

УДК 536.3

PACS: 44.40.+a, 42.68Ay, 42.72.g

Метод расчета коэффициентов мощности излучения черных и серых тел, соизмеримых по размерам с излучаемыми длинами волн

А. Н. Свиридов, Л. Д. Сагинов

Предложена методика и выполнены расчеты зависимостей коэффициента излучения абсолютно черного тела (АЧТ) от размеров диафрагм излучающего отверстия, для гипотетических случаев, когда размеры диафрагм соизмеримы с излучаемыми длинами волн, а диафрагмы изготовлены из непрозрачного для излучения диэлектрика. Определена величина длины волны «отсечки» $\lambda = 1,772 \times A$ для квадратного отверстия диафрагмы, где A – сторона квадрата и $\lambda = 1,571 \times D$ для круглого отверстия, где D – диаметр отверстия, т. е. показано, что тело не может излучать длины волн λ большие, чем $1,772 \times A$ в случае квадратного отверстия и $1,571 \times D$ в случае круглого отверстия. Показано, что если «отсеченные» длины волн вносили сколько-нибудь заметный вклад в интегральное излучение АЧТ с температурой T при стандартных диаметрах диафрагм (т.е. при диаметрах много больших излучаемых длин волн), то коэффициент излучения этого тела становится меньше единицы и быстро уменьшается при размерах диафрагм, соизмеримых с λ . В этих случаях, подобное тело перестает быть абсолютно черным телом и для расчетов мощности его излучения нельзя применять законы Планка и Стефана–Больцмана, но можно использовать методику, предложенную в этой работе.

Ключевые слова: абсолютно черное тело (abb), закон Планка, закон Стефана–Больцмана, плотность потока излучения, коэффициент излучения, диаметр диафрагмы, дифракция, пространственная мода, мощность моды.

DOI: 10.51368/1996-0948-2021-1-57-62

Введение

В науке и технике возникают задачи количественного анализа взаимодействия теплового излучения с объектами, размеры которых сопоставимы с длинами волн излучения. Например, большую научную и практическую важность представляют методы, количественно описывающие процессы теплового переноса излучения в атмосфере, в рамках которых

рассматриваются процессы рассеяния, отражения и поглощения световых потоков молекулами, а также каплями и частицами, размеры которых соизмеримы с длинами волн излучения [1–4]. Подобные задачи возникают также в процессе исследований и разработок в порошковой металлургии, в медицине, в областях микротехнологии, наноматериалов, наноструктур.

Для нахождения характеристик взаимодействия частиц с излучением они математически моделируются телами определенной формы, что позволяет решать для таких тел задачу о дифракции на них электромагнитных волн. Точное решение задачи дифракции и рассеяния излучения получено для однородного шара в рамках теории Ми [5]. В [6] для расчета теплового излучения однородных шариков из полупрозрачного материала использовалась теория переноса. Результаты сравни-

Свиридов Анатолий Николаевич, научный консультант, к.ф.-м.н.

E-mail: sviridtol@yandex.ru

Сагинов Леонид Дмитриевич, в.н.с., к.ф.-м.н.

E-mail: lsaginov@yandex.ru

Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ.
Россия, 109428, Москва, 1-й Институтский проезд, 5.

Статья поступила в редакцию 12 января 2021 г.

© Свиридов А. Н., Сагинов Л. Д., 2021

вались с точным решением, полученным по теории Ми.

В [7] приведены расчеты (с использованием приближенного метода [1]) излучательных способностей проводящих сферических частиц из меди и графита от их радиуса при различных температурах.

В этих и других работах было показано, что тепловое излучение частиц, размеры которых соизмеримы с падающими на них или излучаемыми ими длинами волн, нельзя рассчитывать с помощью классических законов Планка и Стефана–Больцмана. Такие тела нельзя считать черными или серыми излучателями. Их излучательные и поглощательные способности и спектральный состав излучения зависят от размеров и формы.

В контексте приведенных примеров представляет также интерес анализ характеристик излучения и поглощения плоских объектов, ограниченных апертурами, размеры которых соизмеримы с излучаемыми или поглощаемыми длинами волн. Такими объектами могут быть пиксели охлаждаемых и не охлаждаемых матричных приемников излучения, например, микроболометрических матриц тепловизоров [8]. В тепловом приемнике регистрируются не потоки фотонов, а приращение внутренней энергии (температуры) пикселя [9]. Суммарные тепловые потери микроболометрического пикселя определяются в основном радиационными потерями и зависят от коэффициента излучения, который в свою очередь может зависеть от размеров пикселя из-за влияния дифракции. Эти соображения следует учитывать при расчетах чувствительности подобных матриц. Влияние относительных (по отношению к длинам волн принимаемого излучения) размеров приемников на предельные частотные характеристики приемников, а также влияние дифракции, аббераций оптики и угловых размеров наблюдаемых излучающих объектов на предельные возможности идеальных тепловизоров при наблюдении «точечных» излучателей рассматривалось в [10–12].

Тепловое излучение, прошедшее через субволновые отверстия, также нельзя описывать законами Планка и Стефана–Больцмана. Действительно, в [13] показано, что нормированный на площадь апертуры коэффициент пропускания излучения через круглое субвол-

новое отверстие в металлическом экране (в предположении нулевой толщины экрана и бесконечной проводимости металла) уменьшается пропорционально $(D/\lambda)^4$, т. е. при прохождении через субволновые отверстия меняется не только интенсивность, но и спектральный состав излучения. Наличие крошечных отверстий в непрозрачной металлической пленке, размеры которых меньше длины волны падающего света, приводит к широкому набору неожиданных оптических свойств, таких как усиленное пропускание света через отверстия и фильтрация по длине волны. Эти эффекты обусловлены взаимодействием света с плазмонными резонансами на поверхности металлической пленки, причем ими можно управлять, регулируя размер и геометрию отверстий. Эти знания открывают новые возможности в самых разных областях применения, в том числе обеспечивая новый подход для реализации многоспектральных инфракрасных фотоприемников [14, 15].

Определение критерия отсечки

Проанализируем влияние размеров апертурного отверстия на коэффициент излучения гипотетической модели АЧТ, у которого мы можем плавно менять A – величину стороны квадрата (в случае квадратного отверстия) или D – диаметр (в случае круглого отверстия) в диапазоне величин излучаемых длин волн. Будем полагать, что в рассматриваемой гипотетической модели АЧТ: экран, в котором имеется диафрагма, охлаждается до температуры жидкого азота, чтобы не учитывать его излучение и изготовлен из непрозрачного для излучения диэлектрика, а не из металла для того, чтобы исключить влияние плазмонных резонансов, возбуждаемых проходящим излучением в металлических экранах с субволновыми отверстиями. В [16] делается вывод о том, что световой поток с длиной волны λ не может проходить через отверстие D и излучаться в свободное пространство, если $D < \lambda/2$, т. е. $\lambda = 2D$ предложено считать длиной волны «отсечки». Излучатели с подобными диафрагмами (размерами) уже не могут считаться АЧТ. Будем далее называть подобные объекты малоразмерными тепловыми излучателями – МТИ. Для нас будут представлять особый интерес

МТИ с размерами излучающих поверхностей, находящимися в диапазоне 10^{-6} м – 10^{-4} м, поскольку среднегодовые температуры поверхности Земли и поверхностных вод Мирового Океана оцениваются следующими приближенными величинами: 15°C и 17°C . Этим температурам соответствует максимум теплового излучения большинства природных объектов на длинах волн близких к 10^{-5} м.

Проведем расчеты зависимостей коэффициентов излучения МТИ от размеров излучающей поверхности и температуры T . Для этого воспользуемся формализмом разложения потоков излучения на пространственные моды^{1*}. Такой подход позволяет естественным образом учитывать дифракционные эффекты.

Пусть тело, площадь излучающего отверстия которого равна S (в случае квадратного отверстия в диафрагме: $S = A^2$, а в случае круглого, $S = \pi D^2/4$), излучает в телесном угле Ω . В случае ламбертовского источника, а таким является черное тело: $\Omega = \pi$.

Тогда, для каждой длины волны λ этого пучка справедливо следующее соотношение [18]:

$$M = (\Omega \times S) / \lambda^2 \quad (1)$$

где M – число пространственных мод с длиной волны λ , т. е. полное число монохроматических лучей с длиной волны λ , содержащихся в этом пучке.

Выполнение равенства (1) является необходимым условием распространения любой пространственной моды с длиной волны λ этого пучка в свободном пространстве.

При $M < 1$, в пучке будут отсутствовать лучи (моды) с длиной волны λ .

В случае прямоугольного отверстия этому условию будет соответствовать длина волны отсечки $\lambda = 1,772 \times A$, а в случае круглого отверстия $\lambda = 1,571 \times D$.

Методика расчета и результаты

Приведем основные соотношения, применяемые в дальнейших расчетах, в которых

* Под пространственной модой (типом колебаний) понимают волну с заданными частотой ν , направлением распространения k , и поляризацией ρ_e , где ρ_e – единичный вектор поляризации; e – индекс, принимающий только два значения: $e = 1, 2$ [17, 18].

используются следующие обозначения (размерность в СИ): h , k , σ , c – соответственно, постоянные Планка, Больцмана, Стефана–Больцмана и скорость света; λ , ν , T – соответственно, длина волны, частота излучения и температура.

$\Phi_{abb}(T)$ – мощность излучения АЧТ с единицы площади излучающей поверхности в интервале частот от 0 до ∞ (Закон Стефана–Больцмана):

$$\Phi_{abb}(T) = \sigma T^4 \quad (2)$$

$P_o(\nu, T)$ – энергия одной пространственной моды с частотой ν , излучаемой АЧТ с температурой T [17, 18]:

$$P_o(\nu, T) = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \quad (3)$$

$\Psi_1(\nu, T, A)$ – энергия излучения МТИ на частоте ν может быть рассчитана путем умножения числа мод $M_1(\nu, A)$, излучаемых поверхностью (ограниченной квадратом со стороной A) в телесном угле $\Omega = \pi$, на энергию каждой моды $P_o(\nu, T)$.

$$\Psi_1(\nu, T, A) = 2P_o(\nu, T) \times M_1(\nu, A) \quad (4)$$

$$\text{где } M_1(\nu, A) = \begin{cases} \frac{A^2 \Omega \nu^2}{c^2} & \text{if } \frac{A^2 \Omega \nu^2}{c^2} \geq 1 \\ 0 & \text{if } \frac{A^2 \Omega \nu^2}{c^2} < 1 \end{cases} \quad (5)$$

$\Psi_2(\nu, T, D)$ – энергия излучения МТИ на частоте ν может быть рассчитана путем умножения числа мод $M_2(\nu, D)$, излучаемых поверхностью (ограниченной окружностью диаметром D) в телесном угле $\Omega = \pi$, на энергию каждой моды $P_o(\nu, T)$.

$$\Psi_2(\nu, T, D) = 2P_o(\nu, T) \times M_2(\nu, D) \quad (6)$$

$$\text{где } M_2(\nu, D) = \begin{cases} \frac{\pi D^2 \Omega \nu^2}{4c^2} & \text{if } \frac{\pi D^2 \Omega \nu^2}{4c^2} \geq 1 \\ 0 & \text{if } \frac{\pi D^2 \Omega \nu^2}{4c^2} < 1 \end{cases} \quad (7)$$

Множитель 2 в формулах (4) и (6) учитывает две возможные поляризации мод.

$\Phi_1(T, A)$ – мощность, излучаемая поверхностью (ограниченной квадратом со стороной A); $\Phi_2(T, D)$ – мощность излучаемая, поверхностью (ограниченной окружностью диаметром D). Эти мощности рассчитывали по следующим выражениям:

$$\Phi_1(T, A) = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \Psi_1(\nu, T, A) d\nu \quad (8)$$

$$\Phi_2(T, D) = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \Psi_2(\nu, T, D) d\nu \quad (9)$$

где $\nu_1 = 10^{11}$ Гц, $\nu_2 = 10^{15}$ Гц.

На рис. 1 и рис. 2 приведены зависимости $\varepsilon_1(A, T)$ и $\varepsilon_2(D, T)$ коэффициентов излучения МТИ от квадратного или круглого отверстий рассчитанные при различных значениях T , соответственно, по выражениям (10) или (11).

$$\varepsilon_1(A, T) = \frac{\Phi_1(T, A)}{A^2 \times \Phi_{abb}(T)} \quad (10)$$

$$\varepsilon_2(D, T) = \frac{\Phi_2(T, D)}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) \times \Phi_{abb}(T)} \quad (11)$$

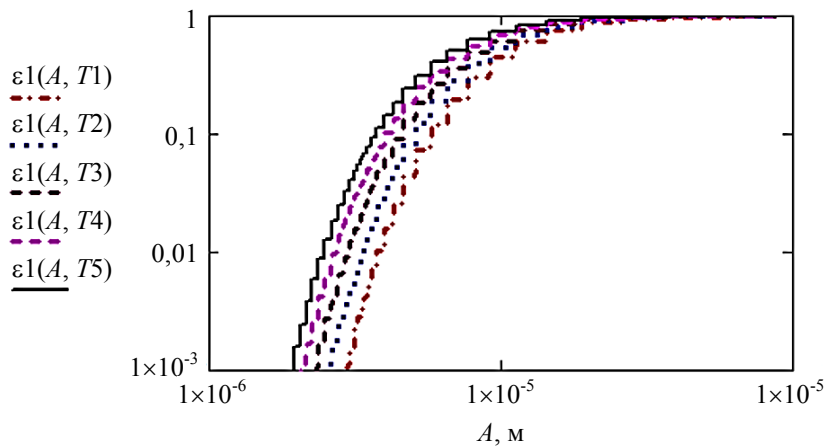


Рис. 1. Зависимости $\varepsilon(T, A)$ коэффициентов излучения МТИ от A , рассчитанные при следующих значениях T : $T_1 = 213$ К; $T_2 = 243$ К; $T_3 = 273$ К; $T_4 = 303$ К; $T_5 = 333$ К.

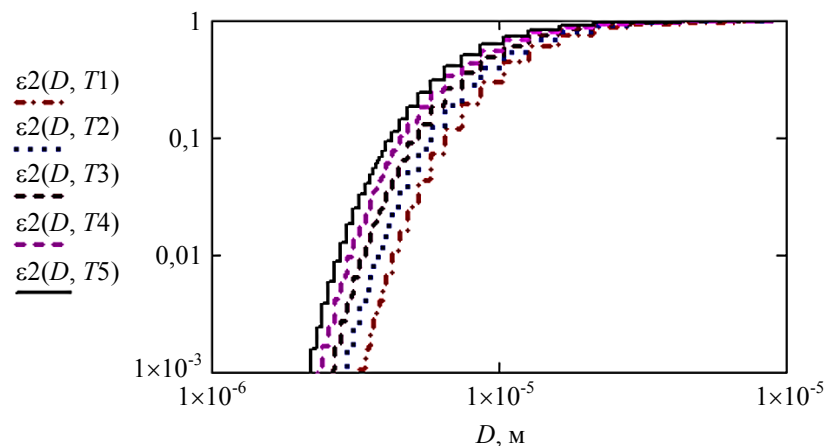


Рис. 2. Зависимости $\varepsilon(T, A)$ коэффициентов излучения МТИ от D , рассчитанные при следующих значениях T : $T_1 = 213$ К; $T_2 = 243$ К; $T_3 = 273$ К; $T_4 = 303$ К; $T_5 = 333$ К.

Видно, что в рассматриваемом диапазоне температур T_1 – T_5 при диаметрах отверстий несколько больших 6×10^{-5} м, коэффициенты излучения МТИ равны 1. При уменьшении A или D коэффициенты излучения уменьшаются (причем быстрее всего уменьшаются зависимости, рассчитанные при более низких температурах) и при диаметрах

отверстий меньших $(3-4) \times 10^{-6}$ м коэффициенты излучения уменьшаются почти в 10^3 раз, т. е. МТИ практически перестают излучать.

Заключение

Определены критерии отсечки длин волн при прохождении излучения АЧТ через суб-

волновые отверстия в диафрагмах из непрозрачного для излучения диэлектрика.

Предложена методика расчетов зависимостей коэффициентов излучения и спектральных и интегральных мощностей абсолютно черного тела от размеров диафрагмы излучающего квадратного и круглого отверстия, для гипотетических случаев, когда размеры отверстий соизмеримы с излучаемыми длинами волн.

Результаты расчетов приведены в виде графиков, которые могут быть использованы:

– для определения коэффициентов излучения МТИ с температурами 213–333 К по их излучающим размерам;

– для приближенных расчетов плотностей потока излучения МТИ с температурами: 213–333 К по следующей формуле: $\Phi_{\text{МТИ}}(D, T) \approx \varepsilon(D, T) \times \varepsilon_0 \times \sigma T^4$, где ε_0 – коэффициент излучения, присущий материалу «серого» излучателя и геометрии его поверхности, $\varepsilon(D, T)$ – коэффициент, определяемый из рис. 1 или рис. 2 по размерам излучателя и температуре МТИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. V111. Электродинамика сплошных сред 4-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.

2. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. – М.: Мир, 1986.

3. Coulson S. G., Wickramasinghe N. C. // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2003. V. 343. № 4. P. 1123.

4. Тимофеев Ю. В., Васильев А. В. Основы теоретической атмосферной оптики. – Санкт Петербург, 2007. С. 69–86, 106–118.

5. Mie G. // Ann. Phys. 1908. V. 25. P. 377.

6. Домбровский Л. А. // Теплофизика высоких температур. 1999. Т. 37. № 2. С. 284.

7. Мартыненко Ю. В., Огнев Л. И. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 11. С. 130.

8. Radford W., Murphy D., Finnc A., Kennedy A., Ray M., Sayed A., Wyles J., Wyles R., Varesi J., Moody E., Cheung E. // SPIE. 1999. Vol. 3696.

9. Таубкин И. И., Трищенко М. А. // Оптический журнал. 1996. № 6. С. 18.

10. Свиридов А. Н., Бабенко В. П. // Прикладная физика. 2010. № 2. С. 91.

11. Bakumenko V. L., Sviridov A. N., Taubkin I. I. // Infrared Physics & Technology. 2002. Vol. 43. № 2. С. 77.

12. Bakumenko V. L., Sviridov A. N., Taubkin I. I. // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering 16th International Conference on Photoelectronics and Night Vision Devices. Sponsors: Ministry of Economics (Russia), SPIE Russia Chapter. Moscow, Russia, 2000. С. 284–304.

13. Bethe H. A. // Phys. Rev. 1944. Vol. 66. P. 163.

14. Fei Cheng, Jie Gao, Ting S. Luk, Xiaodong Yang // Sci. Rep. 2015. Vol. 5. P. 11045.

15. Wang A., Dan Y. // Sci Rep. 2018. Vol. 8. P. 11257.

16. Лисица В. С. Введение в нанооптику. – М.: МФТИ, 2012.

17. Фридрихов С. А., Мовнин С. М. Физические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1982.

18. Гальярди Р. М., Карп Ш. Оптическая связь. – М.: Связь, 1978.

PACS: 44.40.+a, 42.68Ay, 42.72.g

A method for calculating the radiation power coefficients of black and gray bodies with dimensions commensurable with the radiated wavelengths

A. N. Sviridov and L. D. Saginov

FSAC VIM

5, 1st Institutsky proezd, Moscow, 109428, Russia

Received January 12, 2021

A technique is proposed and the calculations of the dependences of the emissivity of an absolute black body (BBB) on the size of the diaphragms of the emitting aperture are performed for hypothetical cases when the sizes of the diaphragms are commensurate with the emitted wavelengths, and the diaphragms are made of a dielectric opaque for radiation. The value of the

cutoff wavelength $\lambda = 1.772 \times A$ for the square aperture of the diaphragm was determined, where A is the side of the square and $\lambda = 1.571 \times D$ for the round hole, where D is the hole diameter, i.e. it is shown that the body cannot emit wavelengths λ greater than $1.772 \times A$ in the case of a square hole and $1.571 \times D$ in the case of a round hole. It is shown that if the “cut off” wavelengths made any significant contribution to the integral radiation of a blackbody with temperature T at standard diaphragm diameters (i.e., at diameters of much larger radiated wavelengths), then the emissivity of this body becomes less than unity and rapidly decreases when the size of the diaphragms is commensurate with λ . In these cases, such a body ceases to be an absolutely black body and the laws of Planck and Stefan–Boltzmann cannot be used to calculate the power of its radiation, but the technique proposed in this work can be used.

Keywords: absolutely black body, Planck's law, Stefan-Boltzmann law, radiation flux density, emissivity, diaphragm diameter, diffraction, spatial mode, mode power.

REFERENCES

1. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media Vol. 8 (1st ed.)* (Pergamon Press. 1960), FIZMATLIT, Moscow, 2005).
2. Craig F. Bohren and Donald R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons New York Chichester-Brisbane-Toronto-Singapore; Mir, Moscow, 1986).
3. S. G. Coulson and N. C. Wickramasinghe, *Monthly notices of the Royal Astronomical Society* **343** (4), 1123 (2003).
4. Yu. V. Timofeev and A. V. Vasiliev, *Fundamentals of theoretical atmospheric optics* (St. Petersburg, 2007), p. 69–86, 106–118 [in Russian].
5. G. Mie, *Ann. Phys.* **25**, 377 (1908).
6. L. A. Dombrowski, *Thermophysics of high temperatures* **37** (2), 284 (1999).
7. Yu. V. Martynenko and L. I. Ognev, *ZhTF* **75** (11), 130 (2005).
8. W. Radford, D. Murphy, A. Finch, A. Kennedy, M. Ray, A. Sayed, J. Wyles, R. Wyles, J. Varesi, E. Moody, and E. Cheung, *SPIE* **3696** (1999).
9. I. I. Taubkin and M. A. Trishenkov, *Optical journal*, No. 6, 18 (1996).
10. A. N. Sviridov and V. P. Babenko, *Applied Physics*, No. 2, 91 (2010).
11. V. L. Bakumenko, A. N. Sviridov, and I. I. Taubkin, *Infrared Physics & Technology* **43** (2), 77 (2002).
12. V. L. Bakumenko, A. N. Sviridov, and I. I. Taubkin, *In Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering 16th International Conference on Photoelectronics and Night Vision Devices. Sponsors: Ministry of Economics (Russia)*, SPIE Russia Chapter. Moscow, Russia, p. 284–304 (2000).
13. H. A. Bethe, *Phys. Rev.* **66**, 163 (1944).
14. Fei Cheng, Jie Gao, Ting S. Luk, and Xiaodong Yang, *Sci. Rep.* **5**, 11045 (2015).
15. A. Wang and Y. Dan, *Sci. Rep.* **8**, 11257 (2018).
16. V. S. Lisitsa, *Introduction to nanooptics* (MFTI, Moscow, 2012, p. 159) [in Russian].
17. S. A. Friedrichov and S. M. Movnin, *Physical foundations of electrical engineering* (Higher School, Moscow, 1982) [in Russian].
18. Robert. M. Gagliardi and Sherman Karp, *Optical communications*. (A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons, New York-London-Sydney-Toronto, 1976; Svyaz, Moscow, 1978).