

УДК 533.9

О механизме возбуждения турбулентных флуктуаций неустойчивой дрейфовой волны в сдвиговом течении плазмы в магнитном поле

Д. Н. Карбушев, В. И. Хвесьюк, А. Ю. Чирков

Эволюция начальных возмущений представляет самостоятельный интерес при описании турбулентного состояния. Для замагниченной плазмы при определенных условиях возможно проследить эволюцию отдельного малого возмущения, нарастающего в результате неустойчивости дрейфовой волны вплоть до перехода в нелинейный режим. Такая возможность основана на экспериментально установленной связи спектров пульсаций с предсказаниями линейной теории дрейфовых неустойчивостей. Предложенная модель базируется на рассмотрении дрейфовой волны конечной амплитуды в условиях воздействия сдвигового течения. Выполненные теоретические оценки амплитуды возмущений находятся в разумном согласии с экспериментально наблюдаемыми значениями.

PACS: 52.35.Kt, 52.35.Ra

Ключевые слова: турбулентность, дрейфовые волны, сдвиговые течения.

Введение

Экспериментальные исследования турбулентности плазмы в магнитных ловушках убедительно показывают связь возмущений с дрейфовыми неустойчивостями [1, 2] — ионной температурно-градиентной (ITG) модой, модой запертых электронов (ТЕМ) и, при определенных условиях, с электронной температурно-градиентной (ETG) модой. Теоретические модели дрейфовой турбулентности рассматривают снижение амплитуд турбулентных флуктуаций как результат декорреляции сравнительно крупных возмущений под действием стационарных или квазистационарных сдвиговых течений [3, 4].

Экспериментально установленным условием существенного снижения транспорта [5] является выполнение соотношения $\gamma_s > \gamma$, где γ — характерный инкремент неустойчивости (как правило, инкремент ITG-моды), γ_s — параметр сдвига (в плоском слое $\gamma_s = \partial V / \partial x$, в цилиндрической геометрии $\gamma_s = r \partial(V/r) / \partial r$, V — скорость течения).

При отсутствии сдвигового течения коэффициент диффузии качественно соответствует оценке $D_{\perp 0} = k_{\perp}^{-2} \gamma$, где k_{\perp} — характерное волновое число, γ — характерный инкремент неустойчиво-

сти [6]. Воздействие сдвигового течения приводит к зависимости, представленной в работе [7]:

$$D_{\perp} = \frac{D_{\perp 0}}{1 + (\gamma_s / \gamma)^2}. \quad (1)$$

Исследования турбулентных флуктуаций [3, 4] устанавливают отношение среднеквадратичного уровня флуктуаций для случаев со сдвигом и без сдвига. При $\gamma_s = 0$ уменьшение флуктуаций может быть связано с другими факторами, препятствующими росту крупных возмущений конечной амплитуды [1].

В данной работе рассматривается стадия нарастания начальных возмущений от состояния гармонической дрейфовой волны малой амплитуды до стадии, условно называемой распадом. Под распадом понимается не исчезновение волны, а настолько сильное искажение по сравнению с исходной гармонической формой, что возникшие конечные неоднородности среды делают невозможным ее дальнейшее существование. Соответствующее значение амплитуды является характерным с точки зрения ограничения линейного роста возмущения и перехода к нелинейной стадии.

Исходя из вышесказанного, главной целью работы является поиск и обоснование условия распада, адекватного наблюдаемому уровню турбулентности с учетом сдвиговых течений.

Модель и результаты расчетов

В начальный момент амплитуда бесконечно мала, но в процессе роста она считается конечной. Для количественных оценок роста используется

Карбушев Дмитрий Николаевич, инженер.
Хвесьюк Владимир Иванович, зав. кафедрой.
Чирков Алексей Юрьевич, профессор.
МГТУ им. Н. Э. Баумана.
Россия, 105005, Москва, 2-ая Бауманская ул., 5.
Тел. 8 (499) 265-79-05. E-mail: chirkov@bmstu.ru

Статья поступила в редакцию 20 февраля 2015 г.

© Карбушев Д. Н., Хвесьюк В. И., Чирков А. Ю., 2015

линейный инкремент ITG-моды [8—10]. Влияние сдвигового течения на уровень флуктуаций определяется при варьировании соотношения между инкрементом волны γ и параметром сдвига γ_s . Опрокидывание волны не рассматривается, так как для дрейфовой волны в плазме оно означало бы образование разрыва. Предполагается, что состояние, обозначенное как распад волны, соответствует условиям, близким к опрокидыванию. Условие распада ищется исходя из соображений определенного соответствия расчетных значений амплитуд значениям, наблюдаемым в экспериментах. Распад волны (начального возмущения) порождает отдельные, не связанные друг с другом локальные возмущения, которые и являются турбулентными флуктуациями. Амплитуда, соответствующая распаду, рассматривается как оценка уровня турбулентных флуктуаций.

Дрейфовая волна рассматривается в геометрии плоского слоя. Магнитное поле направлено вдоль оси z , волна распространяется в направлении y , плотность и температура плазмы убывают в направлении x , скорость течения V зависит от x . Форма волны считается не зависящей от x в пределах рассматриваемого слоя. В движущейся системе координат скорость течения принимается равной $V(x) = \gamma_s x$. В начальный момент времени форма волны $X(y, t)$ имеет вид синусоиды $X = a_0 \sin(k_y y)$, где a_0 — начальная амплитуда, $k_y = k_\perp$ — волновое число. Граничные условия: $X = 0$ при $y = \pm\pi/k_y, \pm 2\pi/k_y, \pm 3\pi/k_y, \dots$

Рост возмущения плотности n характеризуется постоянным инкрементом γ , то есть имеем $dn/dt = \gamma n$. Поле смещений элементов среды $X(y, t)$ связано с возмущенной плотностью n соотношением $n = -(n_0/L_n)X$, где $dn_0/dx = -n_0/L_n$ — невозмущенный градиент, n_0 — невозмущенная плотность, L_n — пространственный масштаб неоднородности. Для возмущения плотности электронов предполагается выполнение бoльцмановского приближения $(n/n_0) = (e\phi/k_B T)$, где e — заряд электрона, k_B — постоянная Больцмана, T — температура электронов. Колебания являются квазинейтральными.

Так как деформации среды, возмущения концентрации электронов и потенциал пропорциональны $X \propto n \propto \phi$, то все три указанные величины описываются одним уравнением

$$\frac{dX}{dt} \equiv \frac{\partial X}{\partial t} + \gamma_s X \frac{\partial X}{\partial y} = \gamma X + D \frac{\partial^2 X}{\partial y^2}. \quad (2)$$

Здесь учтено, что $v_y = V(X) = \gamma_s X$, а в правой части кроме линейного нарастания веден

диффузионный оператор, моделирующий насыщение возмущения, D — коэффициент диффузии.

Уравнение (2) относится к тому же типу уравнений, что и уравнение Бюргера [11], для которого известны частные решения в виде однополярных импульсов. Для уравнения (2) с нулевой правой частью было показано соответствие дрейфовому движению частиц [12]. В указанном виде оно совпадает с уравнением нелинейной дрейфовой волны [13] и описывает возмущение в пучке невзаимодействующих частиц [11].

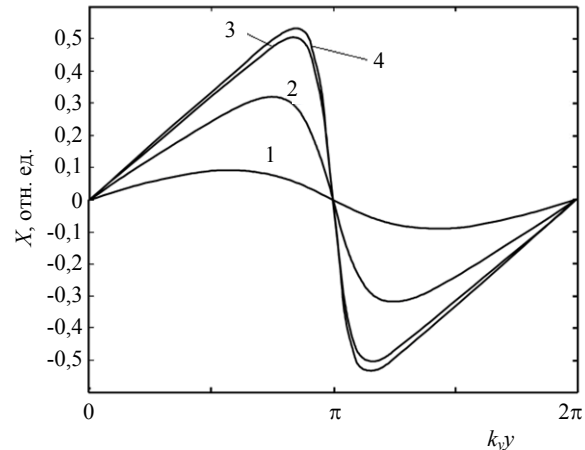


Рис. 1. Изменение во времени профиля волны при $D = D_\perp$ и $\gamma_s/\gamma = 1,5$: 1 — $\gamma t = 3$; 2 — 5; 3 — 7; 4 — 20

На рис. 1 показана эволюция возмущения при $D = D_\perp$. В начальные моменты времени амплитуда растет линейно. Со временем устанавливается стационарный профиль. Предполагается, что условия существования волны перестают выполняться с окончанием стадии линейного роста. Амплитуда при этом соответствует примерно равенству возмущенного и невозмущенного градиентов [14]:

$$\frac{\partial n}{\partial y} \sim \frac{dn_0}{dx}. \quad (3)$$

Это соотношение принимается в качестве количественной оценки условия распада. При отсутствии сдвиговых течений из (3) следует $k_y \delta n \approx n_0/L_n$, где δn — амплитуда возмущения плотности, связанная с амплитудой волны a соотношением $\delta n = (n_0/L_n)a$. При $\gamma_s = 0$ получаем оценку амплитуды в виде соотношения:

$$a_0 = (\delta n/n_0)L_n = 1/k_y, \quad (4)$$

что соответствует существующим экспериментальным данным [1, 2, 14].

При $\gamma_s = 0$ рост возмущения в нашей модели ограничен диффузионным оператором. Из равен-

ства нулю правой части уравнения (2) следует выражение $\gamma \approx D/a^2$. Соотношение (4) верно при $D = D_{\perp}$, вычисляемому по выражению (1). При $\gamma_s \neq 0$ с учетом (1) получаем следующую зависимость:

$$\frac{a^2}{a_0^2} = \frac{1}{1 + (\gamma_s/\gamma)^2}. \quad (5)$$

Результаты расчетов отношения a^2/a_0^2 с использованием сформулированного критерия распада в зависимости от значения γ_s/γ приведены на рис. 2. Для наглядности был рассмотрен случай $D \ll D_{\perp}$.

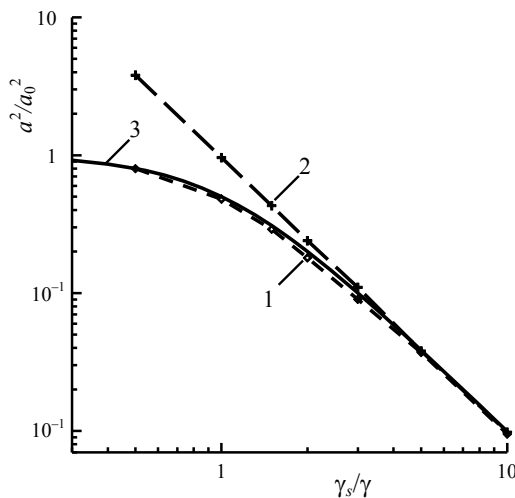


Рис. 2. Зависимость амплитуды возмущений от параметра сдвига в относительных переменных: 1 — результаты моделирования при $D = D_{\perp}$, 2 — результаты моделирования при $D = 10^{-2}D_{\perp}$, 3 — расчет по формуле (5)

Как можно видеть по рис. 2, при $D = D_{\perp}$ результаты расчетов практически совпадают с оценкой по формуле (5). Такое совпадение говорит в пользу диффузионного механизма диссипации, одновременно приводящего как к переносу плазмы, так и к сглаживанию возмущений.

Заключение

Проведенный в работе анализ продемонстрировал два режима, соответствующие двум меха-

низмам ограничения роста возмущений. В режиме со слабым сдвигом (или без сдвига) рост возмущений ограничивается диссипативным механизмом, представленным в нашей модели диффузионным оператором. При сильном сдвиге рост возмущений ограничен деформацией возмущенной среды. Диффузионный механизм практически не заметен на фоне сильной сдвиговой деформации.

Анализ основан на эволюции одной моды возмущения, в то время как в действительности в турбулентной среде сосуществует много мод. Оценка характерной амплитуды по формулам (4) и (5) предполагает использование параметров некоторой характерной моды с определенным характерным волновым числом k_y . В результате оценивается в определенном смысле средний уровень флуктуаций без распределения по волновым числам.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, задание № 13.2573.2014/К.

ЛИТЕРАТУРА

1. Conway G. D. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2008. V. 50. P. 124026.
2. Tynan G. R., Fujisawa A., McKee G. R. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2009. V. 51. P. 113001.
3. Shaing K. C., Crume E. C., Houlberg W. A. // Phys. Fluids. 1990. V. B2. P. 1492.
4. Zhang Y. Z., Mahajan S. M. // Phys. Fluids. 1992. V. B4. P. 1385.
5. Burrell K. H. // Phys. Plasmas. 1997. V. 4. P. 1499.
6. Dupree T. H. // Phys. Fluids. 1967. V. 10. P. 1049.
7. Itoh K., Itoh S.-I. // Plasma Phys. Control Fusion. 1996. V. 38. P. 1.
8. Chirkov A. Yu., Khvesyuk V. I. // Phys. Plasmas. 2010. V. 17. No. 1. P. 012105.
9. Чирков А. Ю., Хвесюк В. И. // Физика плазмы. 2011. Т. 37. № 5. С. 473.
10. Chirkov A. Yu. // J. Fusion Energy. 2014. V. 33. No. 2. P. 139.
11. Кадомцев Б. Б., Карпман В. И. // УФН. 1971. Т. 103. Вып. 2. С. 193.
12. Хвесюк В. И., Чирков А. Ю. // Вопросы атомной науки и техники. Физика плазмы. 2006. Т. 12. № 6. С. 112.
13. Tasso H. // Phys. Lett. A. 1997. V. 232. P. 247.
14. Horton W. Turbulent transport in magnetized plasmas. — World Scientific, 2012.

Excitation of turbulent fluctuations by unstable drift wave in a non-uniform plasma flow

D. N. Karbushev, V. I. Khvesyuk, and A. Yu. Chirkov

Bauman Moscow State Technical University
2-nd Baumanskaya, 5, Moscow, 105005, Russia
E-mail: chirkov@bmstu.ru

Received February 20, 2015

The evolution of the initial perturbations is of independent interest for the description of the turbulent state. For magnetized plasma under certain conditions it is possible to consider the evolution of a separate small perturbation formed due to the drift-type instability until the transition to the nonlinear regime. This possibility is based on the experimentally established connection of turbulence spectra with the predictions of the linear theory of drift instabilities. The proposed model is based on the consideration of the finite amplitude drift waves under the action of shear flow. Theoretical estimations of the perturbation amplitudes are in reasonable agreement with the experimentally observed values.

PACS: 52.35.Kt, 52.35.Ra

Keywords: turbulence, drift waves, sheared flows.

REFERENCES

1. G. D. Conway, Plasma Phys. Control. Fusion **50**, 124026 (2008).
2. G. R. Tynan, A. Fujisawa, and G. R. McKee, Plasma Phys. Control. Fusion **51**, 113001 (2009).
3. K. C. Shaing, E. C. Crume, and W. A. Houlberg, Phys. Fluids **B2**, 1492 (1990).
4. Y. Z. Zhang and S. M. Mahajan, Phys. Fluids **B4**, 1385 (1992).
5. K. H. Burrell, Phys. Plasmas **4**, 1499 (1997).
6. T. H. Dupree, Phys. Fluids **10**, 1049 (1967).
7. K. Itoh and S.-I. Itoh, Plasma Phys. Control Fusion **38**, 1 (1996).
8. A. Yu. Chirkov and V. I. Khvesyuk, Phys. Plasmas **17**, 012105 (2010).
9. A. Yu. Chirkov and V. I. Khvesyuk, Plasma Physics Reports **37**, 473 (2011).
10. A. Yu. Chirkov, J. Fusion Energy **33** (2), 139 (2014).
11. B. B. Kadomtsev and V. I. Karpman, Phys. Usp. **103**, 193 (1971).
12. V. I. Khvesyuk and A. Yu. Chirkov, Probl. Atomic Science and Technology, Plasma Physics **12** (6), 112 (2006).
13. H. Tasso, Phys. Lett. A. **232**, 247 (1997).
14. W. Horton, *Turbulent Transport in Magnetized Plasmas* (World Scientific, 2012).