

Определение мощности излучения плазменной дуги по потоку излучения на фотоприёмник*В. Ф. Лапшин*

Установлена связь между мощностью электромагнитного излучения плазмы дуги и величиной потока излучения, падающего на поверхность фотоприёмника. С этой целью решено уравнение переноса излучения в плазме дуги для случаев, когда поверхности электродов полностью отражают либо полностью поглощают падающее на них излучение. Рассматривается случай, когда газоразрядная плазма является аксиально-симметричной, однородной и находится в состоянии локального термодинамического равновесия. Получены формулы для мощности P_{pl} излучения дуги и мощности P_d излучения, падающего на фотоприёмник. Установлено соотношение, связывающее мощности P_{pl} и P_d . Выполнен численный анализ этого соотношения в широком диапазоне значений геометрических параметров задачи. Результаты расчётов представлены в удобной графической форме. Получены простые асимптотические формулы, связывающие P_{pl} и P_d в широкой области параметров эксперимента.

Ключевые слова: электромагнитное излучение, электрическая дуга, уравнение переноса излучения, фотоприёмник.

DOI: 10.51368/1996-0948-2022-5-25-31

Введение

Электромагнитное излучение играет важную роль в балансе энергии электрических дуг. Для экспериментального определения мощности излучения дугового разряда необходимо выполнить многократные измерения при различных положениях фотоприёмника относительно плазменного столба дуги [1, 2]. Такие измерения трудоёмки и не всегда возможны. Для восстановления значения мощности излучения дуги по измерению из одного положения фотоприёмника необходима де-

тальная информация о диаграмме направленности излучения. Некоторые частные случаи решения этой задачи для конкретной геометрии эксперимента рассмотрены в [2–5]. В этих работах используются те или иные предположения о направленности излучения дуги. Кроме того, при выводе формул не учитываются отражение и поглощение излучения электродами. В условиях коротких дуг эти явления могут оказывать существенное воздействие на поле излучения дуги [6, 7]. Цель настоящей работы состоит в установлении взаимосвязи между потоком излучения на фотоприёмник и мощностью, излучаемой дугой. Решение этой задачи основано на нахождении поля излучения дуги с помощью уравнения переноса излучения. При постановке граничных условий отдельно рассматриваются случаи, когда электроды, ограничивающие плазму, имеют отражающие или поглощающие электромагнитное излучение поверхности. В работе рассматривается случай, когда аксиально-симметричная однородная плазма дуги

Лапшин Владимир Фёдорович^{1,2}, с.н.с., профессор, д.ф.-м.н.

E-mail: lapshin@mail.ioffe.ru, lapshinvf@mail.ru

¹ Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе.

Россия, 194021, С.-Петербург, Политехническая ул., 26.

² Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I.

Россия, 190031, С.-Петербург, Московский пр., 9.

Статья поступила в редакцию 16 августа 2022 г.

© Лапшин В. Ф., 2022

заключена между двумя электродами цилиндрической формы и находится в состоянии локального термодинамического равновесия (ЛТР).

Решение уравнения переноса излучения в столбе дуги

Стационарное уравнение переноса излучения в однородной аксиально-симметричной плазме при наличии в плазме ЛТР имеет вид [8]:

$$\Omega \nabla I_\lambda(r, z, \Omega) = k'_\lambda [I_{\lambda P} - I_\lambda(r, z, \Omega)]. \quad (1)$$

Здесь I_λ – спектральная интенсивность излучения с длиной волны λ , r и z – радиальная и продольная координаты (см. рис. 1), k'_λ – коэффициент поглощения плазмы с учётом поправки на вынужденное излучение, $I_{\lambda P} = 2hc^2\lambda^{-5}[\exp(hc/\lambda k_B T) - 1]^{-1}$ – равновесная (планковская) спектральная интенсивность, h и k_B – постоянные Планка и Больцмана, c – скорость света в вакууме, T – температура плазмы.

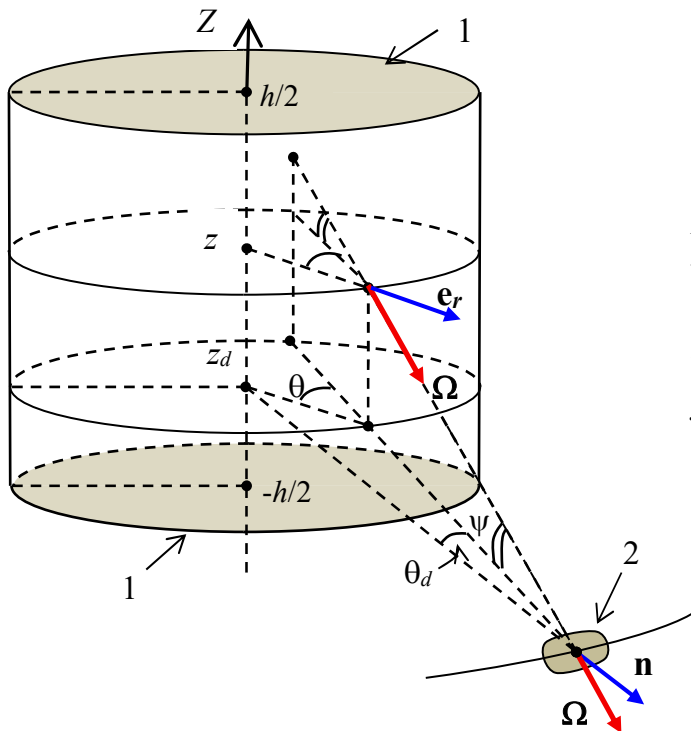


Рис. 1. Геометрия задачи: 1 – поверхность электрода; 2 – фотоприёмник; Ω – вектор единичной длины в направлении полёта фотона; e_r – нормаль к поверхности плазменного столба; n – нормаль к поверхности фотоприёмника (перпендикулярна оси цилиндра)

При постановке граничных условий на боковой поверхности S_{pl} столба дуги учтено, что излучение не входит в плазму через эту поверхность:

$$I_\lambda(\Omega)|_{S_{pl}} = 0, \text{ если } (\Omega e_r) < 0. \quad (2)$$

Граничные условия на поверхностях электродов записываются отдельно для случаев полного отражения излучения (коэффициент отражения $\alpha = 1$) и полного поглощения ($\alpha = 0$):

$$I_\lambda(\Omega)|_{el} = 0, \text{ если } (\Omega n_{el}) < 0 (\alpha = 0), \quad (3)$$

$$I_\lambda(\Omega)|_{el} = I_\lambda(\Omega')|_{el}, \quad (4)$$

если $(\Omega n_{el}) = -(\Omega' n_{el}) (\alpha = 1)$.

Здесь Ω и Ω' – векторы, задающие направления полёта падающего и отражённого от электрода фотона, n_{el} – нормаль к поверхности электрода. Используя метод прямого интегрирования [9, 10], решение (1)–(4) для I_λ на поверхности плазменного столба можно записать в виде:

$$I_\lambda(z, \theta, \psi)|_{S_{pl}} = I_{\lambda P} [1 - \exp(k'_\lambda l(z, \theta, \psi) / \cos \psi)], \quad (5)$$

где в случае отражающей поверхности электродов $l(z, \theta, \psi) = 2R \cos \theta$, а при поглощающей поверхности

$$l(z, \theta, \psi) = \begin{cases} 2R \cos \theta, & -\psi_1 < \psi < \psi_2 \\ (0,5h+z) \operatorname{ctg} |\psi|, & -0,5\pi < \psi < -\psi_1 \\ (0,5h-z) \operatorname{ctg} \psi, & \psi_2 < \psi < 0,5\pi. \end{cases}$$

Здесь θ и ψ – азимутальный и полярный углы вектора Ω , h – расстояние между электродами, R – радиус плазменного столба, $\operatorname{tg} \psi_1 = (h/2 + z)/(2R \cos \theta)$, $\operatorname{tg} \psi_2 = (h/2 - z)/(2R \cos \theta)$, $-h/2 \leq z \leq h/2$.

Спектральная мощность потерь энергии на излучение P_{pl} через боковую поверхность дуги выражается теперь через спектральную интенсивность излучения (5):

$$P_{pl}(\lambda) = \int_{S_{pl}} dS \int_{(2\pi)} (\Omega \mathbf{e}_r) I_\lambda(z, \Omega) \Big|_{S_{pl}} d\Omega = \pi I_{\lambda p} S_{pl} \varepsilon_\lambda \quad (6)$$

где $S_{pl} = 2\pi R h$. Величина ε_λ имеет смысл спектральной степени черноты и для случая отражающих поверхностей ($\alpha = 1$), ограничивающих плазму, имеет вид

$$\varepsilon_\lambda(\tau_D) = 1 - \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta \cos \theta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \exp(-\tau_D \cos \theta / \cos \psi) \cos^2 \psi,$$

а для поглощающих поверхностей ($\alpha = 0$)

$$\varepsilon_\lambda(\tau_D, \delta) = \frac{2}{\pi} \int_0^1 dx \int_0^{\pi/2} d\theta \cos \theta \times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \cos^2 \psi \left[1 - \exp(-\tau_D g(x, \theta, \psi)) \right].$$

Здесь $\delta = h/4R$, $\tau_D = 2k'_\lambda R$, $x = 2z/h$,

$$g(x, \theta, \psi) = \begin{cases} \cos \theta / \cos \psi, & -\psi_1 < \psi < \psi_2, \\ \delta(1+x) / \sin |\psi|, & -0,5\pi < \psi < -\psi_1, \\ \delta(1-x) / \sin \psi, & \psi_2 < \psi < 0,5\pi, \end{cases} \quad (7)$$

где, в безразмерных переменных, $\operatorname{tg} \psi_1 = \delta(1+x)/\cos \theta$ и $\operatorname{tg} \psi_2 = \delta(1-x)/\cos \theta$.

Поток излучения на фотоприёмник

В работе рассчитывается поток излучения на плоский чувствительный элемент фотоприёмника, расположенный перпендикулярно радиальному направлению в дуге (см. рис. 1). При этом координата z_d центра чувствительного элемента и расстояние L от него до оси разряда могут принимать любые значения. Поверхность чувствительного элемента будем считать освещенной равномерно. Мощность P_d потока излучения, падающего на фотоприёмник, задаётся в этом случае соотношением

$$P_d(\lambda) = S_d \int_{\Delta\Omega} (\Omega \mathbf{n}) I_\lambda(\Omega) \Big|_{S_d} d\Omega \quad (8)$$

Здесь $I_\lambda(\Omega) \Big|_{S_d}$ – спектральная интенсивность излучения, падающего на поверхность фотоприёмника, $\Delta\Omega$ – телесный угол, в пределах которого фотоны достигают его поверхности. Отметим, что полярный и азимутальный углы ψ_d и θ_d вектора Ω , задающего направление полёта фотона на поверхности фотоприёмника, связаны с углами ψ и θ этого же вектора на поверхности плазменного цилиндра, соотношениями (см. рис. 1):

$$L \sin \theta_d = R \sin \theta \text{ и } \psi_d = \psi.$$

Как видно из рис. 1, телесный угол $\Delta\Omega$ определяется возможными значениями азимутального и полярного углов θ_d и ψ : $-\theta_{d \max} \leq \theta_d \leq \theta_{d \max}$ и $\psi_{\min} \leq \psi \leq \psi_{\max}$. Предельные значения углов задаются соотношениями (см. рис. 1):

$$\begin{aligned} \sin \theta_{d \max} &= R/L, \\ \operatorname{tg} \psi_{\min} &= -(0,5h + z_d)/(L \cos \theta_d - R \cos \theta), \\ \operatorname{tg} \psi_{\max} &= (0,5h - z_d)/(L \cos \theta_d - R \cos \theta). \end{aligned}$$

Теперь отметим, что внешняя по отношению к плазменному объёму среда является холодной и прозрачной. Это значит, что поглощением и излучением среды, окружающей плазменный объём, можно пренебречь. В этом случае, как следует из (1), величина спектральной интенсивности I_λ во внешней среде остаётся постоянной вдоль каждого направления. Соответственно, значения I_λ для излучения, падающего на фотоприёмник и выходящего с поверхности плазменного цилиндра,

одинаковы: $I_\lambda(\Omega)|_{S_d} = I_\lambda(\Omega)|_{S_{pl}}$. После подстановки решения (5) в (8) получаем:

$$P_d(\lambda) = \pi I_{\lambda P} S_d \frac{R}{L} f_\lambda. \quad (9)$$

Здесь

$$f_\lambda(x_d, \tau_D, p_1, p_2) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta \cos\theta \int_{\psi_{\min}}^{\psi_{\max}} d\psi \cos^2\psi [1 - \exp(-\tau_D g)], \quad (10)$$

$x_d = 2z_d/h$, $p_1 = h/2L$, $p_2 = R/L$. При $\alpha = 1$ функция $g = \cos\theta/\cos\psi$, а при $\alpha = 0$ функция g , по-прежнему, задаётся формулой (7), где $x = x_d + \text{tg}\psi(\cos\theta_d - p_2\cos\theta)/p_1$ и $\delta = 0,5p_1/p_2$.

Связь между мощностью излучения дуги (6) и мощностью излучения, падающего на фотоприёмник (9) задаётся теперь соотношением:

$$\frac{P_d}{P_{pl}} = \frac{S_d}{2\pi Lh} \gamma, \quad (11)$$

где $\gamma(x_d, \tau_D, p_1, p_2) = f_\lambda/\varepsilon_\lambda$.

Результаты расчётов и обсуждение

Приступая к обсуждению результатов, прежде всего отметим, что величина γ при $h/2L < 0,1$ практически не зависит от x_d , если $|z_d| < h/2$, т. е. если фотоприёмник находится напротив излучающей дуги. Зависимость величин f_λ и ε_λ от оптической плотности дуги τ_D определяется, в основном, выражением $1 - \exp(-\tau_D)$. По этой причине $\gamma = f_\lambda/\varepsilon_\lambda$ слабо зависит от τ_D . Ниже все вычисления выполнены для значений $x_d = 0$ и $\tau_D = 0,1$. Зависимость величины γ от параметра $p_1 = h/2L$ при разных значениях $p_2 = R/L$ приведена на рис. 2.

Отметим, что при $p_1 > 0,5$ значения величины γ для случаев отражающих и поглощающих электродов практически не отличаются. Разница между ними не превышает 1% при $p_2 < 0,3$. Кроме того, при больших значениях параметра p_1 углы $\psi_{\min} \rightarrow -\pi/2$, $\psi_{\max} \rightarrow \pi/2$. В результате этого $f_\lambda \rightarrow \varepsilon_\lambda$ и $\gamma \rightarrow 1$. При этом отличие γ от единицы составляет $\sim (p_1)^{-3}$ для $\alpha = 1$ и $\sim (p_1)^{-2}$ для $\alpha = 0$ при $p_2 > 0,1$.

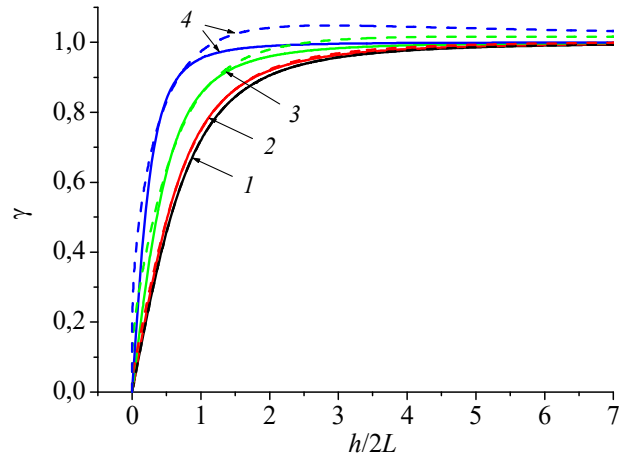


Рис. 2. Зависимость величины $\gamma = f_\lambda/\varepsilon_\lambda$ от параметра $p_1 = h/2L$ при различных значениях отношения R/L : 1 – 0,003; 2 – 0,1; 3 – 0,4; 4 – 0,7. Сплошная линия – $\alpha = 1$, пунктир – $\alpha = 0$.

При небольших значениях параметра p_1 соотношение (11) представим в эквивалентной, но более удобной для анализа форме. С этой целью величину γ представим в виде $\gamma = p_1\gamma_0$. Соотношение (11) преобразуется при этом к виду:

$$\frac{P_d}{P_{pl}} = \frac{S_d}{4\pi L^2} \gamma_0. \quad (12)$$

Здесь величина $S_d/4\pi L^2$ выражает зависимость отношения P_d/P_{pl} от расстояния L для простейшего случая точечного изотропного источника излучения. Соответственно, величина γ_0 в (12) характеризует отличие этой зависимости от простейшего случая, обусловленное конечностью геометрических размеров и свойствами поверхностей, ограничивающих плазму. Результаты расчётов зависимости γ_0 от параметра p_1 в диапазоне $0 < p_1 < 1$ при различных значениях $p_2 = R/L$ приведены на рис. 3а для $\alpha = 1$ и на рис. 3б для $\alpha = 0$.

Как видно из рис. 3, характер зависимости $\gamma_0(p_1)$ существенно отличается для случаев $\alpha = 1$ и $\alpha = 0$. При $\alpha = 0$ величина γ_0 резко возрастает при уменьшении p_1 . Это объясняется тем, что в коротких дугах с поглощающими электродами выходящее излучение имеет узкую направленность вдоль радиального направления. В результате доля энергии, попадающей на детектор, расположенный напротив дуги, резко возрастает по сравнению с долей, соответствующей изотропному источнику.

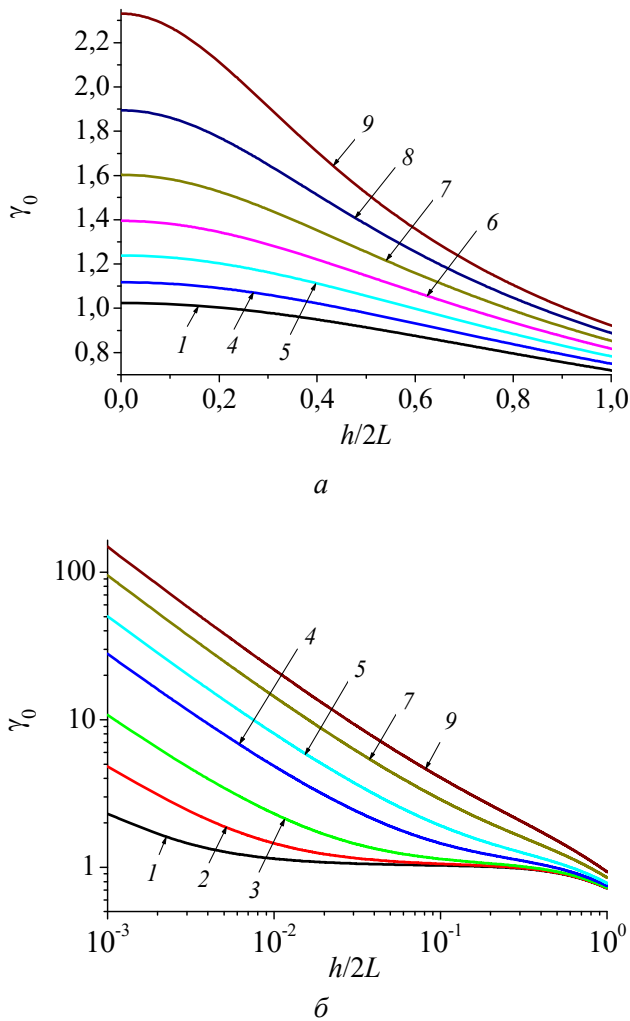


Рис. 3. Зависимость величины γ_0 от параметра $p_1 = h/2L$ в случае отражающих (а) и поглощающих (б) электродов при различных значениях отношения R/L : 1 – 0,003; 2 – 0,01; 3 – 0,03; 4 – 0,1; 5 – 0,2; 6 – 0,3; 7 – 0,4; 8 – 0,5; 9 – 0,6

В том случае, если фотоприёмник находится на значительном расстоянии от столба дуги ($p_1 = h/2L \ll 1$, $p_2 = R/L \ll 1$), а плазма является оптически прозрачной ($\tau_D \ll 1$), для величины $\gamma_0 = (2L/h) f_\lambda / \epsilon_\lambda$ удаётся получить асимптотические разложения:

$$\gamma_0 = \frac{c_0 - c_1 \tau_D + c_2 \tau_D^2}{\left[1 - 2\tau_D / 3 + 0,125 \tau_D^2 (a - \ln \tau_D) \right]} \quad (13)$$

при $\alpha = 1$,

$$\gamma_0 = \frac{\pi}{2 \delta} \frac{b_0 + b_1 \tau_D}{\left[a_1 + 0,5 \tau_D (a_1 - a_2) \right]} \quad (14)$$

при $\alpha = 0$.

Здесь $c_0 = 1 + 8p_2/3\pi + 7(p_2)^2/8$, $c_1 = 4[1 + 9\pi p_2/32 + 0,9(p_2)^2]/3\pi$, $c_2 = 0,125[1 + 128p_2/45\pi + 11(p_2)^2/12]$, $a = 1,25 + 2\ln 2 - C_E = 2,059$, $C_E = 0,5772$ – постоянная Эйлера. В выражении (14) $b_0 = 1 + 0,375(p_2)^2$, $b_1 = 0,5 - (4/3\pi) + 0,125p_2 - (22/45\pi)(p_2)^2$, $a_1 = 2\ln(2/\delta) - 1 + \delta^2[\ln(2/\delta) + 0,25]$, $a_2 = \pi(1 - 4\delta/3 + 4\delta^2/3)$. Разложение в случае $\alpha = 0$ получено при дополнительном условии $\delta = h/4R \ll 1$. Погрешность значений γ_0 , рассчитанных с помощью (13) и (14), не превышает 1% при условии, что $|z_d| < h/2$, $\tau_D < 0,5$, $R/L < 0,4$ и $h/2L < 0,1$, а для случая $\alpha = 0$, дополнительно $\delta < 0,2$.

Заключение

В настоящей работе, на основе решения уравнения переноса излучения в аксиально-симметричной однородной плазме, получены выражения для мощности излучения, выходящего с поверхности столба электрической дуги и мощности излучения, падающего на фотоприёмник. Выполнено численное исследование зависимости отношения этих мощностей в широкой области значений геометрических параметров задачи. Рассмотрены случаи отражающих и поглощающих поверхностей электродов, ограничивающих плазму. Результаты вычислений представлены в удобной для использования графической форме. Показано, что в случае коротких разрядов связь между мощностью излучения дуги и мощностью излучения, падающего на фотодетектор, существенно отличается от такой связи при изотропном источнике излучения. Для отношения мощностей получены простые асимптотические формулы, справедливые в широкой области параметров эксперимента.

Результаты, полученные в настоящей работе, могут быть использованы при экспериментальном исследовании радиационных свойств излучающих разрядов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Очкин В. Н. Спектроскопия низкотемпературной плазмы. – М.: Физматлит, 2010.
2. Бойченко А. М., Ломаев М. И., Панченко А. Н., Соснин Э. А., Тарасенко В. Ф. Ультрафиолетовые и вакуумно-ультрафиолетовые эксилампы: физика, техника и применения. – Томск: STT, 2011.
3. Соснин Э. А., Пикулев А. А., Тарасенко В. Ф. // ЖТФ. 2011. Т. 81. № 4. С. 97.

4. Василяк Л. М., Дроздов Л. А., Костюченко С. В., Кудрявцев Н. Н., Собур Д. А., Соколов Д. В., Шунков Ю. Е. // Светотехника. 2011. № 1. С. 29.

5. Barinov Y. A., Zabello K. K., Logachev A. A., Poluyanov I. N., Sherstnev E. V., Bogdanov A. A., Shkol'nik S. M. / Proc. 29th International Symposium on Discharges and Electrical Insulation in Vacuum (ISDEIV, Padova, Italy, 2021). P. 264–267.

6. Баринов Ю. А., Забелло К. К., Логачёв А. А., Полуянова И. Н., Шерстнев Е. В., Школьник С. М. // Письма в ЖТФ. 2021. Т. 47. № 3. С. 18.

7. Barinov Y. A., Zabello K. K., Logachev A. A., Poluyanov I. N., Sherstnev E. V., Bogdanov A. A., Shkol'nik S. M. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2022. Vol. 50. P. 1. DOI: 10.1109/TPS.2022.3175577

8. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Физматлит, 2008.

9. Бакут Ф. Г., Лапшин В. Ф. // Успехи прикладной физики. 2013. Т. 1. № 2. С. 183.

10. Lapshin V. F. // J. Phys.: Conf. Ser. 2016. Vol. 669. P. 012035.

PACS: 52.80.Mg

Determination of the radiation power of arc by the value of radiation flux to photodetector

V. F. Lapshin^{1,2}

¹ Ioffe Institute

26 Polytekhnicheskaya st., St. Petersburg, 194021, Russia

E-mail: lapshin@mail.ioffe.ru

² Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University

9 Moskovsky pr., St. Petersburg, 190031, Russia

E-mail: lapshinvf@mail.ru

Received August 16, 2022

In the work, a correspondence between the power of electromagnetic radiation of the arc plasma and the value of the radiation flux incident on the surface of the sensitive element of the photodetector is established. To this end, the equation of radiation transfer in the arc plasma is solved for cases where the surfaces of the electrodes completely reflect or completely absorb the radiation incident on them. The case is considered when the discharge plasma is axially symmetrical, homogeneous and in a state of local thermodynamic equilibrium. The formulas for the power P_{pl} of the arc radiation and the power P_d of the radiation incident on the photodetector are obtained. A relationship is derived that relates the P_{pl} and P_d powers. Numerical analysis of this relation has been performed in a wide range of values of geometric parameters of the problem. The calculation results are presented in a convenient graphical form. Simple asymptotic formulas binding P_{pl} and P_d in a wide range of experimental parameters are obtained.

Keywords: electromagnetic radiation, electric arc, radiation transfer equation, photodetector.

DOI: 10.51368/1996-0948-2022-5-25-31

REFERENCES

1. V. N. Ochkin, *Spectroscopy of Low Temperature Plasma*. (John Wiley & Sons, Weinheim, 2009; FIZMATLIT, Moscow, 2010).
2. A. M. Boychenko, M. I. Lomaev, A. N. Panchenko, E. A. Sosnin, and V. F. Tarasenko, *The ultraviolet and vacuum-ultraviolet excilamps: physics, technology and applications*. (STT, Tomsk, 2011) [in Russian].
3. E. A. Sosnin, V. F. Tarasenko, and A. A. Pikulev, *Technical Physics* **56** (4), 526 (2011).
4. L. M. Vasilyak, L. A. Drozdov, S. V. Kostyuchenko, N. N. Kudryavtsev, D. A. Sobur, D. V. Sokolov, and Y. E. Shunkov, *Light & Engineering* **19** (2), 81 (2011).
5. Y. A. Barinov, K. K. Zabello, A. A. Logachev, I. N. Poluyanova, E. V. Sherstnev, A. A. Bogdanov, and S. M. Shkol'nik, in *Proc. 29th International Symposium on Discharges and Electrical Insulation in Vacuum*. (ISDEIV, Padova, Italy, 2021), pp. 264–267.
6. Y. A. Barinov, K. K. Zabello, A. A. Logachev, I. N. Poluyanova, E. V. Sherstnev, and S. M. Shkol'nik, *Tech. Phys. Lett.* **47** (2), 118 (2021).
7. Y. A. Barinov, K. K. Zabello, A. A. Logachev, I. N. Poluyanova, E. V. Sherstnev, A. A. Bogdanov, and S. M. Shkol'nik, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **50**, 1 (2022). doi: 10.1109/TPS.2022.3175577
8. Ya. B. Zel'dovich and Yu. P. Raizer, *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena*. (Dover Publications, Inc., New York, 2002; FIZMATLIT, Moscow, 2008).
9. F. G. Baksht and V. F. Lapshin, *Usp. Prikl. Fiz.* **1** (2), 183 (2013) [in Russian].
10. V. F. Lapshin, *J. Phys.: Conf. Ser.* **669**, 012035 (2016).