

УДК 533.9, 51-74

Отдельные элементы физико-математической модели геликонного разряда

В. В. Кузенов, С. В. Рыжков

Построена приближенная математическая модель физических процессов в геликонном разряде. Эта модель позволяет найти математические связи между вкладываемой мощностью, параметрами плазмы и электромагнитными полями, возбуждаемыми в цилиндрически симметричном геликоне разряда. На группе экспериментальных и расчетных данных произведена первоначальная верификация отдельных результатов численных расчетов, выполненных с использованием разработанной приближенной математической модели.

PACS: 52.50.Qt, 52.25.Xz, 52.65.-y

Ключевые слова: ВЧ-разряд низкого давления, геликонный разряд, математическая модель, ионизация, неоднородные электрические и магнитные поля.

Введение

Геликонный разряд — это высокоэффективный источник плазмы ($\sim 10^{13}$ см³), представляющий собой разновидность индукционного ВЧ-разряда, помещенного в слабое (50—600 Гс) внешнее магнитное поле. В этом случае для создания высокоэффективного источника ионов частота внешнего генератора мощности ω и геометрические размеры (R, L) газоразрядной камеры подбираются так, чтобы можно было возбудить в ВЧ-плазме разряда систему собственных объемных колебаний геликонного типа. При этом частота ω , на которой работает внешний генератор мощности, лежит между электронной ω_H и ионной Ω_H ларморовскими частотами, т. е. $\Omega_H < \omega < \omega_H$.

Для нахождения условий возбуждения и анализа механизма поглощения волн в геликонных источниках ионов необходимо разработать приближенные математические модели и численно решить самосогласованную задачу нахождения математических связей между вкладываемой мощностью, параметрами плазмы и электромагнитными полями, возбуждаемыми в цилиндрически симметричном ВЧ-источнике плазмы.

Основными элементами приближенной математической модели ВЧ-источника плазмы являются:

- математическая модель, учитывающая потери ВЧ-мощности во внешней цепи источников плазмы (эти потери, при некоторых условиях, могут быть значительными) и описывающая механизмы поглощения ВЧ-мощности плазмой, а также физические процессы, сопровождающие взаимодействие «электромагнитная волна—плазма»;

- математическая модель, позволяющая находить математические связи между мощностью $P_{\text{вкл}}$, вкладываемой в плазму геликонного разряда, и теплофизическими параметрами плазмы.

Математическая модель возбуждения собственных волн в плазме геликонного разряда

В данном разделе рассматривается первый элемент приближенной математической модели ВЧ-источника ионов. Эта математическая модель описывает процессы, связанные с поглощением и возбуждением объемных собственных волн в плазме ВЧ-источника ионов. Введем понятия гирочастоты электронов ω_H и ионов Ω_H , а также плазменной частоты электронов ω_p и ионов Ω_p соответственно (1):

$$\omega_p = \left(\frac{4\pi n_e e^2}{m_e} \right)^{1/2}, \quad \Omega_p = \left(\frac{4\pi n_i e^2}{M_i} \right)^{1/2}, \quad (1)$$

$$\omega_H = \frac{|eB_0|}{m_e c}, \quad \Omega_H = \frac{|eB_0|}{M_i c}.$$

где m_e и M_i — массы электрона и иона соответственно.

Кузенов Виктор Витальевич, доцент.
Рыжков Сергей Витальевич, доцент.
Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана.
Россия, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1.
Тел. 8 (499) 263-65-70.
E-mail: ryzhkov@power.bmstu.ru

Статья поступила в редакцию 3 марта 2015 г.

© Кузенов В. В., Рыжков С. В., 2015

Иногда формулы (1) записываются через нижнюю гибридную частоту

$$\omega_{HG} = \omega_H \left(\frac{\Omega_p^2 + \Omega_H^2}{\omega_p^2 + \omega_H^2} \right)^{1/2}$$

и верхнюю гибридную частоту

$$\omega_{BG} = (\omega_p^2 + \omega_H^2)^{1/2}.$$

Геликонные волны в плазме ВЧ-разряда (при наличии внешнего магнитного поля) могут иметь место при выполнении для частоты ω внешнего генератора мощности следующего условия [1, 2]:

$$\Omega_H \ll \omega_{HG} < \omega \ll \omega_H < \omega_p.$$

При математическом описании физических процессов в ВЧ-источнике ионов примем, что сплошная среда, находящаяся в газоразрядной камере является низкотемпературной плазмой, в которой внешнее однородное магнитное поле $\frac{\partial B_0}{\partial t} = 0$ направлено по оси z цилиндрической системы координат. В этом случае тензор диэлектрической проницаемости плазмы $\hat{\epsilon}$ может быть записан в виде (2) [3, 4]:

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & ig & 0 \\ -ig & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Компоненты тензора $\hat{\epsilon}$ в случае двухкомпонентной плазмы, состоящей из распределенных по Максвеллу электронов и ионов одного сорта, при учёте электрон-нейтральных, ион-нейтральных и электрон-ионных столкновений в плазме и пренебрежении электрон-электронными соударениями задаются формулами:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\perp} &= \epsilon_{\perp}^{\text{Re}} + i\epsilon_{\perp}^{\text{Im}} = \\ &= 1 - \frac{\omega_{Le}^2 (\omega + iv_e)}{[(\omega + iv_e)^2 - \Omega_e^2] \omega} - \frac{\omega_{Li}^2 (\omega + iv_i)}{[(\omega + iv_i)^2 - \Omega_i^2] \omega} + \\ &+ i\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{Le}^2}{\omega k_z V_{Te}} \exp\left(-\frac{(\omega - \Omega_e)^2}{2k_z^2 V_{Te}^2}\right) + \\ &+ i\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{Li}^2}{\omega k_z V_{Ti}} \exp\left(-\frac{(\omega + \Omega_i)^2}{2k_z^2 V_{Ti}^2}\right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g &= g^{\text{Re}} + ig^{\text{Im}} = -\frac{\omega_{Le}^2 \Omega_e}{[(\omega + iv_e)^2 - \Omega_e^2] \omega} + \\ &+ \frac{\omega_{Li}^2 \Omega_i}{[(\omega + iv_i)^2 - \Omega_i^2] \omega} + i\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{Le}^2}{\omega k_z V_{Te}} \exp\left(-\frac{(\omega - \Omega_e)^2}{2k_z^2 V_{Te}^2}\right) - \\ &- i\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{Li}^2}{\omega k_z V_{Ti}} \exp\left(-\frac{(\omega + \Omega_i)^2}{2k_z^2 V_{Ti}^2}\right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{\parallel} &= \epsilon_{\parallel}^{\text{Re}} + i\epsilon_{\parallel}^{\text{Im}} = 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{(\omega + iv_e) \omega} - \frac{\omega_{Li}^2}{(\omega + iv_i) \omega} + \\ &+ i\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{Le}^2 \omega}{k_z^3 V_{Te}^3} \exp\left(-\frac{\omega^2}{2k_z^2 V_{Te}^2}\right) + \\ &+ i\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{Li}^2 \omega}{k_z^3 V_{Ti}^3} \exp\left(-\frac{\omega^2}{2k_z^2 V_{Ti}^2}\right), \end{aligned} \quad (3)$$

здесь ω — частота высокочастотного электромагнитного поля, возникающего в плазме геликонного разряда от антенн различных конфигураций,

$$\omega_{Li} = \sqrt{\frac{4\pi n_i e^2}{M_i}}, \quad \omega_{Le} = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}}$$

— ленгмюровские частоты ионов и электронов с концентрациями n_i и n_e соответственно, $\Omega_e = \frac{eB}{m_e c}$, $\Omega_i = \frac{eB}{M_i c}$ — ларморовские частоты вращения электронов и ионов во

внешнем магнитном поле B , $V_{Te} = \sqrt{\frac{kT_e}{m_e}}$,

$V_{Ti} = \sqrt{\frac{kT_i}{M_i}}$ — тепловая скорость электронов и ионов, $v_e = v_{en} + v_{ei}$ — частота столкновений электронов, $v_{en} = n_0 V_{Te} \sigma_{ion}$ — частота столкновений (с ионизацией) электронов с нейтральными частицами, $v_{ii,k}$ — средней частоты ион-ионных столкновений, n_0 — концентрация нейтральных частиц в плазме геликонного разряда, σ_{ion} — дифференциальное сечение ионизации электронами нейтралов, $v_{ei,k}$ — средняя частота электрон-ионных столкновений (с ионом сорта k) с передачей импульса, $\ln \Lambda_{ei}$ — кулоновский логарифм, учитывающий взаимодействие электронов и ионов.

В тензоре (3) диэлектрической проницаемости плазмы $\hat{\epsilon}$ учтено столкновительное, бесстолкновительное (черенковское и циклотронное) поглощение электромагнитных волн в плазме. При этом экспоненциальные слагаемые описывают по-

глощение электромагнитных волн в плазме. При этом экспоненциальные слагаемые описывают по-

глощение объемных собственных волн в плазме с помощью бесстолкновительного механизма Ландау, а остальные слагаемые соответствуют столкновительному поглощению электромагнитных волн.

Материальные уравнения плазмы с учетом специального вида диэлектрической проницаемости плазмы $\hat{\epsilon}$ записываются следующим образом:

$$\vec{B} = \vec{H}, \quad D_r = \epsilon_{\perp} E_r + igE_{\varphi}, \quad D_{\varphi} = \epsilon_{\perp} E_{\varphi} - igE_r, \quad (4)$$

$$D_z = \epsilon_{\parallel} E_z.$$

С учётом материальных уравнений (4) будем рассматривать аксиально-симметричный вариант уравнений Максвелла:

$$-\frac{\partial E_{\varphi}}{\partial z} = -ik_0 B_r, \quad \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -ik_0 B_{\varphi}, \quad (5)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rE_{\varphi})}{\partial r} = -ik_0 B_z,$$

$$-\frac{\partial H_{\varphi}}{\partial z} = ik_0 D_r + \frac{4\pi}{c} j_r,$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = ik_0 D_{\varphi} + \frac{4\pi}{c} j_{\varphi},$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rH_{\varphi})}{\partial r} = ik_0 D_z + \frac{4\pi}{c} j_z.$$

С целью получения аналитического решения системы уравнений (5) предположим, что все коэффициенты этой системы близки к постоянным величинам, т. е. близки к коэффициентам, рассчитанным по термодинамическим параметрам плазмы, полученным путем усреднения по объему газоразрядной камеры геликонного разряда. Упростим вид решения системы уравнений Максвелла, взяв только отдельный член ряда Фурье (одномодовое приближение) по координате z :

$$\vec{E}(r, \varphi, z, t) = \vec{E}(r) \exp[-i\omega t + ik_z z],$$

$$\vec{B}(r, \varphi, z, t) = \vec{B}(r) \exp[-i\omega t + ik_z z], \quad k_z = \frac{\pi n}{L}.$$

Следуя работам [5, 6] можно найти решение уравнения (5). Для расчета мощности $W_{\text{гел}}$, которая выделяется в плазме геликонного разряда, следует воспользоваться следующей формулой из работы [5]:

$$W_{\text{гел}} = \frac{L\omega}{4} \int_0^R r \left\{ \epsilon_{\perp}^{\text{Im}} \left(|E_r|^2 + |E_{\varphi}|^2 \right) + \epsilon_{\parallel}^{\text{Im}} |E_z|^2 + ig^{\text{Im}} \left(E_{\varphi} E_r^* - E_r E_{\varphi}^* \right) \right\} dr. \quad (6)$$

Для описания потерь энергии в антенне геликонного разряда примем, что мощность ВЧ-генератора (обозначаемая $P_{\text{гел}}$) связана с мощностью, выделяемой в антенне $P_{\text{ант}} = I_{\text{эл.ц}}^2 R_{\text{ант}}$ и плазме геликонного разряда $W_{\text{гел}}$ следующим балансовым соотношением:

$$P_{\text{гел}} = I_{\text{эл.ц}}^2 R_{\text{ант}} + \alpha W_{\text{гел}},$$

где $R_{\text{ант}}$ — активное сопротивление антенны, $I_{\text{эл.ц}}$ — полный ток, протекающий в электрической цепи ВЧ-источника, $\alpha(B_0)$ — доля энергии, поглощаемая плазмой разряда.

Активное сопротивление антенны определяется на основе соотношения:

$$R_A = \frac{L_{\text{ант}}}{2\pi R \delta \sigma_0},$$

где $L_{\text{ант}}$ — длина антенны вдоль её образующей, σ_0 — электропроводность материала антенны является материальной константой, δ — классическая толщина скин-слоя, R — радиус разрядной камеры геликонного разряда.

Полное сопротивление антенны должно учитывать явление самоиндукции:

$$R_{\text{ант}} = \sqrt{R_A^2 + \omega^2 L_{\text{эф}}^2},$$

где $L_{\text{эф}}$ — эквивалентная индуктивность антенны.

Приближенная математическая модель расчета параметров плазмы в геликоне разряда

Рассмотрим второй элемент приближенной математической модели ВЧ-источника ионов, который позволяет находить математические связи ($P_{\text{гел}} = I_{\text{эл.ц}}^2 R_{\text{ант}} + \alpha W_{\text{гел}}$) между мощностью $W_{\text{гел}}$, которая вкладывается в плазму геликонного разряда ($P_{\text{гел}}$ — мощность, подведенная к антенне), и теплофизическими параметрами плазмы.

При построении модели сформулируем следующие упрощающие предположения [5]:

- функция распределения электронов по энергиям является максвелловской, плазма считается квазинейтральной ($Z_i n_i^{\Sigma} = n_e^{\Sigma}$);

- скорость движения нейтральных частиц V_a равна их наиболее вероятной скорости $V_a = \sqrt{\frac{2kT_a}{M_a}}$ при температуре T_a , ионы считаются не замагниченными;

• скорость движения ионов в направлении ортогонального оси симметрии системы $V_i^\perp \approx V_e^\perp$ совпадает со скоростью движения электронов в том же направлении;

• скорость истечения электронов через выходное торцевое отверстие геликонного источника ионов V_e^\parallel равна скорости истечения ионов $V_i^\parallel \approx V_i^\Sigma$.

Уравнение (7) определяет число ионов i -ой химической компоненты, появившихся в источнике объемом V и ушедших из объема газоразрядной камеры через поверхность площадью S_i :

$$V \frac{\partial n_i^\Sigma}{\partial t} = V \left(\tilde{v}_I n_a^\Sigma n_e^\Sigma - \tilde{v}_{FP} n_i^\Sigma n_e^\Sigma - \tilde{v}_{TP} n_i^\Sigma \left[n_e^\Sigma \right]^2 \right) - S_e n_i^\Sigma V_e^\perp - S_i n_i^\Sigma V_i^\Sigma, \quad (7)$$

где n_a , n_e , n_i — концентрация тяжелых частиц сорта "а", электронов и ионов, V — объем рабочей камеры геликонного источника ионов, $V_i^\Sigma = \sqrt{\frac{2kT_i}{M_i}}$ — скорость движения ионов равна их наиболее вероятной скорости.

Поток заряженных частиц (электронов) на боковую стенку камеры (при наличии внешнего магнитного поля \vec{B}_0) определяется столкновениями электронов с нейтральными частицами, ионами и равен (без учета дрейфа) диффузионному потоку частиц из плазмы. Используя известную связь $D = \frac{\lambda_\perp^e}{3kn_e}$ между коэффициентом диффузии D и

коэффициентом теплопроводности λ_\perp^e , получим выражение (8) для скорости электронов в поперечном направлении V_e^\perp :

$$V_e^\perp \approx \frac{1}{D_{\text{сел}}} \frac{2\lambda_\perp^e}{3kn_e}. \quad (8)$$

При этом коэффициент электронной теплопроводности λ_\perp^e в случае замагниченной плазмы может быть рассчитан с помощью формул из работы [7]:

$$\lambda_\perp^e = \frac{Z_i \rho k T_e}{M_i m_e v_e} \frac{(\gamma_1^1 x^2 + \gamma_0^1)}{(x^4 + \delta_1 x^2 + \delta_0)}, \quad x = \Omega_e \tau_e,$$

где m_e — масса электрона, e — заряд электрона, c — скорость света в вакууме, $Z_i = \frac{n_e}{n_i^\Sigma}$ — средний

заряд. Время релаксации τ_{ea} в процессах обмена энергией между электронами и тяжелыми частицами можно найти на основе выражения:

$$v_{ea} = \frac{1}{\tau_{ea}} = \frac{8}{3} \sum_{n \neq e} \frac{\rho_a}{M_a} \Omega_{en}^{(1,1)},$$

где $\Omega_{en}^{(1,1)}$ — интеграл упругих столкновений электронов и тяжелых частиц [8].

Величина $\Omega_{en}^{(1,1)}$ рассчитывается с помощью формулы:

$$\Omega_{en}^{(\ell,s)} = \sqrt{\frac{kT_e}{8\pi m_e}} \int_0^\infty \exp(-\varepsilon) \varepsilon^{s+1} Q^{(\ell)}(\varepsilon kT_e) d\varepsilon.$$

При расчете данного интеграла используются транспортные сечения рассеяния $Q^{(\ell)}(\varepsilon)$, зависящие от энергии относительного движения частиц ε и определенные экспериментально или методами квантовой теории рассеяния:

$$Q^{(\ell)}(\varepsilon) = 4\pi \left(L^2 + \frac{4L}{5} \left(\frac{\pi \alpha q}{a_0} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{\pi \alpha q}{a_0} \right)^2 \right),$$

$$q = \frac{\sqrt{2m_e \varepsilon}}{\hbar},$$

где ε — удельная (Дж/кг) энергия относительного движения сталкивающихся частиц; T_e — температура электронов плазмы; a_0 — боровский радиус;

$L = a_0 \sqrt{\frac{\alpha}{a_0^3}} \text{ctg} \left(\frac{I_k}{2I_H} \sqrt{\frac{\alpha}{a_0^3}} \right)$ — длина рассеяния электронов, I_k — энергия ионизации атома (молекулы); α — поляризуемость молекулы (атома).

Рассматриваемая плазма может представлять собой смесь произвольного числа компонент веществ сорта k , величину среднего заряда $Z_k(t)$ которого, будем находить с помощью уравнений, приведенных в работе [9].

С помощью уравнения (9) можно рассчитать баланс электронов, рожденных в источнике объемом V и ушедших из объема на стенки газоразрядной камеры:

$$V \frac{\partial n_e^\Sigma}{\partial t} = V \frac{\partial (Z_i n_i^\Sigma)}{\partial t} - \frac{S_e V_e^\perp Z_i n_i^\Sigma}{4} \exp\left(-\frac{e\varphi}{kT_e}\right) - \frac{S_i V_i^\Sigma Z_i n_i^\Sigma}{4} \exp\left(-\frac{e\varphi}{kT_e}\right), \quad (9)$$

$$\frac{\partial (Z_i n_i^\Sigma)}{\partial t} = Z_i \frac{\partial n_i^\Sigma}{\partial t} + \frac{n_e^\Sigma}{Z_i} \frac{\partial Z_i}{\partial t},$$

где S_i, S_e — площадь поверхности источника, на которую могут выпадать электроны; ϕ — потенциал плазмы относительно стенок, $V_e^{\parallel} = V_i^{\Sigma}$ — скорость движения электронов на выходе из источника ионов равна продольной (осевой) скорости ионов.

Уравнение (10) определяет число всех "тяжелых" частиц для произвольного момента времени t :

$$V \frac{\partial n_a^{\Sigma}}{\partial t} = \left(S_a n_a^{\Sigma} \sqrt{\frac{2kT_a}{M_a}} \right)_{inlet} - S_i \frac{n_e^{\Sigma}}{Z} \sqrt{\frac{2kT_a}{M_a}} - S_i \frac{n_e^{\Sigma}}{Z} V_i^{\Sigma}, \quad (10)$$

$$n_{a,j} = f_j n_a^{\Sigma}, \quad g_j = f_j \frac{A_j}{\sum_{k=1}^s A_k f_k}, \quad n_a^{\Sigma} = \sum_{k=1}^s n_{a,k},$$

где n_a^{Σ} — суммарная плотность тяжелых частиц; $M_a = M_i, m_e$ — масса тяжелых частиц сорта "a" и электронов; T_a — температура атомов, f_j, g_j — объемная и массовая доли j -ой компоненты.

Прозрачность ионно-оптической системы для атомов и ионов может различаться, поэтому площади истечения ионов и атомов обозначены в уравнении (12), как S_i и S_a соответственно. Скорость образования электронов $W_i = f_i n_a^{\Sigma} n_e^{\Sigma} Z_{ion}$, необходимая при расчете температуры электронов T_e , может быть найдена на основе величины скорости ионизации Z_{ion} . При этом скорость ионизации Z_{ion} определяется формулой (11):

$$Z_{ion} = \sqrt{\frac{2m_e}{M_i}} \int_0^{\infty} \sigma_{ion}(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} f(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (11)$$

Для расчета скорости ионизации электронным ударом используются различные аналитические формулы [10].

Уравнение энергии электронов имеет вид (12):

$$VC_{V,e} n_e \frac{\partial T_e}{\partial t} = W_{zel} - Q_{ei} V - (kT_e) S_e V_i^{\Sigma} n_e - (kT_e) \frac{S_e V_e^{\perp} n_e}{4} \exp\left(-\frac{e\phi}{kT_e}\right) - (e\phi) S_i n_i^{\Sigma} V_i^{\Sigma} - V \sum_{i=1}^s (eU_i W_i) - V \sum_{i=1}^s (eU_i R_i W_{i,гозб}), \quad (12)$$

где W_{zel} — ВЧ-мощность, вкладываемая в плазму, U_i — потенциал ионизации компонент рабочего газа, $W_{i,гозб} = f_i n_a^{\Sigma} n_e^{\Sigma} Z_{гозб,i}$ — скорость образова-

ния возбужденных частиц i -ой химической компоненты, $W_i = f_i n_a^{\Sigma} n_e^{\Sigma} Z_{ion}$ — скорость образования ионов i -ой химической компоненты.

Уравнение энергии ионов имеет следующую форму:

$$VC_V^i \frac{\partial T_i}{\partial t} = (e\phi) S_i n_i^{\Sigma} V_i^{\Sigma} + Q_{ei} V, \quad C_V^i = \sum_{j=1}^s f_j n_j (C_{v,j} + C_{сп,j} + C_{кл,j}),$$

где C_V^i [Дж/(см³·К)] — удельная теплоемкость всех химических компонент, присутствующих в газоразрядной камере геликонного разряда.

Энергия Q_{ei} , передаваемая в единицу времени в единицу объема от электронов к ионам, может быть рассчитана по формуле:

$$Q_{ei} = \sum_{k=1}^s f_k \frac{2m_e}{M_k} \frac{3}{2} k (T_e - T_{i,k}) v_{ei,k} n_e,$$

где f_k — объемная доля вещества сорта k .

Доля потерь энергии на излучение атомов R_i задается следующей формулой:

$$R_i = \frac{\sum_k E_k Z_{гозб,k}}{eU_i \cdot \sum_k Z_{гозб,k}}, \quad (13)$$

здесь E_k — энергия возбуждения с "k" уровня.

Если принять, что все возбужденные частицы в объеме V мгновенно девозбуждаются (с испусканием излучения), а плазма, находящаяся в канале геликонного разряда, является оптически прозрачной (т. е. выполняется условие, что длина пробега кванта излучения ℓ_{ν} существенно больше любого геометрического размера разрядного канала $\ell_{\nu} \gg L_{zel}$), то дивергенция излучательного потока энергии может быть оценена [11, 12] с помощью выражения: $div \vec{W} = \langle \chi \rangle 4\sigma T^4$ или

$\sum_{i=1}^s (eU_i R_i W_{i,гозб}) = \langle \chi \rangle 4\sigma T^4$. Расчет оптических χ_{ν} параметров (коэффициента поглощения) рабочих сред может выполняться в рамках приближения локального термодинамического равновесия и в водородоподобном приближении по формуле Унзольда-Крамерса [13].

В прилегающих непосредственно к диэлектрической стенке рабочей камеры геликонного разряда слоях плазмы формируется амбиполярный поток заряженных частиц, который отрицательно заряжает диэлектрическую стенку и направляет электрическое поле (формируя потенциал плазмы ϕ)

к стенке рабочей камеры. При этом изменение зарядового числа Z_d относительно стенок рабочей камеры определяется балансом потоков электронов J_e и ионов J_i [14]:

Уравнения системы (7)—(13) интегрируются по времени t (с пятым порядком точности $O(\Delta t^5)$) с помощью неявного многостадийного метода Рунге—Кутты (позволяющего преодолеть "жесткость" системы уравнений, определяющей тепловые характеристики плазмы).

Результаты расчета

Приведем отдельные результаты верификации численных расчетов, которые выполнены на основе двух выше разработанных главных элементов приближенной математической модели индуктивного ВЧ-источника плазмы, и набора экспериментальных данных.

Экспериментальная установка, относящаяся к верификационной группе, описана в работе [15]. Результаты выполненного сопоставления показаны на рис. 1, *a* (погрешность экспериментальных значений в данном случае составляла величину (10÷15) %). Зондовые измерения, выполненные в данной работе при различных режимах работы источника, показали, что концентрация электронов в плазме достигала уровня $n_e^\Sigma = 10^{13} \text{ см}^{-3}$, а энергия электронов располагалась в диапазоне $T_e = (3—5) \text{ эВ}$. При этом в расчетах, выполненных по разработанной математической модели [16], концентрация электронов близка к $n_e^\Sigma = 0,4 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, а температура электронов $T_e = (4,5—5,9) \text{ эВ}$.

На рис. 1, *б* показаны расчетные зависимости температуры электронов T [эВ] от давления рабочего газа P [мТорр] в индуктивном ВЧ-источнике плазмы (т. е. без внешнего магнитного поля). Одна из этих расчетных зависимостей (кривая 1) получена на основе математической модели данной работы, а вторая расчетная зависимость (кривая 2) взята из работы [17]. При этом кривая 2 получена на основе расчета, выполненного по математической модели для ВЧ-индуктивного источника аргоновой плазмы с диаметром $D = 2R = 46 \text{ см}$ и длиной $L = 30 \text{ см}$, в диапазоне давлений $P \approx (1—100) \text{ мТорр}$.

Отметим, что для получения необходимых для практических работ пространственных распределений плотностей ионного тока j , температур T_e, T_i , концентраций электронов n_e^Σ и ионов n_i^Σ в газоразрядной камере и на выходе из источника следует разработать более точные математические 2D- или 3D-модели ВЧ-источника плазмы.

Заключение

Разработана приближенная математическая модель физических процессов в геликоном источнике низкотемпературной разреженной плазмы, которая позволяет решить самосогласованную задачу нахождения математических связей между вкладываемой мощностью, параметрами плазмы и электромагнитными полями, возбуждаемыми в цилиндрически симметричном ВЧ-источнике плазмы. Такие источники могут найти применение в различных приложениях [18—21].

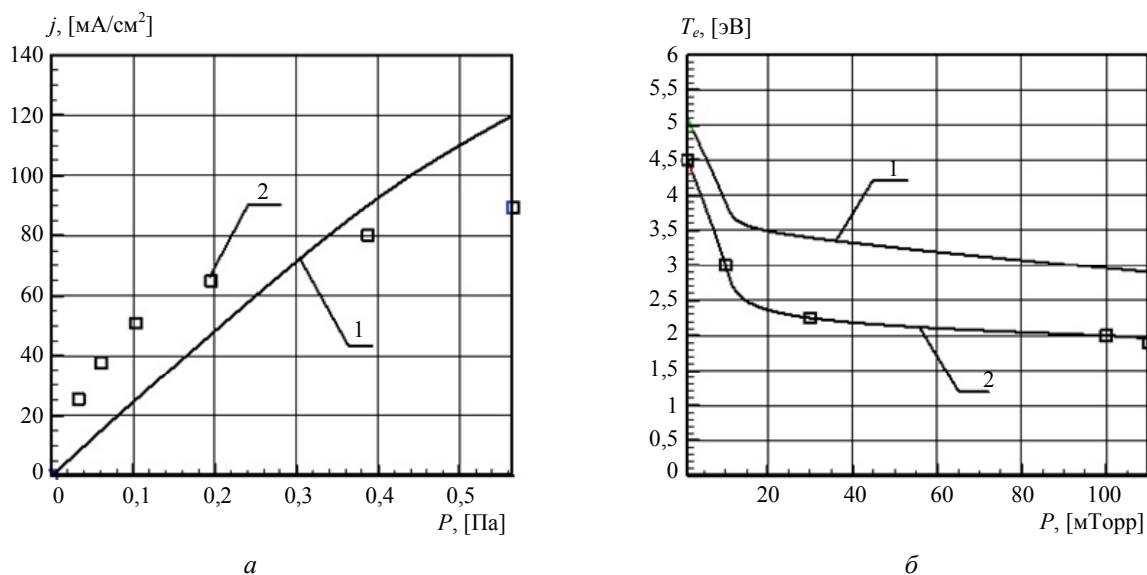


Рис. 1. Сравнение расчетной (1) и экспериментальной (2) зависимостей от давления Ar: *a* — плотность ионного тока j ; *б* — температура электронов. Рабочая частота антенны 13,56 МГц, $P_{\text{вст}} = 0,8 \text{ кВт}$, $V = 120 \text{ Гс}$

На группе экспериментальных данных произведена первоначальная верификация отдельных результатов численных расчетов, выполненных с использованием двух основных элементов приближенной математической модели ВЧ-источника плазмы.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (государственное задание Минобрнауки России № 13.79.2014/К).

ЛИТЕРАТУРА

1. Сыргин В. К., Кондыба П. Е. // Известия вузов. Электроника. 2000. № 4–5. С. 114.
2. Кралькина Е. А. // УФН. 2008. Т. 178. С. 519.
3. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика; Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1979.
5. Александров А. Ф., Бугров Г. Э., Вавилин К. В. и др. // Физика плазмы. 2004. Т. 30. № 5. С. 434.
6. Тихонов А. И., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1977.
7. Miljak D. G., Chen F. F. // Plasma Sources Sci. Technol. 1998. V. 7. P. 537.
8. Fertig M., Dohr A., Fruhauf H. H. Transport coefficient for high temperature nonequilibrium air flows // 1998. AIAA. P. 98.
9. Афанасьев Ю. В., Гамалий Е. Г., Розанов В. Б. // Труды ФИАН АН СССР. 1982. Т. 134. С. 10.
10. Бычков К. В., Холтыгин А. Ф. Элементарные процессы в астрофизической плазме. — М.: Изд-во ГАИШ МГУ, 2008.
11. Радциг А. А., Смирнов Б. М. Справочник по атомной и молекулярной физике. — М.: Атомиздат, 1980.
12. Четверушкин Б. Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. — М.: Наука, 1985.
13. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1966.
14. Фортвов В. Е., Храпак А. Г., Храпак С. А. и др. // УФН. 2004. Т. 174. С. 495.
15. Мордик С. Н., Возный В. И., Мирошниченко В. И. и др. // Problems of Atomic Science and Technology. 2006. No. 5. P. 208.
16. Кузенов В. В. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2015. Т. 16. Вып. 2. С. 1. www.chemphys.edu.ru/pdf/2015-16-2-02.pdf
17. Александров А. Ф., Вавилин К. В., Кралькина Е. А. и др. // Прикладная физика. 2014. № 1. С. 9.
18. Ryzhkov S. V. / Proc. 35th EPS Conf. on Plasma Physics and Contr. Fusion. 2008. ECA 32D. P1.114.
19. Kuzenov V. V., Ryzhkov S. V. // Problems of Atomic Science and Technology. 2013. V. 83. P. 12.
20. Kuzenov V. V., Ryzhkov S. V. // Problems of Atomic Science and Technology. 2013. V. 86. P. 103.
21. Кузенов В. В., Рыжков С. В. // Прикладная физика. 2014. № 3. С. 26.

Individual elements of the physical and mathematical model for a helicon discharge

V. V. Kuzenov and S. V. Ryzhkov

Bauman Moscow State Technical University
5/1 2-nd Baumanskaya str., Moscow, 105005, Russia
E-mail: svryzhkov@gmail.com

Received March 3, 2015

An approximate mathematical model of the physical processes in helicon discharges is developed. This model solves the problem of finding a self-consistent mathematical relationship between the injected power, the plasma parameters and electromagnetic fields excited in cylindrically symmetric RF plasma source. Initial verification of the results of numerical simulations is performed using the developed approximate mathematical model and set of experimental and calculated data. This work was partially supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation, Project No. 13.79.2014/К.

PACS: 52.55.Lf, 52.38.Fz, 52.25.Xz, 52.65.-y

Keywords: RF low-pressure discharge, helicon discharge, mathematical model, ionization, non-uniform electric and magnetic fields.

REFERENCES

1. V. K. Syrgin and P. E. Kondyba, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Elektronika*, No. 4–5, 114 (2000).
2. E. A. Kralkina, *Phys. Usp.* **178**, 519 (2008).
3. V. L. Ginsburg, *Spread of Electromagnetic Waves in Plasma* (Nauka, Moscow, 1967) [in Russian].
4. E. M. Lifshits and L. P. Pitaevsky, *Physical Kinetics* (Nauka, Moscow, 1979) [in Russian].
5. A. F. Aleksandrov, G. E. Bugrov, K. V. Vavilin, et al., *Plasma Physics Reports T.* **30**, 434 (2004).
6. A. N. Tikhonov and A. A. Samarsky, *Equations of Mathematical Physics* (Nauka, Moscow, 1977) [in Russian].
7. D. G. Miljak and F. F. Chen, *Plasma Sources Sci. Technol.* **7**, 537 (1998).
8. M. Fertig, A. Dohr, and H. H. Fruhauf, *AIAA*. 98 (1998).
9. Yu. V. Afanas'ev, E. G. Gamaliy, and V. B. Rozanov, *Bull. FIAN* **134**, 10 (1982).
10. K. V. Bychkov and A. F. Kholtygin, *Elementary Processes in Astrophysical Plasma* (MGU, Moscow, 2008) [in Russian].
11. A. A. Radtsig and B. M. Smirnov, *Handbook on Atomic and Molecular Physics* (Atomizdat, Moscow, 1980) [in Russian].
12. B. N. Chetverushkin, *Mathematical Modeling the Dynamic Tasks for Radiating Gas* (Nauka, Moscow, 1985) [in Russian].
13. Ya. B. Zel'dovich and Yu. P. Raizer, *Physics of Shock Waves* (Nauka, Moscow, 1966) [in Russian].
14. V. E. Fortov, A. G. Khra[ak, S. A. Khra[ak et al., *Phys. Usp.* **174**, 495 (2004).
15. S. N. Mordik, V. I. Voznyi, V. I. Miroshnichenko, et al., *Problems of Atomic Science and Technology*. No. 5, 208 (2006).
16. V. V. Kuzenov, in Book: *Physical and Chemical Kinetics in Gas Dynamics V. 16. No. 2. P. 1-17* (2015). www.chemphys.edu.ru/pdf/2015-16-2-02.pdf
17. A. F. Aleksandrov, K. V. Vavilin, E. A. Kral'kina, et al., *Prikladnaya Fizika*, No. 1, 9 (2014).
18. S. V. Ryzhkov, in *Proc. 35th EPS Conf. on Plasma Physics and Contr. Fusion.* (2008. ECA 32D). P 1.114.
19. V. V. Kuzenov and S. V. Ryzhkov, *Problems of Atomic Science and Technology* **83**, 12 (2013).
20. V. V. Kuzenov and S. V. Ryzhkov, *Problems of Atomic Science and Technology* **86**, 103 (2013).
21. V. V. Kuzenov and S. V. Ryzhkov, *Prikladnaya Fizika*, No. 3, 26 (2014).