

УДК 537.8

Градиентные линии передачи СВЧ-диапазона (точно решаемая модель)

А. Б. Шварцбург, Н. В. Силин, Ю. Г. Нестеров

Рассмотрено распространение волн тока и напряжения вдоль передающей линии с градиентными участками (участки с непрерывными пространственными распределениями ёмкости и индуктивности). Показано появление нелокальной плазмopodobной дисперсии градиентных участков, определяемой геометрическими параметрами распределений. Предложен метод согласования участков линии с помощью интерференции волн, формируемых в условиях дисперсии на градиентных участках. Найдены спектры пропускания периодических градиентных распределений ёмкости и индуктивности, включающие как частоты полного пропускания, так и полного отражения волн. Указано распределение индуктивности в линии, способствующее удлинению пути затухания волн под действием тока утечки.

PACS: 84.40.Az; 84.40.Fe

Ключевые слова: градиентная линия передачи, нелокальная дисперсия, точно решаемая модель, спектр пропускания, ток утечки.

Введение

Настоящая работа посвящена проблеме согласования участков СВЧ-линии передачи на основе эффектов искусственной нелокальной дисперсии. Такие эффекты могут быть созданы в заданных частотных диапазонах с помощью специальных непрерывных распределений ёмкости и/или индуктивности вдоль линии (градиентная линия передачи).

Оптимизация таких распределений для контролируемого формирования спектров отражения и пропускания в непрерывном и импульсном режимах составляет актуальную задачу теории микроволновых систем. Физические основы такой оптимизации связаны с нелокальной дисперсией скорости волн в градиентной линии; эта скорость, зависит не только от значений параметров линии в данной точке, но и от значений этих параметров в некоторой области вокруг этой точки [1].

Указанная нелокальность существенно влияет на распространение волны, если её характерные размеры соизмеримы с длиной волны; поэтому для описания нелокальных волновых процессов традиционные приближения, связанные с допущениями о малости или медленности изменений параметров линии, неприменимы. Для анализа волновых полей в градиентной линии передачи требуются точные решения уравнений, описывающих динамику тока и напряжения в линии с непрерывно распределёнными параметрами. Точные аналитические решения таких уравнений известны в немногих случаях, например, для случая, когда ёмкость, и индуктивность вдоль линии меняются экспоненциально, так что импеданс вдоль линии остаётся неизменным [2]. В другом частном случае, связанном с пространственными изменениями ёмкости при неизменной индуктивности, представляют интерес спектры отражения, полученные в аналогичных задачах градиентной нанооптики, также характеризуемых изменениями лишь одного параметра немагнитной среды — диэлектрической проницаемости [3]; эти спектры рассчитаны в линейном приближении.

Эксперименты с контролируемым поглощением ГГц-волн в системе металлических наноплёнок с градиентным распределением Ti и Va описаны в [4]. Анализ импульсных режимов и генерации ударных электромагнитных волн в нелинейных направляющих системах без учёта нелокальной дисперсии выполнен в [5].

В отличие от этих подходов, в настоящей работе исследуется влияние нелокальной дисперсии в согласующем элементе линии как на спектр пропускания линии в непрерывном режиме, так и

Шварцбург Александр Борисович, главный научный сотрудник^{1,2,3}.

Силин Николай Витальевич, заведующий кафедрой³.

Нестеров Юрий Гаврилович, студент³.

¹Объединенный институт высоких температур РАН.

Россия, 125412, Москва, ул. Ижорская, 13/2.

²Институт космических исследований РАН.

Россия, 117997, Москва, ул. Профсоюзная, 84/32.

³Дальневосточный федеральный университет.

Россия, 690091, Владивосток, ул. Суханова, 8.

Тел. 8 (903) 660-75-94.

E-mail: alex-s-49@ya.ru; silin22@mail.ru;

nyrag1993@gmail.com

Статья поступила в редакцию 18 января 2016 г.

© Шварцбург А. Б., Силин Н. В., Нестеров Ю. Г., 2016

на формирование ударных волн в импульсных режимах.

Нелокальная дисперсия волн тока и напряжения в градиентной линии передачи

Для того чтобы описать градиентную линию передачи, которая может быть представлена как неоднородная секция (с пространственным распределением параметров), расположенная между двух однородных секций 1 и 2, необходимо принять во внимание две независимые функции [6]: пространственное распределение емкости $C(z)$ и индуктивности $M(z)$. Пространственно-временное изменение волн тока I и напряжения V , как известно, характеризуется телеграфными уравнениями, описывающими распространение электромагнитных волн в z -направлении [7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial z} + C(z) \frac{\partial V}{\partial t} + GV &= 0; \\ \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{M(z)}{c^2} \frac{\partial I}{\partial t} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

В формулах (1) координатно-зависимая погонная ёмкость $C(z)$ и индуктивность $M(z)$ характеризуется безразмерными функциями $W^2(z)$ и $F^2(z)$ соответственно:

$$C(z) = C_0 W^2(z); \quad M(z) = M_0 F^2(z). \quad (2)$$

Величина G , характеризующая ток утечки в линии, предполагается постоянной. Неоднородная часть линии передачи, расположенная на участке $0 \leq z \leq d$, находится между двумя однородными участками $z \leq 0$ и $z \geq d$, где значения величин C и M постоянны.

Для решения системы уравнений (1) введём производящую функцию Ψ :

$$\begin{aligned} V &= -\frac{1}{v_0} \frac{\partial \Psi}{\partial t}; \quad I = \frac{1}{Z_0 F^2(z)} \frac{\partial \Psi}{\partial z}; \\ Z_0 &= \frac{1}{c} \sqrt{\frac{M_0}{C_0}}; \quad v_0 = \frac{c}{\sqrt{M_0 C_0}}. \end{aligned} \quad (3)$$

С помощью производящей функции Ψ второе уравнение в (1) сводится к тождеству, тогда как функция Ψ определяется первым уравнением, которое можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{W^2(z) F^2(z)}{v_0^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} &= \\ = \frac{2}{F(z)} \frac{dF}{dz} \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{G Z_0 F^2(z)}{v_0} \frac{\partial \Psi}{\partial t}. \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим сначала модель линии без утечки ($G = 0$), в которой распределения $W(z)$ и $F(z)$ заданы функциями:

$$F(z) = \left(1 + \frac{z}{l_1}\right)^{-1}; \quad W(z) = \left(1 + \frac{z}{l_2}\right)^1; \quad (5)$$

здесь l_1 и l_2 — некоторые характерные длины. Вводя новую переменную

$$d\eta = F^2(z) dz, \quad (6)$$

можно переписать уравнение (4) в другом виде:

$$\frac{d^2 \Psi}{d\eta^2} + \frac{\omega^2}{c^2} U^2(\eta) \Psi = 0; \quad (7)$$

$$\begin{aligned} U^2(\eta) &= W^2(z) F^2(z) = \left(1 + \frac{\eta}{l}\right)^{-2}; \\ l &= \frac{l_1 l_2}{l_1 - l_2}. \end{aligned} \quad (8)$$

В зависимости от соотношения пространственных масштабов l_1 и l_2 новый масштаб l может иметь как положительные, так и отрицательные значения.

Уравнение (8) можно рассматривать как волновое уравнение для волн, распространяющихся вдоль направления η в среде с показателем преломления $U(\eta)$. Вводя новую переменную τ и новую функцию f , исходя из результатов работы [3], в виде соотношений:

$$\begin{aligned} \tau &= \int_0^\eta U(\eta_1) d\eta_1 = l \ln \left[\frac{l_1(z+l_2)}{l_2(z+l_1)} \right]; \\ f &= \frac{\Psi}{\sqrt{U(\eta)}}; \end{aligned} \quad (9)$$

можно получить простое уравнение для функции f :

$$\frac{d^2 f}{d\tau^2} + \frac{(\omega^2 - \Omega^2)}{v_0^2} f = 0. \quad (10)$$

Существенно, что в уравнении для производящей функции (10) появилась характерная частота Ω , зависящая через характерную длину l , заданную соотношением (8), от пространственных масштабов распределений ёмкости и индуктивности, а именно:

$$\Omega^2 = \frac{v_0^2}{4l^2}. \quad (11)$$

В зависимости от соотношения частот ω и Ω решение уравнения (10) можно представить в двух различных формах.

а) В области высоких частот ($\omega^2 \geq \Omega^2$) эти решения имеют вид $\exp(\pm i q \tau)$, где

$$q = \frac{\omega}{v_0} N_+; \quad N_+ = \sqrt{1 - u^2};$$

$$u = \frac{\Omega}{\omega} \operatorname{sign}(l); \quad u^2 \leq 1. \quad (12)$$

Производящая функция Ψ , введенная соотношениями (3), в этом случае представляется в виде суммы прямой и обратной волны, распространяющихся вдоль “ τ -оси”:

$$\Psi = \frac{A[\exp(i q \tau) + Q \exp(-i q \tau)]}{\sqrt{U(\eta)}}. \quad (13)$$

Параметр Q описывает вклад обратной волны в структуру поля внутри градиентного участка.

б) В низкочастотной области ($\omega^2 \leq \Omega^2$) решения уравнения (10) имеют вид $\exp(\pm p \tau)$, где введены обозначения:

$$p = \frac{\omega}{v_0} N_-; \quad N_- = \sqrt{u^2 - 1}; \quad u^2 \geq 1; \quad (14)$$

причем производящая функция описывается прямой и обратной туннелирующими модами:

$$\Psi = \frac{B[\exp(-p \tau) + Q \exp(p \tau)]}{\sqrt{U(\eta)}}. \quad (15)$$

Таким образом, полученные точные решения уравнений градиентной линии (13) и (15) описывают режимы распространения и туннелирования волн через градиентный участок $0 \leq z \leq d$. Волновое число q соответствует нелокальной дисперсии этого участка. Характеристическая частота Ω , которая разделяет спектральные интервалы, соответствующие данным режимам, зависит от пространственного распределения индуктивности и ёмкости. Полученные результаты использованы ниже для расчёта и анализа спектров пропускания и отражения градиентного участка.

Спектры пропускания градиентных передающих линий

Расчёт спектров отражения и пропускания градиентной секции в линии передачи выполняет-

ся, как обычно, с помощью условий непрерывности тока и напряжения на границах этой секции $z = 0$ и $z = d$. Предположим, что монохроматическая волна распространяется через градиентную секцию между однородными участками линии 1 и 2 с импедансами Z_1 и Z_2 , падая из однородного участка линии ($z \leq 0$) на границу $z = 0$. Напряжение и ток в участках 1 и 2 можно представить, подставляя производящие функции

$$\Psi_{1,2} = A_{1,2} \exp[i(k_{1,2} z - \omega t)]; \quad k_{1,2} = \frac{\omega}{v_{1,2}}; \quad (16)$$

в выражения (3), полагая там $F=1$ и заменяя $Z_0 \rightarrow Z_{1,2}$ и $v_0 \rightarrow v_{1,2}$, где $v_{1,2}$ — скорости волны в этих участках.

Рассмотрим вначале высокочастотный диапазон ($u^2 \leq 1$), характеризуемый производящей функцией (16). Пользуясь здесь граничными условиями непрерывности для напряжения V и тока I , можно получить комплексный коэффициент отражения R_m от периодической структуры, содержащей m одинаковых градиентных секций, описываемых обобщённым распределением $U(\eta)$ по соотношению (8). В простом случае, когда эта структура содержит только одну секцию ($m = 1$), граничные условия на границе $z = 0$ ($\eta = 0, \tau = 0$) приводят к выражению:

$$R_1 = \frac{Z_{01} + i u - N_+ \Lambda_1}{Z_{01} - i u + N_+ \Lambda_1};$$

$$Z_{01,02} = \frac{Z_0}{Z_{1,2}}; \quad \Lambda_1 = \frac{1 - Q_1}{1 + Q_1}. \quad (17)$$

Величины u и N_+ определены в (12), неизвестный параметр Q_1 , описывающий вклад волны, отражённой от границы $z = d$, находится из условий непрерывности на этой границе. Пользуясь значениями переменных η, τ и потенциала $U(\eta)$ в точке $z = d$, которые определяются следующими выражениями:

$$\eta_0 = \eta(d) = d \left(1 + \frac{d}{l_1}\right)^{-1};$$

$$U_0 = U(\eta_0) = \frac{l_2(d + l_1)}{l_1(d + l_2)};$$

$$\tau_0 = \tau(\eta_0) = -l \ln U_0; \quad (18)$$

можно найти выражение для безразмерных параметров Q_1 и Λ_1 , связанных соотношением (17), в следующем виде:

$$\Lambda_1 = \frac{iU_0(u - N_+ \operatorname{tg}\theta_+) + Z_{02}}{U_0 N_+ + (uU_0 - iZ_{02}) \operatorname{tg}\theta_+};$$

$$\theta_+ = -\frac{N_+ \ln U_0}{2u}. \quad (19)$$

Подставляя значение Λ_1 в (17), можно рассчитать коэффициент отражения волны с частотным параметром u от одной градиентной секции в линии связи.

Если неоднородный участок линии представляет собой периодическую структуру, состоящую из нескольких ($m \geq 2$) градиентных секций, то параметр Λ_m рассчитывается по формуле, полученной из стандартных условий непрерывности тока и напряжения на границах каждой секции:

$$\Lambda_m = \frac{N_+ \Lambda_{m-1} + i[u(U_0 - 1) - N_+ U_0 \operatorname{tg}(\theta_+)]}{[u(U_0 - 1) - iN_+ \Lambda_{m-1}] \operatorname{tg}(\theta_+) + N_+ U_0}. \quad (20)$$

Коэффициент отражения такой структуры составляет

$$R_m = \frac{Z_{01} + iu - N_+ \Lambda_m}{Z_{01} - iu + N_+ \Lambda_m}. \quad (21)$$

Коэффициент пропускания $|T_m|^2$ определяется соотношением:

$$|T_m|^2 = 1 - |R_m|^2. \quad (22)$$

Спектр отражения периодической структуры (21) является естественным обобщением спектра (17), полученного для случая $m = 1$. Формулы (21) и (22) представляют спектры отражения и пропускания электромагнитных волн в градиентной линии передач для высокочастотного диапазона $\omega \geq \Omega$, причем они основаны на точно решаемой математической модели этой линии.

В случае низких частот ($u^2 \geq 1$) волны тока и напряжения характеризуются мнимыми волно-

выми числами (15). Используя оптическую терминологию, можно говорить о переносе энергии в линии передач в режиме нарушенного полного внутреннего отражения (НПВО). Процессы переноса энергии в градиентной передающей линии в режиме НПВО можно исследовать по аналогии со случаем $u^2 \leq 1$, начиная с подстановки производящей функции (15) в (3). Спектры отражения, полученные при таком анализе, можно получить из соответствующих выражений (19)–(21) при замене

$$N_+ \rightarrow iN_-; \quad \operatorname{tg}\theta_+ \rightarrow i \operatorname{th}\theta_-; \quad \theta_+ = -\frac{N_- \ln U_0}{2u}. \quad (23)$$

Так, комплексный коэффициент отражения от многослойной градиентной структуры R_m представляет собой следующее выражение:

$$R_m = \frac{iZ_{01} - u + N_- \Lambda_m}{iZ_{01} + u - N_- \Lambda_m}; \quad (24)$$

а безразмерные параметры Λ_1 и Λ_m ($m \geq 2$) рассчитываются с помощью подстановки (23) по формулам:

$$\Lambda_1 = \frac{iZ_{02} - U_0 [u + N_- \operatorname{th}(\theta_-)]}{iZ_{02} \operatorname{th}(\theta_-) - U_0 [N_- + u \operatorname{th}(\theta_-)]};$$

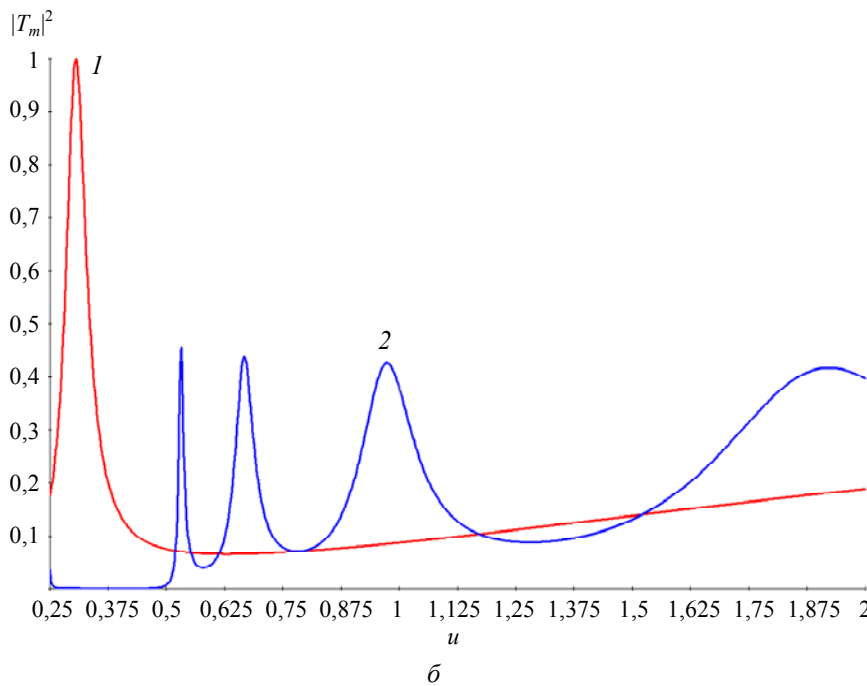
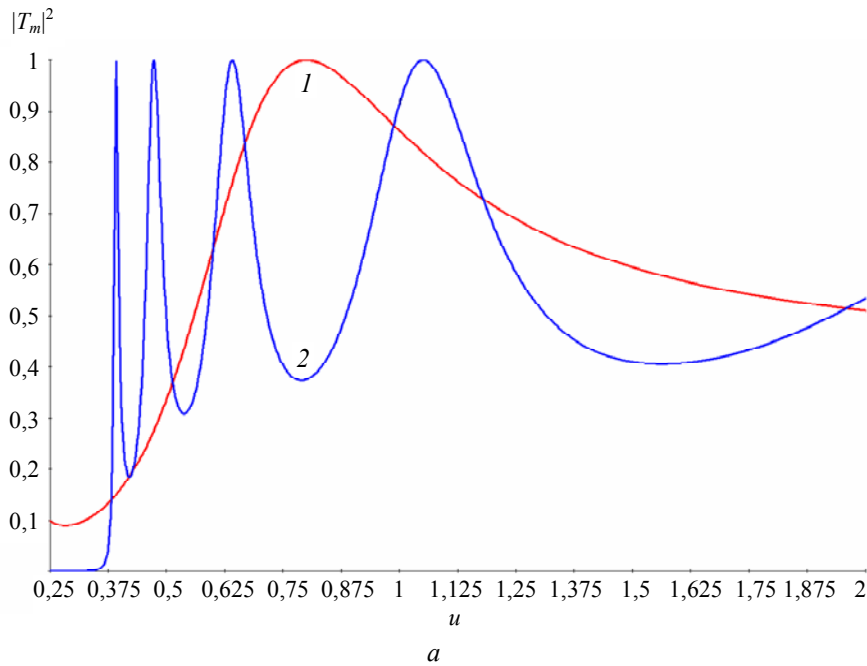
$$\Lambda_m = \frac{N_- \Lambda_{m-1} + u(U_0 - 1) + N_- U_0 \operatorname{th}(\theta_-)}{[N_- \Lambda_{m-1} + u(U_0 - 1)] \operatorname{th}(\theta_-) + N_- U_0}. \quad (25)$$

Коэффициент пропускания в таком случае определяется по уравнению (22).

Формулы (24), (25) и (22) описывают спектры отражения и пропускания волн тока и напряжения, преодолевающих непрозрачный барьер, образуемый градиентным участком передающей линии в режиме НПВО ($u^2 \geq 1$). Следует отметить,

что при пограничном значении $u^2 = 1$ спектральные кривые для $u^2 \leq 1$ и $u^2 \geq 1$ непрерывны.

Примеры спектров в широком диапазоне значений параметра u , иллюстрирующие роль нелокальной дисперсии линии, приведены на рис. 1, а и б. Особенности таких спектров обсуждаются далее.



Спектры пропускания $|T_m|^2$ для градиентной секции линии передачи, характеризуемой нормированными импедансами $Z_{01} = 0,16$ в зависимости от нормированной частоты u ; кривые 1 и 2 соответствуют числу сегментов в секции $m = 1$ и $m = 10$. Спектры на рис. 1, а и б построены для различных распределений индуктивности и ёмкости, описываемых значениями функции $U_0 = 0,192$ и $U_0 = 7,5$ соответственно.

Токи утечки в градиентной линии передачи

Токи и напряжения в градиентной линии рассматривались выше без учёта токов утечки в рамках уравнения (4) для случая $G = 0$. Вводя для процесса утечки в однородной линии ($W^2 = F^2 = 1$) характерное время T , можно показать из уравнения (4), что при условии $\omega T \gg 1$

экспоненциальное затухание волны развивается на длине D_1 :

$$D_1 = 2v_0T; \quad T = \frac{C_0}{G}. \quad (26)$$

Неоднородное распределение параметров линии может замедлить процесс ослабления волны под действием утечки. Эту тенденцию удобно по-

казать в простейшей модели линии, которая содержит лишь неоднородную индуктивность, падающую вдоль линии (5), при постоянной погонной ёмкости $C = C_0$ ($l_2 \rightarrow \infty$, $l = -l_1$) и постоянном значении G . Для этой линии значение времени T из соотношения (26) не зависит от неоднородности, а скорость волны вдоль линии возрастает из-за падения индуктивности (3); при этом длина затухания будет возрастать, хотя и по более сложному закону, чем (26).

Чтобы найти длину затухания в градиентной линии, учтём, что вследствие утечки волновое число q для волны $\exp(iqz)$ в (13) становится комплексным:

$$q = \omega v_0^{-1} \sqrt{1 - u^2 + i(\omega T)^{-1}} = \text{Re} q + i \text{Im} q.$$

Вблизи резонанса ($1 - u^2 \ll (\omega T)^{-1}$) экспоненциальный множитель, описывающий ослабление амплитуды волны в точке z градиентной линии, принимает вид:

$$K = \exp \left[-\frac{1}{2} \sqrt{\frac{l_1}{v_0 T}} \ln \left(1 + \frac{z}{l_1} \right) \right]. \quad (27)$$

Из выражения (27) можно найти экспоненциальную длину затухания D_2 , на которой волна в градиентной линии ослабевает в e раз:

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{\exp(\sqrt{2\zeta}) - 1}{\zeta}; \quad \zeta = \frac{2v_0 T}{l_1}. \quad (28)$$

В отличие от однородной линии, где на расстоянии $z = D_1$ (26) амплитуда волны уменьшается в e раз, ослабление волны в градиентной линии на участке такой же длины $2v_0 T$ зависит от градиентного параметра l_1 . Так, при $\zeta = 1$ и $\zeta = 3$ экспоненциальные длины градиентной линии возрастают до $D_2 = 6,2v_0 T$ и $D_2 = 7v_0 T$ соответственно.

Таким образом, по сравнению с однородной линией, темп затухания волны вдоль градиентной линии в области нелокальной дисперсии существенно замедляется.

Обсуждение результатов

Спектры пропускания градиентных секций, рассчитанные выше, зависят от нормированных импедансов Z_{01} и Z_{02} , параметра U_0 и соотношения между градиентами распределений индуктивности и ёмкости, характеризуемых длинами l_1 и l_2 (5). Чтобы выявить роль этих градиентов, на

рис. 1, *a* и *б* представлены спектры $|T_m|^2$ для секций с разными значениями параметра U_0 при одинаковых импедансах Z_{01} и Z_{02} ; рис. 1, *a* и *б* соответствуют убыванию ($l_1 > 0$, $l_2 > 0$) и возрастанию ($l_1 < 0$, $l_2 < 0$) индуктивности и ёмкости вдоль линии (5). Примеры спектров, показанные на этих рисунках, позволяют отметить некоторые особенности полей в одиночных градиентных секциях и в периодических структурах, состоящих из таких секций.

1. Полное согласование участков линии 1 и 2 на частотах, соответствующих $|T_m|^2 = 1$.

2. Появление широкополосного плато почти зеркального отражения ($|T_m|^2 \rightarrow 0$) от периодических структур ($m = 10$) в высокочастотной части спектра ($u < 1$).

3. Эффекты нелокальной дисперсии градиентных секций наглядно проявляются при сравнении спектров на рис. 1, *a* и *б* со спектром пропускания однородной секции; пропускание такой секции при той же длине $D = md$, скорости волны v_0 и импедансе Z_0 (3), расположенной между частями линии 1 и 2, описывается известным выражением [7]:

$$|T|^2 = \frac{4Z_{01}Z_{02}(1+t_m^2)}{(Z_{01}+Z_{02})^2+t_m^2(Z_{01}Z_{02}+1)^2}; \quad t_m = \text{tg} \left(\frac{\omega md}{v_0} \right). \quad (29)$$

При значениях $Z_{01} = 0,16$, $Z_{02} = 1,2$, соответствующих рис. 1, величина $|T|^2$ из (29) колеблется в пределах $|T_m|^2|_{\min} = 0,41$ до $|T|^2|_{\max} = 0,54$.

Эти колебания отличаются от спектров на рис. 1, *a* и *б*, согласование участков с помощью такой однородной секции невозможно.

При исчезновении неоднородности формулу (29) для однородной секции можно получить как частный случай более общего выражения (21), переходя в (19) и (20) к пределу $l \rightarrow \infty$ и подставляя эти пределы в (21).

4. Следует отметить, что спектры на рис. 1, *a* и *б* получены при фиксированных значениях параметра U_0 . Однако эти значения могут соответствовать разным комбинациям характерных длин l_1 и l_2 и, соответственно, разных значений параметра l . Так, например, рис. 1, *б* построен для гради-

ентной секции длиной $d = 4m$, $U_0 = 7,5$, $l_1 = -1m$, $l_2 = -2,857m$, $l = 1,538m$, что соответствует возрастанию ёмкости, и индуктивности вдоль линии. Однако это же значение $U_0 = 7,5$ при той же длине $d = 4m$ можно получить, в частности, и при значениях $l_1 = 2,4m$, $l_2 = -6,2m$, определяющих падение ёмкости и рост индуктивности вдоль линии; при этом $l = -1,73m$, значение характерной частоты Ω из (11) изменится, безразмерный параметр u примет отрицательные значения, а спектр $|T_m(-u)|^2$ будет отличаться от спектра $|T_m(u)|^2$.

5. Изменение экспоненциальной длины затухания в градиентной линии (29) также связано с нелокальной дисперсией линии: вблизи характерной частоты Ω это изменение гораздо сильнее, чем вдали от неё.

Заключение

В работе найдены точные аналитические решения уравнений градиентной линии передачи, описывающие волны тока и напряжения в линии с нелокальной дисперсией. Построены спектры пропускания для этих волн, сформированные при совместном действии различных непрерывных распределений ёмкости и индуктивности. Рассмотрено нелинейное формирование разрывов огибающих волновых импульсов в градиентной линии. Отмечены случаи взаимного усиления и ослабления волновых эффектов, обусловленных неоднородностью погонной ёмкости и индуктивности градиентной линии.

Проведенные исследования и выявленные свойства линий с непрерывными распределениями параметров открывают направления разработки и оптимизации систем, основанных на интерференции волн в градиентных линиях передач. В отличие от известных тенденций управления волнами тока и напряжения в металлических структурах, основанных на использовании метаматериалов с нулевыми значениями ϵ [9] и μ [10] для определённой частоты, с отрицательными значениями ϵ и μ

в широком диапазоне частот [11] и с созданием искусственного плазменного резонанса в металлической периодической структуре в ГГц-области [12], в настоящей работе рассмотрена перестройка спектров отражения и пропускания с помощью интерференции волн в существенно неоднородных непроводящих диэлектрических средах. Своеобразие такой интерференционной картины связано с двумя механизмами отражения волн, а именно: от разрывов в распределении параметров линии и от разрывов градиентов этих распределений на границах градиентных секций. Кроме того, аналогия между уравнением (7) и волновым уравнением градиентной нанооптики [3] открывает возможности гибкого моделирования градиентных оптических эффектов на базе линий передачи СВЧ-диапазона [8].

Работа выполнена при финансовой поддержке ДВФУ (грант № 14-08-2/3-20).

ЛИТЕРАТУРА

1. Shvartsburg A. B., Marklund M., Brodin G., Stenflo L. // Phys. Rev. E. 2008. Vol. 78. P. 016601.
2. Jackson J. D. Classical Electrodynamics. — New York: Wiley, 1998.
3. Shvartsburg A. B., Maradudin A. A. Waves in Gradient Metamaterials. — Singapore: WSPC, 2013.
4. Lee S.-J., Moon S. E., Ryu H.-C., Kwak M.-H., Kim Y.-T., Han S.-K. Appl. Phys. Lett. 2003. Vol. 82. P. 133.
5. Рыскин Н. М., Трубецков Д. И. Нелинейные волны. — М.: Наука, 1992.
6. Shvartsburg A. B., Silin N. V. // Physica Scripta. 2015. Vol. 90. P. 088012.
7. Collins R. Field Theory for Guided Waves. — New York: Wiley, 1991.
8. Хелин Е. А. // УФН. 2007. Т. 50. С. 293.
9. Liu R., Cheng Q., Hand T., Mock J., Cui T., Cummer T. // PRL. 2008. Vol. 100. P. 023903.
10. Silveirinha M. G., Engheta N. // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 97. P. 157403.
11. Baena F. D., Jelinek L., Marques R., Medina F. // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 72. P. 075116.
12. Pendry J. B., Holden A. J., Stewart W. J., Youngs I. // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. P. 4773.

Gradient transmission lines for microwaves (the exactly solvable model)

A. B. Shvartsburg^{1,2,3}, N. V. Silin³, and Yu. G. Nesterov³

¹Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences
13/2 Izhorskaya str., Moscow, 125412, Russia

²Institute for Space Researches of the Russian Academy of Sciences
84/32 Profsovnaya str., Moscow, 117997, Russia

³Far Eastern Federal University
8 Sukhanova str, Vladivostok, 690091, Russia
E-mail: alex-s-49@ya.ru; silin22@mail.ru; nyrag1993@gmail.com

Received January 18, 2016

Propagation of current and voltage waves along the transmission lines containing the sections with continuously distributed spatially variable capacity and inductance (gradient sections) is considered in the framework of exactly solvable model of heterogeneous transmission line. The non-local plasma-like dispersion, determined by the geometrical parameters of these distributions, is shown to appear. The method of matching of different parts of transmission line due to interference of waves formed at the dispersive sections is illustrated. The transmittance spectra of periodical gradient sections, formed by the discontinuities of gradients and including both the frequencies of total transmittance and total reflectance are found. The leakage losses per unit length in the gradient line are shown to be decreased due to non-local dispersion of this line.

PACS: 84.40.Az; 84.40.Fe

Keywords: gradient transmission line, non-local dispersion, exactly solvable model, transmittance spectra, leakage current.

REFERENCES

1. A. B. Shvartsburg, M. Marklund, G. Brodin, L. and Stenflo, Phys. Rev. E **78**, 016601 (2008).
2. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York, 1998).
3. A. B. Shvartsburg and A. A. Maradudin, *Waves in Gradient Metamaterials* (WSPC, Singapore, 2013).
4. S.-J. Lee, S. E. Moon, H.-C. Ryu, M.-H. Kwak, Y.-T. Kim, and S.-K. Han, Appl. Phys. Lett. **82**, 133 (2003).
5. N. M. Ryiskin and D. I. Trubetskov, *Nonlinear waves* (Nauka, Moscow, 1992) [in Russian].
6. A. B. Shvartsburg and N. V. Silin, Physica Scripta **90**, 088012 (2015).
7. R. Collins, *Field Theory for Guided Waves* (Wiley, New York, 1991).
8. E. A. Nelin, Phys. Usp. **50**, 293 (2007).
9. R. Liu, Q. Cheng, T. Hand, J. Mock, T. Cui, and T. Cummer, PRL **100**, 023903 (2008).
10. M. G. Silveirinha and N. Engheta, Phys. Rev. Lett. **97**, 157403 (2006).
11. F. D. Baena, L. Jelinek, R. Marques, F. Medina, Phys. Rev. B **72**, 075116 (2005).
12. J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, Phys. Rev. Lett. **76**, 4773 (1996).