

УДК 532.5; 537.8; 551.5

Влияние зарядовой структуры грозовых облаков на формирование торнадоподобных вихрей

С. А. Маслов, В. Л. Натяганов

На основе уравнений электрогидродинамики анализируется влияние электрической структуры грозовых облаков и сильных возмущений атмосферного электрического поля под ними на процессы образования торнадо. Показано, что из нижней части вращающегося облака с дипольной структурой может формироваться низовой прорыв, а из облака с трипольной структурой — воронка торнадо.

PACS: 47.32.C-, 92.60.Pw.

Ключевые слова: атмосферное электрическое поле, грозовое облако, дипольная и трипольная электрическая структура, низовой прорыв, торнадо, электрогидродинамика, электрогидродинамическое давление.

Введение

В ряде работ показана важность учета электромагнитных факторов для динамики мощных атмосферных вихрей [1—4]. На первый взгляд кажется, что для атмосферных вихрей более важен учет магнитных явлений, чем электрических, т. к. плотность магнитной энергии $W_m = B^2/2\mu_0$ на 5 порядков больше плотности $W_e = \varepsilon_0 E^2/2$ электрической. Однако в грозовых облаках, в которых $E \geq 10^3 E_0$ ($E_0 \sim 100$ В/м — напряженность атмосферного электрического поля (АЭП) хорошей погоды), электрические взаимодействия играют ведущую роль, поскольку $W_e > W_m$.

Целью данной статьи является намерение показать, что зарядовая структура грозовых облаков и сильные возмущения АЭП под ними могут существенно влиять на процессы формирования торнадо (смерчей) и низовых прорывов [5, 6] (последние отличаются от смерчей большими горизонтальными размерами и наличием выраженного расходящегося потока вблизи земной поверхности).

Возмущения электрического поля под грозовыми облаками

В настоящее время установлено, что грозовое облако в развитой стадии имеет дипольную

или трипольную электрическую структуру [7]. Верхний слой дипольного облака обычно заряжен положительно, нижний — отрицательно. В трипольном облаке, помимо этих областей, в центре под нижним слоем располагается сравнительно малая область положительного заряда, что может существенно влиять на процессы образования атмосферных вихрей.

Проанализируем роль электрической структуры грозовых облаков в формировании низового прорыва (downburst [5] по англоязычной терминологии) или воронки торнадо из нижней части облака. Для этого запишем упрощенную систему уравнений электрогидродинамики (ЭГД) [8]:

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p_e + \rho \mathbf{v} \Delta \mathbf{v} + \rho_e \mathbf{E}, \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \\ \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} + \rho_e \mathbf{v}, \quad \operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad \operatorname{div}(\varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}) = \rho_e, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, \\ p_e = p - \frac{1}{2} \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E^2, \end{cases} \quad (1)$$

где p_e — ЭГД-давление, ε_0 — электрическая постоянная (в системе СИ), ε — относительная диэлектрическая проницаемость, ν — кинематическая вязкость среды, ρ_e — зарядовая плотность, σ — электропроводность среды, \mathbf{j} — вектор плотности электрического тока. Для удобства перейдем в цилиндрическую систему координат (r, φ, z) , в которой z — координата вдоль оси, перпендикулярной поверхности Земли и проходящей через центр облака, r — расстояние до оси z , φ — угол поворота вокруг оси z . В указанных координатах вертикальная компонента электрического поля E_z , выраженная в единицах E_0 , под дипольными [9, 10] и трипольными [3, 4] грозовыми облаками на качественном уровне описывается следующими формулами:

Маслов Сергей Алексеевич, аспирант.
Натяганов Владимир Леонидович, доцент.
МГУ им. М. В. Ломоносова.
Механико-математический факультет.
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, 1.
Тел. 8 (495) 939-12-44.
E-mail: sergm90@mail.ru; tensor@bks-mgu.ru

Статья поступила в редакцию 30 сентября 2015 г.

© Маслов С. А., Натяганов В. Л., 2015

$$E_{1z}^d(r_1) = \frac{E_z^d(r_1)}{E_0} = N \exp(-r_1^2) - 1, \quad (2)$$

$$E_{1z}^{tr}(r_1) = \frac{E_z^{tr}(r_1)}{E_0} = 1 - 2 \frac{(r_1^3 - 8)(r_1^4 - 16)}{r_1^7 + 64},$$

где $r_1 = r/d$ — расстояние до оси воронки, отнесенное к характерному размеру d (в километрах), который может быть различным для дипольного и трипольного облаков. Процесс перехода от дипольной структуры к трипольной можно проанализировать на основе формулы, обобщающей выражения (2), путем варьирования безразмерного параметра $\beta \leq 1$:

$$E_{1z}^{d \rightarrow tr}(r_1) = \frac{E_z^{d \rightarrow tr}(r_1)}{E_0} = \frac{(4r_1)^4 + \beta}{(4r_1)^4 + 1} \left[N \exp(-r_1^2) - 1 \right]. \quad (3)$$

Значение $\beta = 1$ соответствует дипольному облаку, $0,8 \leq \beta < 1$ — началу формированию трипольной структуры, а при $\beta \leq 0$ вертикальная компонента электрического поля дважды меняет знак (двойной реверс АЭП [3]). На рис. 1 представлены графики АЭП под грозowymi облаками. Распределения АЭП под дипольным и сформированным трипольным облаками построены по формулам (2), поле в начале формирования трипольной структуры облака и зоны двойного реверса АЭП — по формулам (3). Различия в профилях АЭП важно учитывать в ходе исследования формирования низовых прорывов, а также особых эффектов, сопутствующих образованию торнадо, что будет показано далее.

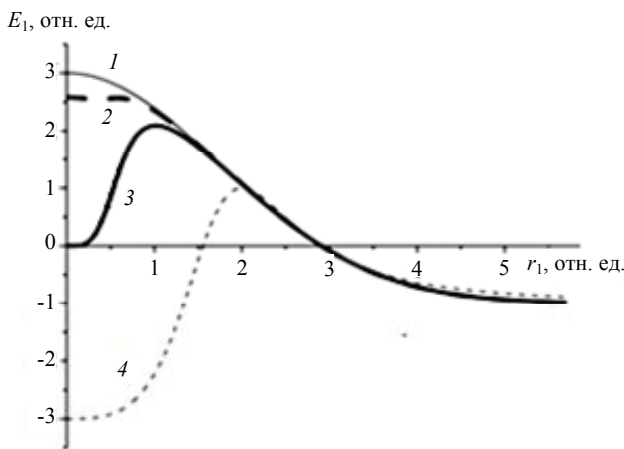


Рис. 1. Профили электрического поля: 1 — под дипольным облаком ($N = 4$); 2 — в начале формирования трипольной структуры облака ($N = 4, \beta = 0,85$); 3 — в начале формирования зоны двойного реверса АЭП ($N = 4, \beta = 0$); 4 — под сформированным трипольным облаком

Связь неустойчивости Рэлея-Тейлора с основными сценариями развития грозowego облака

При высоких АЭП возможны три основных варианта развития дипольного облака.

1) Стандартный распад и электрическая разрядка с дождем, градом и молниями;

2) Реализация неустойчивости Рэлея-Тейлора (НРТ) в виде низового прорыва тяжелой и заряженной газо-капельной среды облака;

3) Изменение зарядовой структуры облака с дипольной на трипольную [9] с возможным последующим образованием одной или нескольких воронок торнадо.

Проанализируем, как из грозowego облака формируется низовой прорыв к подстилающей поверхности. В простейшей ситуации ($\rho_e \approx \text{const}$) максимум напряженности АЭП располагается на оси торнадо (рис. 1). Из уравнений (1) видно, что минимум ЭГД-давления реализуется там же, следовательно, возникновение низового прорыва наиболее вероятно под центром облака. В этом приближении ($\rho_e \approx \text{const}$) задача для течения среды вблизи низового прорыва с параболоидальной границей $\Sigma = \sqrt{r^2 + z^2} - (z + 2a) = 0$ разделяется на две независимые системы — гидродинамическую и электрическую:

$$\begin{cases} v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z}, & v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \\ \text{rot } \mathbf{v} = \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) \mathbf{e}_\varphi = 0, \\ v_n|_\Sigma = 0, & \lim_{r \rightarrow \infty} \Psi = \frac{V_\infty^2}{2} r^2, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} E_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_e}{\partial z}, & E_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_e}{\partial r} \\ \text{rot } \mathbf{E} = \left(\frac{\partial^2 \Psi_e}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi_e}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_e}{\partial r} \right) \mathbf{e}_\varphi = 0, \\ \lim_{z \rightarrow \infty} E_z = N \exp\left(-\frac{r_1^2}{d^2}\right) - 1, & \left(\sigma \frac{\partial \Phi_e}{\partial n} + [\rho_e v_\tau] \right)_\Sigma = 0, \end{cases}$$

где Ψ и Ψ_e — гидродинамическая и электрическая функции тока, Φ_e — потенциал электрического поля, $\partial \Phi_e / \partial n$ — производная потенциала вдоль внешней к границе парабоида нормали, $[\rho_e v_\tau]$ — скачок $\rho_e v_\tau$ через границу прорыва, σ — проводимость грозowego облака. Уравнения (4) записаны в системе отсчета, связанной с прорывом. Течение вблизи него считается безвихревым, среда — несжимаемой и незаряженной. На границе парабо-

лоида ставятся условия непротекания $v_n|_{\Sigma} = 0$ и сохранения заряда $(\sigma(\partial\Phi_e/\partial n) + [\rho_e v_{\tau}])_{\Sigma} = 0$. Скорость невозмущенного потока равна V_{∞} , а электрическое поле на поверхности Земли, бесконечно удаленной от области прорыва ($z = -\infty$), совпадает с АЭП под дипольным облаком, определяемым первой формулой (2). В параболических координатах

$$\begin{aligned}\xi &= \sqrt{r^2 + z^2} - z, \\ \eta &= \sqrt{r^2 + z^2} + z, \\ \varphi &= \varphi\end{aligned}$$

решения задач (4) имеет вид:

$$\begin{aligned}\psi &= \frac{1}{2}V_{\infty}(\xi\eta - 2a\eta), \\ \Psi_e &= \frac{1}{2}E_0\left[\xi\eta + Nd^2 \exp\left(-\frac{\xi\eta}{d^2}\right)\right] + b_e\eta,\end{aligned}$$

где b_e находится из условия сохранения заряда на границе области прорыва. Таким образом, можно получить поле скоростей и напряженностей АЭП вблизи прорыва.

Торнадо, как и низовые прорывы, образуются в результате НРТ, но зарождаются в трипольном облаке, в области нижнего положительного заряда. Это объясняет их меньшие пространственные размеры и, как следствие, большую интенсивность.

В случае трипольного облака возможны два основных сценария развития событий [12].

1) Известно, что в 1/3 всех случаев воронка торнадо не достигает поверхности Земли, а колеблется или втягивается обратно в облако, что связано с подавлением НРТ. Втягивание воронки объясняется наличием электрической силы, действующей на область нижнего положительного заряда со стороны отрицательно заряженного слоя и направленной вертикально вверх.

2) Если эта сила мала, то она приводит не к зависанию воронки, а к замедлению ее роста. При продолжительном опускании воронки возможно существенное увеличение ее завихренности за счет длительного действия термогидродинамических и электрических механизмов [3, 4, 10].

Опусканию воронки могут сопутствовать такие специфические явления, как «воротник» — выступ квазицилиндрической формы в основании воронки (рис. 2) — или «рога дьявола», т. е. две или более воронки в углах «воротника» [11]. Появление этих эффектов связано с особым распределением АЭП под грозовым облаком на разных этапах формирования трипольной структуры. Как

видно из рис. 1, на начальном этапе ее образования ($\beta = 0,85$ в формуле (3)) профили АЭП и, соответственно, ЭГД-давления p_e имеют плато вблизи оси z . Форма этого плато соответствует конфигурации «воротника», следовательно, могут возникнуть условия для образования последнего.

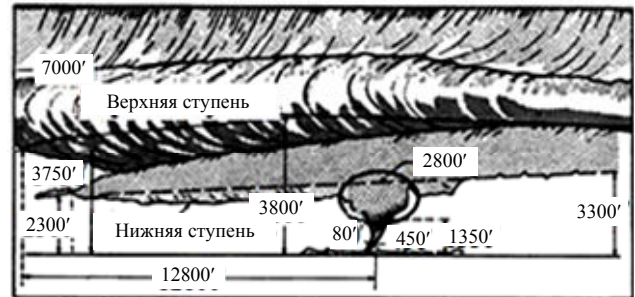


Рис. 2. Образование «воротника» торнадо из нижней части ТЦ (рис. 100 из [11], приближенные размеры указаны в футах, кружком обозначен «воротник»)

На следующей стадии развития трипольной структуры облака, когда в формуле (3) $\beta = 0$ и $E_1^{d \rightarrow tr} \rightarrow 0$ при $r_1 \rightarrow 0$, а $\max E_1^2$ достигается при некотором $r_1 = r_m$ (рис. 1), возможно усиление неоднородности ЭГД-давления при $r_1 \approx r_m$. На данном этапе из углов широкого «воротника» ТЦ могут возникать «рога дьявола», которые иногда наблюдаются и при наличии воронки, достигшей земной поверхности (рис. 3).



Рис. 3. Начало образования «рогов дьявола» вблизи центральной воронки смерча. Фотография 1884 года, взята с сайта <http://www.photolib.noaa.gov/htmls/wea00206.htm>

Роль центробежной силы в формировании вихрей

При интенсивной закрутке грозового облака в формировании низовых прорывов и торнадо существенную роль играет центробежная сила. Для исследования влияния этой силы (в частном случае твердотельно вращающегося облака) запишем простую систему:

$$p_e = p - \rho[\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}]^2 / 2 - \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E^2 / 2, \quad \frac{\partial p_e}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial p_e}{\partial x} = 2\rho v\Omega, \quad \frac{\partial p_e}{\partial y} = -2\rho u\Omega, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

где $\mathbf{\Omega}$ — угловая скорость облака. При малых числах Россби $Ro = V / (L\Omega) \ll 1$ [13], где V и L — характерные скорость и размер задачи, можно приближенно найти поля скоростей и давлений. Из решения (5) видно, что любое медленное движение в твердотельно вращающейся жидкости представляет собой суперпозицию осевого течения с $w = \text{const}$ и двумерного движения в плоскости, перпендикулярной оси вращения z . Посадку твердотельно вращающегося облака на земную поверхность также можно исследовать с применением системы (5).

У задачи о посадке облака с неоднородной закруткой ($\omega \neq \text{const}$) существует решение в виде функции тока [12, 14]

$$\psi = r \left[c_1 J_1(r) \text{ch} z + c_2 J_1(2r) \text{ch} 2z + c_3 r + c_4 r^3 \right], \quad (6)$$

где $J_1(r)$ — функция Бесселя, $c_i = \text{const}$. Завихренность потока, движение которого описывается формулой (6), удовлетворяет выражению $\omega = 8c_4 r$, а азимутальная скорость при $r \rightarrow 0$ имеет особенность, устраняемую наложением твердотельного вращения вблизи оси z . Решениями задачи о посадке грозового облака на земную поверхность являются также другие течения, кинематические характеристики которых не зависят от числа Рейнольдса, а давление может зависеть [14].

Интенсивное вращение грозового облака также является причиной возникновения разносторонних потоков, между которыми действуют силы вязкого трения. Это усиливает ионизацию среды облака и, как следствие, приводит к увеличению влияния электрических эффектов.

Заключение

На основе ЭГД-уравнений проанализировано влияние зарядовой структуры облаков на фор-

мирование вихрей. Показано, что низовые прорывы и воронки торнадо представляют собой виды реализации неустойчивости Рэлея-Тейлора при разных распределениях заряда грозового облака. Для дипольного облака решена задача о формировании низового прорыва параболоидальной конфигурации. Для облаков с трипольной структурой показана возможность как зависания образующейся воронки торнадо, так и ее опускания к поверхности Земли, иногда сопровождающегося появлением т. н. «воротника» или «рогов дьявола».

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (гос. контракт № 14.577.21.0109, УИ проекта RFMEFI57714X0109).

ЛИТЕРАТУРА

1. Артеха С. Н., Гольбрайх Е., Ерохин Н. С. // Вопросы атомной науки и техники. Серия ПЭНМУ(6). 2003. № 4. С. 94.
2. Krasilnikov E. Y. // J. Geophys. Res. 1997. V. 102. No. D12. P. 13,571.
3. Натяганов В. Л., Маслов С. А. // Вестн. Моск. ун-та. Серия Матем. Механ. 2014. № 2. С. 32.
4. Натяганов В. Л., Маслов С. А., Маслов А. К. / Сб. докл. X Междунар. конф. «Совр. проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей». — СПб., 2012. С. 73.
5. Fujita T. T. // J. Atm. Sci. 1981. V. 38. No. 8. P. 1511.
6. Гендугов В. М., Натяганов В. Л., Чайка А. А. // ДАН. 2010. Т. 433. № 4. С. 481.
7. Malan D. // Ann. Geophys, 1952. V. 8. P. 385.
8. Саранин В. А. Устойчивость равновесия, заряда, конвекция и взаимодействие жидких масс в электрических полях. — М.-Ижевск: РХД, 2009.
9. Натяганов В. Л., Сытов В. Э. / Сб. докл. X Междунар. конф. «Совр. проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей». — СПб.: СОЛЮ, 2012. С. 120.
10. Маслов С. А. // Вестн. Моск. ун-та. Серия Матем. Механ. 2015. № 6. С. 54.
11. Наливкин Д. В. Ураганы, бури и смерчи. — Л.: Наука, 1969.
12. Натяганов В. Л., Киселева С. В., Маслов С. А. и др. / Сб. трудов XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. — Казань: Изд-во Каз. федер. ун-та, 2015. С. 2739.
13. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. — М.: Мир, 1973.
14. Шмыглевский Ю. Д. Аналитические исследования динамики газа и жидкости. — М.: Эдиториал УРСС, 1999.

Influence of an electric thundercloud structure on forming the tornado-like vortices

S. A. Maslov and V. L. Natyaganov

Lomonosov Moscow State University, Mechanics and Mathematics Department
1 Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia
E-mail: sergm90@mail.ru, tenzor@bks-mgu.ru

Received September 30, 2015

The work based on electrodynamic equations analyses influence of an thundercloud electric structure and strong atmospheric electric field (AEF) perturbations under the cloud on forming a tornado from the bottom part of rotating tripole thundercloud and downburst from dipole one.

PACS: 47.32.C-, 92.60.Pw.

Keywords: atmospheric electric field, thundercloud, dipole and tripole electric structure, downburst, tornado, electrohydrodynamics, electrohydrodynamic pressure.

REFERENCES

1. S. N. Artekha, E. Golbraikh, and N. S. Erokhin, *Problems of Atomic Science and Technology: Plasma Electronics and New Methods of Acceleration*, No. 4, 95 (2003).
2. E. Y. Krasilnikov, *J. Geophys. Res.*, **102** (D12), 13.571 (1997).
3. V. L. Natyaganov and S. A. Maslov, *Moscow University Bull.: Mathematics, Mechanics*, No. 2, 32 (2014).
4. V. L. Natyaganov, S. A. Maslov, and A. K. Maslov, in *Proc. X International Conference "Modern Problems of Electrophysics and Electrodynamic of Fluids"* (SOLO, Saint-Petersburg, 2012). P. 73.
5. T. T. Fujita, *J. Atm. Sci.*, **38** (8), 1511 (1981).
6. V. M. Gendugov, V. L. Natyaganov, and A. A. Chaika, *Doklady Akademii Nauk*, **433** (4), 481 (2010).
7. D. Malan, *Ann. Geophys.*, **8**, 385 (1952).
8. V. A. Saranin, *Equilibrium Stability, Charging, Convection and Interaction of Fluid Masses in Electric Fields* (Regular and Chaotic Dynamics, Moscow-Izhevsk, 2009) [in Russian].
9. V. L. Natyaganov and V. E. Sytov, in *Proc. X International Conference "Modern Problems of Electrophysics and Electrodynamic of Fluids"* (SOLO, Saint-Petersburg, 2012). P. 120.
10. S. A. Maslov, *Moscow University Bull.: Mathematics, Mechanics*, No. 6, 54 (2015).
11. D. V. Nalivkin, *Hurricanes, Storms and Tornadoes* (Nauka, Leningrad, 1969) [in Russian].
12. V. L. Natyaganov, S. V. Kiseleva, S. A. Maslov, et al., in *Proc. XI All-Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics* (Kazan University, 2015). P. 2739.
13. G. Batchelor, *An Introduction to Fluid Dynamics* (Cambridge Mathematical Library. Publisher: Cambridge University Press. 1967; Mir, Moscow, 1973).
14. Yu. D. Shmyglevsky, *Analytical Research of Gas and Fluid Dynamics* (Editorial URSS, Moscow, 1999) [in Russian].