial\psi_{iz}}{\partial z} dz,$$

которые берутся численно.

После стандартной процедуры суммирования по поляризациям фотона [9], получим сечение тормозного излучения, отнесенное к элементу телесного угла и интервалу частоты фотона:

$$\begin{aligned}d\sigma &= \alpha^3 \frac{\chi_z \omega}{\chi(2\pi)^2} (2E)^{-2/3} L_x L_y \times \\ &\times \left\{ P_1 + \frac{(2\pi) Z P_2}{\omega [\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2]} + \frac{Z^2 (2\pi)^2}{\omega^2 [\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2]^2} \sum_{s_1=-\infty}^{\infty} \sum_{s_2=-\infty}^{\infty} [n \mathbf{T}_{2s}]^2 \right\} \times (6) \\ &\times d\omega dO_\phi,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{где } P_1 &= T_{1\perp}^2 [\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{n}]^2 + i [\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{n}] [\mathbf{k} \mathbf{n}] (T_{1\perp} T_{1z}^* - T_{1\perp}^* T_{1z}) + \\ &+ T_{1z}^2 [\mathbf{k} \mathbf{n}]^2, \quad \mathbf{n} = \mathbf{k}_\phi / k_\phi; \\ P_2 &= (T_{1\perp} [\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{n}] [\mathbf{T}_2^* \mathbf{n}] + T_{1z} [\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{n}] [\mathbf{T}_2^* \mathbf{n}]) + \\ &+ (T_{1\perp}^* [\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{n}] [\mathbf{T}_2 \mathbf{n}] + T_{1z}^* [\mathbf{k}_{i\perp} \mathbf{n}] [\mathbf{T}_2 \mathbf{n}]),\end{aligned}$$

$$\eta_L = \sqrt{S_{iL}} + (\varepsilon_{zf} - \varepsilon_{zi}) / (k_{\phi z} (2E)^{1/3}),$$

$$\eta_{L_1} = \sqrt{S_{iL_1}} + (\varepsilon_{zf} - \varepsilon_{zi}) / (k_{\phi z} (2E)^{1/3}),$$

$$\mathbf{T}_2 = (-2i) g \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \frac{\exp(-in_3 \mathbf{a}_3 \mathbf{q} + i\alpha_{n_3})}{(S_{in_3} S_{fn_3})^{1/4}} \frac{\mathbf{q}}{|\mathbf{q}|^2},$$

$$\mathbf{q} = \left(0, 0, \sqrt{2(\varepsilon_{zf} + Ez_{n_3})} - \sqrt{2(\varepsilon_{zi} + Ez_{n_3})} + k_{\phi z}\right),$$

$$\mathbf{T}_{2s} = \frac{2}{i} \exp(iZ) \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \frac{\exp(-in_3 \mathbf{a}_3 \mathbf{q}_s + i\alpha_{n_3 s})}{(S_{in_3} S_{fn_3 s})^{1/4}} \frac{\mathbf{q}_s}{|\mathbf{q}_s|^2},$$

$$Z = L\sqrt{2(\varepsilon_{zi} + EL)} - L\sqrt{2(\varepsilon_{zf} + EL)} - \frac{2}{3} S_{iL}^{3/2} + \frac{2}{3} S_{fL}^{3/2}$$

$$g = \exp(i(A - B)),$$

$$A = L\sqrt{2(\varepsilon_{zi} + EL)} - \frac{2}{3} S_{iL}^{3/2} \quad B = L\sqrt{2(\varepsilon_{zf} + EL)} - \frac{2}{3} S_{fL}^{3/2}$$

$$S_{in_3} = (2E)^{-2/3} 2(Ez_{n_3} + \varepsilon_{zi}),$$

$$S_{fn_3} = (2E)^{-2/3} 2(Ez_{n_3} + \varepsilon_{zf}), \quad \alpha_{n_3 s} = -\alpha_{fs} + \alpha_i,$$

$$S_{fLs} = L(2E)^{1/3} + (2\varepsilon_{zf}) / (2E)^{2/3},$$

$$S_{fn_3 s} = (2E)^{-2/3} 2(Ez_{n_3} + \varepsilon_{zf s}), \quad z_{n_3} = a_{3z} n_3,$$

$$\alpha_{fs} = \left(2(\varepsilon_{zf s} + Ez_{n_3})\right)^{3/2} / (3E) - z_{n_3} \sqrt{2(\varepsilon_{zf s} + Ez_{n_3})},$$

$$q_{sx} = (a_{1x} \eta - a_{2y} \xi) / (a_{1x} (a_{2x} - a_{2y})),$$

$$q_{sy} = (a_{2x} \eta - a_{1y} \xi) / (a_{1x} (a_{2x} - a_{2y})), \quad \eta = 2\pi s_2,$$

$$\xi = 2\pi s_1, \quad k_{fy} = q_{sy} - k_{\phi y} + k_{iy}, \quad k_{fx} = q_{sx} - k_{\phi x} + k_{ix},$$

$$\mathbf{q}_s = i\mathbf{q}_{sx} + \mathbf{j}\mathbf{q}_{sy} +$$

$$+ \mathbf{k} \left(k_{\phi z} + \sqrt{2(\varepsilon_{zf s} + Ez_{n_3})} - \sqrt{2(\varepsilon_{zi} + Ez_{n_3})} \right),$$

$$\varepsilon_{zf} = \mathbf{k}_{i\perp}^2 / 2 + \varepsilon_{zi} - \omega - (\mathbf{k}_{i\perp} - \mathbf{k}_{\phi\perp})^2 / 2,$$

$$\varepsilon_{zf s} = \mathbf{k}_{i\perp}^2 / 2 + \varepsilon_{zi} - \omega - \mathbf{k}_{f\perp}^2 / 2.$$

Анализ результатов

Анализ сечения будем проводить численными методами, строя кривые, соответствующие функциям из (6):

$$F = d\sigma / (L_x L_y d\omega dO), \quad F_1 = \alpha^3 \frac{\chi_z \omega}{\chi(2\pi)^2} (2E)^{-2/3} P_1,$$

$$F_2 = \alpha^3 \frac{\chi_z \omega}{\chi(2\pi)^2} (2E)^{-2/3} \frac{(2\pi) Z P_2}{\omega [\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2]},$$

$$F_3 = \alpha^3 \frac{\chi_z \omega}{\chi(2\pi)^2} (2E)^{-2/3} \frac{Z^2 (2\pi)^2}{\omega^2 |[\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2]|^2} \sum_{s_1=-\infty}^{\infty} \sum_{s_2=-\infty}^{\infty} [n \mathbf{T}_{2s}]^2,$$

в виде зависимости от θ_ϕ при фиксированных параметрах: $\omega = 0,01$, $k_i = 20$, $Z = 1$, $\mathbf{a}_1 = (1, 0, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (0, 1, 0)$, $\mathbf{a}_3 = (0, 0, 1)$, $\phi_\phi = \pi/3$ и величине углов $\phi_i = 0$, $\theta_i = 1,545$, определяющих направление падения пучка электронов на слои рассеивающих центров: $\mathbf{k}_i = (k_i \sin \theta_i \cos \phi_i, k_i \sin \theta_i \sin \phi_i, k_i \cos \theta_i)$, $\varepsilon_{zi} = 0,5(k_i \cos \theta_i)^2$; и числом слоев $N_3 = 1$. Функция F_1 (изображена сплошной жирной линией) определяет сечение тормозного излучения только во внешнем электрическом поле, F_3 — только в кулоновом поле рассеивающих центров (пунктирная жирная линия). Функция F_2 (пунктирная тонкая линия) является интерференционным слагаемым, связанным с вкладом в излучение движений в кулоновом и внешнем полях.

Показанные (при $E = 10^{-3}$) на рис. 1 зависимости F_1 и F_3 представлены гладкими кривыми (в выбранном масштабе), тогда как интерференционное слагаемое F_2 , а вместе с ним и полное сечение F (сплошная не жирная кривая) представляют собой пространственно осциллирующие кривые с достаточно большими амплитудами порядка F_1 и периодами (при малых углах) порядка 10^{-1} радиана.

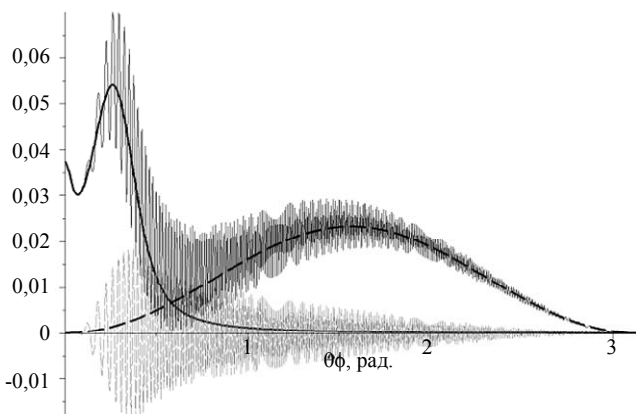


Рис. 1. Сплошной жирной линией обозначена кривая F_1 , пунктирной тонкой линией обозначена кривая F_2 , пунктирной жирной линией обозначены F_3 , сплошной тонкой линией обозначены кривая F при $E = 10^{-3}$

Эти же кривые, но при $E = 10^{-4}$ показаны на рис. 2. Легко видеть, что при уменьшении внешнего поля вклад в сечение функции F_1 , как и следовало ожидать, уменьшается, а F_3 незначительно растет. Такое увеличение связано со слабой зависимостью F_3 от E величин S_{fn_3} , S_{in_3} .

Рис. 3 аналогичен рис. 1 и 2 (для $E = 0$). На это рисунке не изображена кривая F_3 , которая фактически совпадает с F , но не содержит мелких осцилляций с амплитудой порядка 10^{-5} и чрезвычай-

но малыми периодами; кривые F_1 и F_2 практически совпадают с осью абсцисс в виде жирного отрезка и имеют такие же мелкие осцилляции что и F .

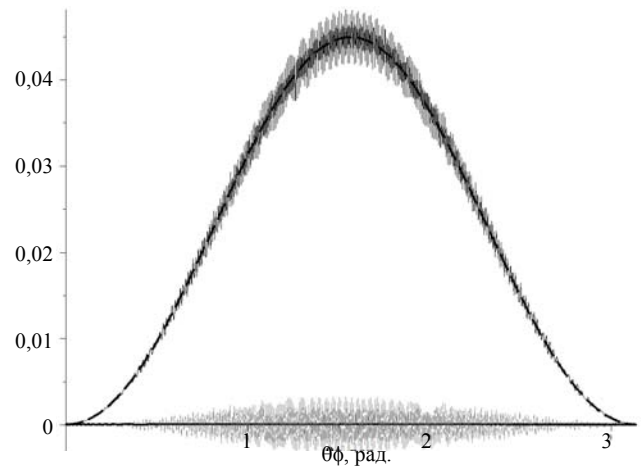


Рис. 2. Сплошной жирной линией обозначена кривая F_1 , пунктирной тонкой линией обозначена кривая F_2 , пунктирной жирной линией обозначены F_3 , сплошной тонкой линией обозначены кривая F при $E = 10^{-4}$

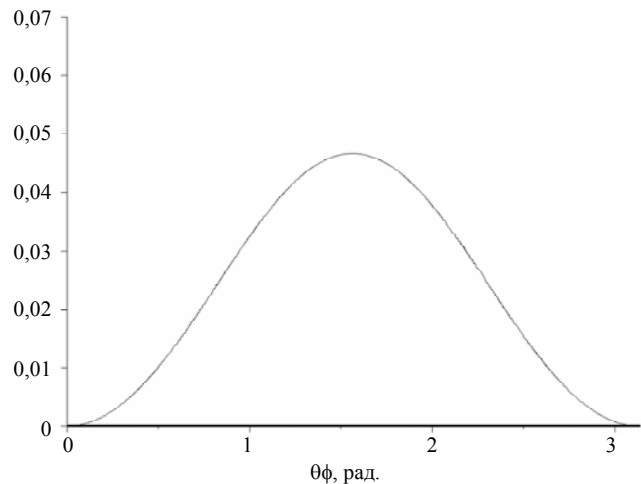


Рис. 3. Сплошной тонкой линией обозначены кривая F , кривые F_1 и F_2 практически совпадают с осью абсцисс в виде жирного отрезка и имеют такие же мелкие осцилляции что и F , амплитудой порядка 10^{-5}

Здесь следует отметить, что появление таких мелких «возмущений» связано с тем, что при стремлении напряженности внешнего поля к нулю матричный элемент V_{fi} (без поля решетки) переходит в выражение:

$$V_{\phi fi} = -\frac{1}{\sqrt{\omega(2\pi V)^3}} \mathbf{e}_\phi^* \mathbf{k}_i (L + L_1) \frac{\sin 0,5q_z(L + L_1)}{0,5q_z(L + L_1)} \times \exp[-i0,5q_z(L - L_1)] \delta(\mathbf{q}_\perp), \quad (7)$$

где $\mathbf{q} = \mathbf{k}_f + \mathbf{k}_\phi - \mathbf{k}_i$, $\mathbf{q}_\perp \mathbf{E} = 0$.

Так как эта формула получается из матричного элемента, содержащего локализованное

вдоль своего направления электрическое поле, то физически бессмысленно в (7) устремлять L к бесконечности, а L_1 к минус бесконечности.

Входящая в (7) функция

$$(L + L_1) \frac{\sin 0,5q_z(L + L_1)}{0,5q_z(L + L_1)} \quad (8)$$

имеет острый, но конечный по ширине и высоте пик. Нетрудно проверить, что при $\mathbf{q}_\perp = 0$, $\varepsilon_f + \hbar\omega - \varepsilon_i = 0$ и $\omega > 0$ параметр $q_z \neq 0$, и выражение (7), из-за того, что (8) не совпадает с дельта-функцией, вообще говоря, будет отлично от нуля. Однако, это совсем не означает, что свободная электрически заряженная частица должна излучать фотон двигаясь между двумя параллельными плоскостями одна из которых источник таких частиц, а другая – абсолютно черная стенка. Необходимо иметь в виду, что при конечной области локализации (вдоль оси z) $L + L_1$ все входящие в q_z компоненты волновых векторов должны быть кратны $2\pi/(L + L_1)$, а в этом случае выражения (7) и (8) будут равны нулю, т. е. теория дает тот результат, который следует из самых общих физических соображений.

Если однородное электрическое поле отлично от нуля, то более сложными будут и следующие из условия ортогональности волновых функций (1) выражения для дискретных волновых векторов частиц, что заставляет считать их непрерывными величинами. Однако, как следует из приведенных рассуждений, это возможно только при условии малости сечения определяемого матричным элементом (7), по сравнению с (6).

Заключение

В настоящей работе получены сечения тормозного излучения заряженных частиц, ускоряемых внешним квазиоднородным электрическим

полем и рассеивающихся на упорядоченной системе кулоновых центров, причем при произвольном значении внешнего поля (удовлетворяющему нерелятивистскому приближению), в том числе и для случая, когда нельзя использовать сечения, найденные в работах [1, 2, 7, 8]. Проведенный анализ, частично представленный на рисунках 1–3, показал, что для выбранных значений параметров частиц интерференционные эффекты, вызванные вкладом в излучение фотонов суперпозицией движений излучающих частиц в кулоновом и внешнем полях, наиболее заметно проявляются при небольшом числе (1–10) слоев кулоновых центров (см., также [7, 8]) и при напряженности внешнего поля порядка $10^4 e^2/a$ ($a = \hbar^2 / (m_e e^2)$).

В рамках выбранной постановки задачи рассмотрены особенности предельного перехода $E \rightarrow 0$ в найденных сечениях.

Авторы выражают глубокую благодарность А. А. Рухадзе за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов В. И. // Прикладная физика. 2007. № 1. С. 28.
2. Крылов В. И., Бондарева Т. В. // Прикладная физика. 2010. № 3. С. 5.
3. Бондарева Т. В., Крылов В. И. // Прикладная физика. 2011. № 4. С. 52.
4. Крылов В. И., Мизюк М. В. // Инженерная физика. 2013. № 1. С. 28.
5. Крылов В. И., Хомяков В. В. // Прикладная физика. 2014. № 2. С. 13.
6. Крылов В. И., Хомяков В. В. // Успехи прикладной физики. 2014. Т. 2. № 2. С. 101.
7. Крылов В. И., Хомяков В. В. // Прикладная физика. 2014. № 5. С. 29.
8. Крылов В. И., Хомяков В. В. // Инженерная физика. 2014. № 11. С. 18.
9. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. — М.: Физматлит, 2002.

About bremsstrahlung of electrons passing through the multilayer structure of Coulomb centers and accelerated by a small homogeneous electric field

V. I. Krylov¹ and V. V. Khomyakov²

¹Tikhookeanskii State University
136 Tikhookeanskaya str., Khabarovsk, 680035, Russia
E-mail: krylov_vladimir@mail.ru

²Far Eastern State University of Humanities
68 Karl Marx str., Khabarovsk, 680000, Russia
E-mail: rozendetr@bk.ru

Received January 15, 2015

In the first Born approximation, the bremsstrahlung cross sections of electrons have been found and analyzed when electrons pass through an ordered multilayer structure of Coulomb centers and they are accelerated homogeneous electric field. The conditions of applicability of sections obtained previously in the literature tends to zero external field. It is shown that the previously obtained cross sections corresponds to the frequency of the photon 10^{-2} coincide with the results of this work at a field strength more than 10^{-4} (atomic units).

PACS: 79.20.Rf

Keywords: bremsstrahlung, external field, ordered layer of sowing points, interference of electrons, superposition of motions, spatial oscillation.

REFERENCES

1. V. I. Krylov, *Prikladnaya Fizika*, No. 1, 28 (2007).
2. V. I. Krylov and T. V. Bondareva, *Prikladnaya Fizika*, No. 3, 5 (2010).
3. T. V. Bondareva and V. I. Krylov, *Prikladnaya Fizika*, No. 4, 52 (2011).
4. V. I. Krylov and M. V. Mizyuk, *Inzhenernaya Fizika*, No. 1, 28 (2013).
5. V. I. Krylov and V. V. Khomyakov, *Prikladnaya Fizika*, No. 2, 13 (2014).
6. V. I. Krylov and V. V. Khomyakov, *Uspekhi Prikladnoi Fiziki* **2**, 101 (2014).
7. V. I. Krylov and V. V. Khomyakov, *Prikladnaya Fizika*, No. 5, 29 (2014).
8. V. I. Krylov and V. V. Khomyakov, *Inzhenernaya Fizika*, No. 11, 18 (2014).
9. V. B. Berestetskii, E. M. Lofshits, and L. P. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics* (Fizmatlit, Moscow, 2002) [in Russian].