

УДК 533.9

Тепловая устойчивость термоядерной плазмы при различных моделях удержания энергии

А. С. Светлов, А. Ю. Чирков

Рассматривается интегральная устойчивость рабочих режимов термоядерного реактора. Показано существенное различие условий устойчивости для режимов с нагревом термоядерными альфа-частицами и без термоядерной реакции, связанное с тем, что мощность нагрева термоядерными продуктами в значительно большей степени зависит от параметров плазмы, чем поглощенная мощность внешнего нагрева. Данный вопрос является важным для анализа возможных стационарных рабочих режимов термоядерных реакторов на основе альтернативных систем удержания плазмы. Область устойчивости существенно расширяется при снижении коэффициента усиления мощности в плазме Q . Это обстоятельство важно для источников термоядерных нейтронов с $Q \sim 1$, так как означает более надежное управление энерговыделением, чем в реакторах с $Q \sim 10$. Анализ основан на уравнении энергии. В общем виде время удержания представлено в виде степенного закона. Проанализированы некоторые законы удержания. Например, один из возможных законов удержания для обращенной магнитной конфигурации (FRC) может соответствовать неустойчивым режимам при $Q > 5$.

PACS: 52.55.Dy; 28.52.-s; 02.30.Yy

Ключевые слова: термоядерная плазма, баланс энергии, баланс частиц, время удержания, устойчивость.

Введение

При экстраполяции результатов, полученных в магнитных ловушках, на режимы подобных систем с интенсивной термоядерной реакцией необходимо учитывать различие в характере отклика термоядерного энерговыделения и внешнего нагрева на вариации параметров плазмы.

В настоящей работе рассматривается устойчивость уравнений, описывающих баланс энергии плазмы и количества частиц. Данный вопрос является важным с точки зрения рабочих режимов термоядерного реактора. Вопросам управления параметрами реакторных режимов токамака уделялось значительное внимание [1—5]. Анализ устойчивости стационарных режимов, видимо, наиболее актуален применительно к другим типам термоядерных систем [6—8]. Так, например, в ус-

тановках с обращенной магнитной конфигурацией (FRC) времена удержания энергии и частиц экспериментально изучались не в стационарной фазе разряда, а в процессе распада конфигурации. Поэтому применение полученных законов удержания для стационарных (или квазистационарных) условий требует анализа. Оценки реакторных параметров FRC пока требуют привлечения предположений как о природе, так и об интенсивности потерь [9].

Исходные данные

Время удержания, характеризующее потери энергии и частиц из термоядерной ловушки данного типа, обычно описывается экспериментально установленным законом удержания — так называемым скейлингом. Такие скейлинги удержания носят глобальный (интегральный) характер, поэтому пространственные зависимости параметров не рассматриваем, а рассматриваем средние по объему значения.

Уравнения баланса энергии и частиц имеют вид:

$$\frac{dW}{dt} = P_0 + K_f P_f - P_r - \frac{W}{\tau_E}, \quad (1)$$

Светлов Антон Сергеевич, студент.

Чирков Алексей Юрьевич, профессор.

МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Россия, 105005, Москва, 2-ая Бауманская ул., 5.

Тел. (499) 265-79-05. E-mail: chirkov@bmsu.ru

Статья поступила в редакцию 14 марта 2016 г.

© Светлов А. С., Чирков А. Ю., 2016

$$\frac{dn}{dt} = S_0 - \frac{n}{\tau_p}, \quad (2)$$

где $W = \frac{3}{2}nk_BTV$ — тепловая энергия плазмы; k_B — постоянная Больцмана; V — объем плазмы; P_0 и S_0 — источники энергии и частиц (принимаются постоянными); P_f — термоядерная мощность; K_f — доля термоядерной мощности, передаваемой плазме ($K_f = 0,2$ для D–T-плазмы без потерь быстрых альфа-частиц); P_r — потери на излучение.

Рассматриваются возмущения радиуса плазменного шнура a , плотности n и температуры T плазмы для случая степенных законов (скейлингов) удержания энергии и частиц общего вида:

$$\tau_E = \tau_{E0} (a/a_0)^{b_a} (n/n_0)^{b_n} (T/T_0)^{b_T}, \quad (3)$$

$$\tau_p = \tau_{p0} (a/a_0)^{\beta_a} (n/n_0)^{\beta_n} (T/T_0)^{\beta_T}, \quad (4)$$

где a_0, n_0, T_0 — значения параметров в стационарном рабочем режиме (номинальные значения); a, n, T — значения параметров с учетом вариаций; τ_{E0} и τ_{p0} — времена удержания энергии и частиц в рабочем режиме; показатели степени $b_a, b_n, b_T, \beta_a, \beta_n, \beta_T$ зависят от типа магнитной ловушки.

Математическая модель и результаты анализа

Для анализа тепловой устойчивости стационарного режима рассмотрим уравнение баланса энергии (1). Для определенности полагаем, что объем плазмы пропорционален a^3 . Тогда энергию плазмы можно представить в виде $W = c_W n T a^3$, где c_W — некоторая постоянная. Термоядерная мощность равна $P_f = R_{12} n_1 n_2 <\sigma v> E_f V$, где n_1 и n_2 — плотности компонентов топлива, $<\sigma v>$ — параметр скорости реакции, E_f — выделяемая энергия, $R_{12} = 1$ для реагирующих ядер разных сортов, $R_{12} = 1/2$ — для тождественных ядер. Для анализа представим термоядерную мощность в виде $P_f = c_f n^2 \varphi(T) a^3$, где c_f — постоянная, а функция $\varphi(T)$ учитывает зависимость скорости реакции от температуры. Например, для D–T-реакции $<\sigma v> \approx 1,1 \cdot 10^{-24} T^2$, где температура ионов T измеряется в кэВ [10]. В этом случае $\varphi(T) = T^2$. Примем, что радиационные потери связаны с тормозным излучением. Тогда мощность излучения можно приближенно записать в виде $P_r = c_r Z_{eff}^2 n^2 \sqrt{T} a^3$, где c_r — постоянная, Z_{eff}^2 —

эффективное значение квадрата заряда ионов плазмы (для чистой D–T-плазмы $Z_{eff}^2 \approx 1$).

При указанных условиях правая часть уравнения баланса энергии $\frac{dW}{dt} = F(a, n, T)$ принимает вид

$$F(a, n, T) = \frac{c_f n_0^2 \varphi(T_0) a_0^3}{Q} + K_f c_f n^2 \varphi(T) a^3 - c_r Z_{eff}^2 n^2 \sqrt{T} a^3 - \frac{c_W n T a^3}{\tau_{E0}} \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-b_a} \left(\frac{n}{n_0}\right)^{-b_n} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-b_T}, \quad (5)$$

где $Q = P_{f0} / P_0$ — коэффициент усиления мощности в плазме.

Предполагаем, что возмущения испытывает одна из трех величин a, n, T . Условия того, что соответствующие возмущения затухают, следующие: $\frac{\partial F}{\partial a} < 0$, $\frac{\partial F}{\partial n} < 0$, $\frac{\partial F}{\partial T} < 0$. Для анализа примем $K_f = 0,2$ и $\varphi(T) = T^2$. В результате анализа получаем следующие условия устойчивости:

$$b_a < \frac{3c_f T_0}{Q \left[(Q^{-1} + 0,2) c_f T_0 - c_r Z_{eff}^2 T_0^{-1/2} \right]}, \quad (6)$$

$$b_n < \frac{2c_f T_0}{Q \left[(Q^{-1} + 0,2) c_f T_0 - c_r Z_{eff}^2 T_0^{-1/2} \right]} - 1, \quad (7)$$

$$b_T < 1 - \frac{0,2c_f \varphi'(T_0) - 0,5c_r Z_{eff}^2 T_0^{-1/2}}{(Q^{-1} + K_f) c_f T_0 - c_r Z_{eff}^2 T_0^{-1/2}}, \quad (8)$$

где $\varphi' = d\varphi / dT$.

При температурах $T \sim 10$ кэВ условия (6)–(8) принимают вид:

$$b_a < \frac{3}{1 + 0,2Q}, \quad (9)$$

$$b_n < \frac{2}{1 + 0,2Q} - 1, \quad (10)$$

$$b_T < 1 - \frac{0,4Q}{1 + 0,2Q}. \quad (11)$$

В пределе $Q \rightarrow \infty$ термоядерное горение устойчиво при $b_a < 0$, $b_n < -1$, $b_T < -1$. Для случая $Q \ll 1$ получаем $b_a < 3$, $b_n < 1$, $b_T < 1$. Как можно видеть, условия устойчивости принципиально различаются для систем с низкой интенсивностью

реакции (или вообще без реакции) и систем с интенсивной реакцией. Ниже приведем ряд примеров.

Скейлинг IPB98y2 [11] с учетом того, что в (1) $P_L \propto nT / \tau_E$, может быть представлен в виде $\tau_E \propto a^{-0,3} n^{-0,9} T^{-2,2}$. При $T \sim 10$ кэВ и $Q \sim 10$ этот закон удержания соответствует устойчивому режиму.

Для классического удержания в замкнутой ловушке (например, дипольной) $\tau_E \propto a^2 n^{-1} T^{1/2}$, что соответствует устойчивому режиму при $Q < 1,7$. В простой открытой ловушке с доминирующими бесстолкновительными продольными потерями $\tau_E \propto n^{-1} T^{3/2}$, где температурная зависимость соответствует неустойчивому режиму.

Для обращенной магнитной конфигурации можно предложить несколько скейлингов [12], удовлетворительно соответствующих экспериментальным данным. Например, $\tau_E \propto a^{1,5} T^{-0,5}$. Согласно приведенным выше оценкам, при такой зависимости устойчивые стационарные режимы возможны при $Q < 5$.

Рассмотрим условия, при которых возможны вариации одновременно двух параметров, например, плотности n и температуры T . Объем и, соответственно, размеры плазмы при этом будем считать неизменными. Уравнения баланса частиц и энергии в этом случае можно представить в безразмерном виде:

$$\frac{dx}{dt} = -K_\tau(1 - \beta_n)x + K_\tau \beta_T y \quad (12)$$

$$\frac{dy}{dt} = \left[2 \frac{K_f P_{f0} \tau_{E0}}{W_0} - 2 \frac{P_{r0} \tau_{E0}}{W_0} - (1 - b_n) + K_\tau(1 - \beta_n) \right] x + \left[\frac{K_f P_{f0} \tau_{E0}}{W_0} \frac{\varphi'(T_0) T_0}{\varphi(T_0)} - \frac{1}{2} \frac{P_{r0} \tau_{E0}}{W_0} - (1 - b_T) - K_\tau \beta_T \right] y, \quad (13)$$

где $x = \delta n / n_0$, $y = \delta T / T_0$, $K_\tau = \tau_{E0} / \tau_{p0}$.

Условие устойчивости стационарного решения системы (12), (13) определяется коэффициентами соответствующей матрицы. Рассмотрим некоторые необходимые условия. Как можно видеть из (12), одним из необходимых условий устойчивости является $\beta_n < 1$. Предположим, что $K_\tau \ll 1$. При $Q \ll 1$ пренебрегаем термоядерной мощностью и радиационными потерями, и из (13) получаем необходимое условие $b_T < 1$. В противоположном случае $Q \gg 1$ первое слагаемое в коэффициенте перед y в (13) равно двум, и соответствующее условие устойчивости принимает вид $b_T < -1$. Полученные необходимые условия совпадают с результатами, полученными выше при анализе уравнения баланса энергии.

Заключение

Наиболее важный результат исследования, по нашему мнению, заключается в найденных различиях условий устойчивости для режимов с интенсивной термоядерной реакцией ($Q \sim 10$) и с внешним нагревом без термоядерной реакции. Показано, что при высоких значениях Q устойчивые законы удержания имеют деградирующий характер в том смысле, что увеличение параметров приводит к ухудшению удержания. Стационарное состояние плазмы без реакции может быть устойчиво и при прогрессивных законах удержания, при которых время удержания возрастает с увеличением параметров. Обратные связи систем внешнего нагрева не входили в постановку задачи, но изучение данного вопроса представляется важным. Область устойчивости существенно расширяется при снижении коэффициента усиления мощности в плазме Q . Анализ возможных реакторных режимов обращенной магнитной конфигурации (FRC) с D–T-топливом показал, что для обоснования возможности термоядерного горения с $Q > 5$ может потребоваться дальнейшее исследование вопросов, связанных с управлением параметрами плазмы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, задание № 13.2573.2014/К.

ЛИТЕРАТУРА

1. ITER Physics Basis // Nucl. Fusion. 1999. Vol. 39. P. 2137.
2. Progress in ITER Physics Basis. Chapter 1 // Nucl. Fusion. 2007. Vol. 47. P. S1.
3. Progress in ITER Physics Basis. Chapter 8 // Nucl. Fusion. 2007. Vol. 47. P. S385.
4. Humphreys D., Ambrosino G., de Vries P., Felici F., Kim S. H., Jackson G., Kallenbach A., Kolemen E., Lister J., Moreau D., Pironti A., Raupp G., Sauter O., Schuster E., Snipes J., Treutterer W., Walker M., Welander A., Winter A., Zabeo L. // Phys. Plasmas. 2015. Vol. 22. P. 021806.
5. Boyer M.D., Schuster E. // Nucl. Fusion. 2015. Vol. 55. P. 083021.
6. McNally J. R., Jr. // Nuclear Technol. / Fusion. 1982. Vol. 2. P. 9.
7. Чирков А. Ю. // Ядерная физика и инжиниринг. 2013. Т. 4. № 11–12. С. 1050.
8. Chirkov A. Yu. // Nuclear Fusion. 2015. Vol. 55. P. 113027.
9. Хвезюк В. И., Чирков А. Ю. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2000. Вып. 3. С. 17.
10. Miyamoto K. Fundamentals of Plasma Physics and Controlled Fusion. NIFS-PROC-48. National Institute for Fusion Science, 2000. P. 240. <http://hibp.ecse.rpi.edu/~connor/education/plasma/PlasmaEngineering/Miyamoto.pdf>
11. Progress in ITER Physics Basis. Chapter 2 // Nucl. Fusion. Vol. 47. 2007. P. S18.
12. Чирков А. Ю. // Прикладная физика. 2007. № 2. С. 31.

Fusion plasma thermal stability at different energy confinement scaling laws

A. S. Svetlov and A. Yu. Chirkov

Bauman Moscow State Technical University
5 2-nd Baumanskaya str., Moscow, 105005, Russia
E-mail: chirkov@bmstu.ru

Received March 14, 2016

The integral stability of operating conditions of a fusion reactor is considered. A significant difference is shown for the regimes with fusion alpha particles and no fusion reaction so the fusion product heating depends on plasma parameters much stronger than absorbed power of external heating. This issue is important for the analysis of possible stationary operational modes of fusion reactors based on alternative systems of plasma confinement. The stability region extends substantially while reducing the plasma power gain factor Q . This fact is important for fusion neutron sources with $Q \sim 1$, since it means a more reliable control of the power than in reactors with $Q \sim 10$. The analysis is based on the energy equation. In general, the confinement time is represented in the form of a power scaling law. Some confinement scaling laws are analyzed. For example, one of the possible scaling for the field reversed magnetic configuration (FRC) may correspond to unstable regimes at $Q > 5$.

PACS: 52.55.Dy; 28.52.-s; 02.30.Yy

Keywords: fusion plasma, power balance, particle balance, confinement time, stability.

REFERENCES

1. *ITER Physics Basis*, Nucl. Fusion **39**, 2137 (1999).
2. *Progress in ITER Physics Basis. Chapter 1*, Nucl. Fusion **47**, S1 (2007).
3. *Progress in ITER Physics Basis. Chapter 8*, Nucl. Fusion **47**, S385 (2007).
4. D. Humphreys, G. Ambrosino, P. de Vries, F. Felici, S. H. Kim, G. Jackson, A. Kallenbach, E. Kolemen, J. Lister, D. Moreau, A. Pironti, G. Raupp, O. Sauter, E. Schuster, J. Snipes, W. Treutterer, M. Walker, A. Welander, A. Winter, and L. Zabeo, Phys. Plasmas **22**, 021806 (2015).
5. M. D. Boyer and E. Schuster, Nucl. Fusion **55**, 083021 (2015).
6. J. R. McNally, Jr., Nuclear Technol./Fusion **2**, 9 (1982).
7. A. Yu. Chirkov, Yadernaya Fizika i Inzhiniring **4**, 1050 (2013).
8. A. Yu. Chirkov, Nuclear Fusion **55**, 113027 (2015).
9. V. I. Khvesyuk and A. Yu. Chirkov, Voprosy Atomnoi Nauki i Tekhniki. Termoyadernyi Sintez **3**, 17 (2000).
10. K. Miyamoto, *Fundamentals of Plasma Physics and Controlled Fusion*, NIFS-PROC-48, National Institute for Fusion Science, 2000. P. 240. <http://hibp.ecse.rpi.edu/~connor/education/plasma/PlasmaEngineering/Miyamoto.pdf>
11. *Progress in ITER Physics Basis. Chapter 2*, Nucl. Fusion **47**, S18 (2007).
12. A. Yu. Chirkov, Prikladnaya Fizika **2**, 31 (2007).