

Существование максимума обусловлено зависимостью подвижности носителей от эффективной массы и термоЭДС от эффективной массы. Положение максимумов термоэлектрической добротности определяется также величиной подвижности носителей заряда и константой в температурной зависимости решеточной составляющей теплопроводности (3).

Проведенное исследование некоторых общих закономерностей поведения коэффициента термоэлектрической добротности, учет которых важен для поиска эффективных низкотемпературных материалов, создает более полное представление о перспективах повышения добротности для полупроводника с одним типом слабо вырожденных носителей. Полученные графические зависимости коэффициента термоэлектрических зависимостей

ческой добротности от температуры, концентрации и эффективной массы носителей заряда могут быть полезны при технологической разработке низкотемпературных термоэлектриков.

### Литература

1. Иоффе А. Ф. Полупроводниковые термоэлементы. — М.—Л.: Изд-во АН СССР. 1960. С. 188.
2. Гольцман Б. М., Кудинов В. А., Смирнов И. А. Полупроводниковые термоэлектрические материалы на основе  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ . — М.: Наука. 1972. С. 320.
3. Аскеров Б. М. Кинетические эффекты в полупроводниках. — Л.: Наука. 1970. С. 303.
4. Анатычук Л. И. Термоэлементы и термоэлектрические устройства: Справочник. — Киев.: Наук. думка. 1979. С. 766.

Статья поступила в редакцию 16 марта 2004 г.

## Thermoelectric figure of merit semiconductor calculation for low temperature cooler

O. I. Markov

Oryol State University, Oryol, Russia

*The degenerate carrier thermoelectric figure of merit is calculated depending on the temperature, the concentration, and the effective mass of the charge carrier. The semiconductor with normal band and acoustic phonon carrier scattering is viewed, the lattice heat conductivity temperature dependence being taken into consideration.*

УДК 621.382.53

## Особенности механизмов гальванотермомагнитного охлаждения

B. Г. Охрем

Черновицкий национальный университет, г. Черновцы, Украина

E. A. Охрем

Институт термоэлектричества НАН и МОН Украины, г. Черновцы, Украина

*Исследовано снижение температуры, достигаемое с помощью гальванотермомагнитных холодильных элементов продольного и поперечного типов с учетом зависимости термоЭДС от инверсии индукции магнитного поля (umkehr-эффект). Umkehr-эффект приводит к значительному ослаблению эффектов теплопроводности и Джоуля и увеличению перепада температуры.*

Гальванотермомагнитный (ГТМ) метод охлаждения характерен зависимостью рабочих характеристик холодильного элемента (ХЭ) от величины и направления индукции магнитного поля, что дает возможность ими управлять. Однако в известных выражениях для этих характеристик влияние зависимости термоЭДС от инверсии индукции магнитного поля (umkehr-эффект)

подробно исследовано только для случая слабых токов, что ограничивает указанные возможности. Поэтому выяснение особенностей механизмов ГТМ охлаждения в случае сильных токов является задачей актуальной.

Теория ГТМ охлаждения с помощью ХЭ Эттинггаузена изложена в работах [1, 2], в которых представлены и исследования, связанные с

каскадированием отдельных ХЭ, материалами для них, некоторые вопросы технического характера и др. В ее основе лежат одномерная температурная модель и условие постоянства электрического поля, вырабатывающего ток. Использование такой модели привело к ряду важных результатов. В других работах с помощью двухмерной температурной модели решались вопросы о влиянии натекания тепла через торцы и боковые грани ГТМ ХЭ Эттингсгаузена на распределение температуры в его средней части [3], снижение температуры с помощью ХЭ, в котором боковые грани адиабатически изолированы от внешней среды [4], выяснялись основы работы полого круглоцилиндрического ГТМ ХЭ [5]. В основу двухмерной температурной модели положено условие постоянства плотности электрического тока.

ГТМ охлаждение с помощью продольных ХЭ описано в работе [6]. Его особенностью также является зависимость термоЭДС, а следовательно, и рабочих характеристик от имкенг-эффекта. Эта зависимость весьма существенна для таких материалов, как висмут или висмут-сульфур в области азотных температур. В работе [6] найдены выражения для холодильного коэффициента, холодопроизводительности и максимального снижения температуры продольного ГТМ ХЭ, показано, что они существенно зависят от имкенг-эффекта. В этой работе предложен и исследован также продольный инверсионный ГТМ ХЭ, ветви которого изготовлены из одного и того же материала (висмута), но различным образом ориентированы в магнитном поле. Он характерен тем, что, если при инверсии индукции магнитного поля термоЭДС меняет знак, то ток нужно направить не против термоЭДС при положительном направлении магнитного поля, а против термоЭДС при отрицательном его направлении.

Указанные характеристики продольных ГТМ ХЭ получены при условии, что выполняется неравенство

$$[\alpha_i(-B) - \alpha_i(+B)] j_i l / \chi_i \ll 1,$$

где  $\alpha_i(\pm B)$  — термоЭДС материала  $i$ -й ветви при прямом ( $+B$ ) и обратном ( $-B$ ) направлениях индукции магнитного поля  $B$ ;

$j_i$  — плотность электрического тока в  $i$ -й ветви;

$\chi_i$  — теплопроводность;

$l$  — длина ветви.

При другом условии, когда имеет место неравенство  $\exp[\alpha_i(-B) - \alpha_i(B)] j_i l / \chi_i \gg 1$ , найдено и исследовано выражение для минимальной температуры. В настоящей статье описанные выше исследования углублены и расширены, что привело к новым результатам.

## Продольный ГТМ ХЭ

### Одноветвенный продольный ГТМ ХЭ

Предположим вначале, что ГТМ ХЭ состоит из одной ветви (рис. 1).

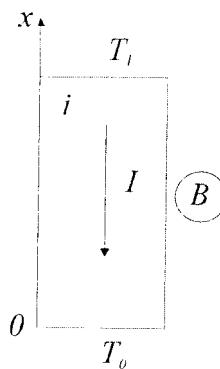


Рис. 1. Принципиальная схема ветви, примененная для расчета распределения температуры

Считая, что коммутационные элементы (на рис. 1 не показаны) не влияют на термоэлектрические процессы, происходящие в ветви, рассчитаем максимальное снижение температуры.

Пусть кинетические коэффициенты не зависят от температуры и координат — это предположение выполняется, если рабочий интервал температуры не очень широк. Тогда уравнение теплопроводности будет иметь вид

$$\chi(B) \frac{d^2 T}{dx^2} - (\alpha(-B) - \alpha(B)) j \frac{dT}{dx} + \rho(B) j^2 = 0, \quad (1)$$

где  $\rho(B)$  — удельное электрическое сопротивление материала ветви вдоль оси  $x$ .

Ток  $j$  и градиент температуры направлены вдоль оси  $x$ , магнитная индукция  $B$  — перпендикулярна к оси  $x$ .  $\alpha(B)$ ,  $\alpha(-B)$  — термоЭДС материала ветви вдоль  $x$  при прямом и обратном направлениях поперечного магнитного поля. Смысл членов, входящих в выражение (1): первый член — это тепло, выделяющееся в единице объема за счет теплопроводности, третий — тепло Джоуля, а второй — это тепло, выделяющееся в единице объема за счет эффекта Томсона,  $\alpha(-B) - \alpha(B)$  имеет смысл коэффициента Томсона и одновременно является характеристикой имкенг-эффекта.

Уравнение (1) с граничными условиями

$$T(0) = T_0, \quad T(l) = T_l, \quad (2)$$

означающими терmostатирование торцов ветви (см. рис. 1) при температурах  $T_0$  и  $T_l$ , имеет решение

$$T(x) = T_0 + \frac{b}{a} x - \left( \Delta T + \frac{b}{a} l \right) \frac{e^{ax} - 1}{e^{al} - 1},$$

где  $\Delta T = T_0 - T_l > 0$ ;  $a = [\alpha(-B) - \alpha(B)]j/\chi(B)$ ;  $b = \rho(B) j^2/\chi(B)$ .

Положим, что торец  $x = l$  адиабатически изолирован от внешней среды. При этом пусть также выполняется условие  $\exp al \gg 1$ , которое легко соблюсти, если  $al \geq 3$ . Тогда придет к такому выражению для перепада температуры

$$\Delta T = \frac{\chi}{\alpha(B)} \left[ T_0 \frac{\alpha(-B)}{\chi} + \frac{RI}{\chi} - \frac{\rho}{\alpha(-B) - \alpha(B)} \right],$$

где  $R$  — сопротивление;

$I$  — сила тока в ветви.

Пусть, например,  $\alpha(B) < 0$ ,  $\alpha(-B) > 0$ ,  $j > 0$ . Кроме того, пусть  $\alpha(-B) = -\alpha(B)$ . Тогда, как видно из приведенного выражения,  $\Delta T = T_0$ , т. е.  $T_l = 0$ , при силе тока

$$I = -\frac{\alpha(B)}{R} \left( 2T_0 + \frac{1}{2Z} \right),$$

где  $Z = \alpha^2/\chi\rho$  — термомагнитная добротность.

Положим  $\alpha(B) = -10^{-4}$  В/К,  $R = 10^{-2}$  Ом,  $T_0 = 80$  К,  $Z = 10^{-3}$  К<sup>-1</sup>, получим  $I = 6,6$  А.

### Двухветвенный ГТМ ХЭ

В этом случае ГТМ ХЭ состоит из двух ветвей  $p$ - и  $n$ -типа проводимости, коммутационной перемычки, токоподводов и находится в магнитном поле с индукцией  $B$  (рис. 2). Будем считать, что материалы ветвей такие, что имеет место umkehr-эффект. Выберем модель для расчетов: пусть температура, как и в предыдущем случае, одномерна, а электрический ток, текущий вдоль ветвей, постоянен. Длины ветвей будем считать одинаковыми и равными  $l$ . Тогда в каждой из ветвей распределение температуры будет удовлетворять уравнению (1) с граничными условиями (2).

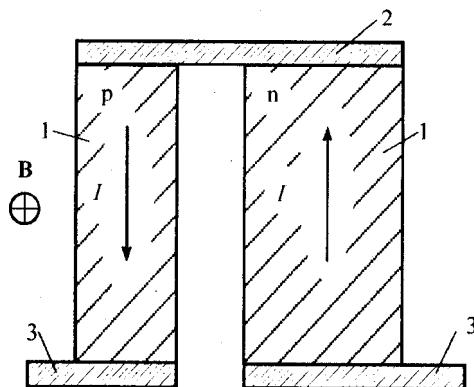


Рис. 2. Продольный ГТМ ХЭ:

1 — ветви  $p$ - и  $n$ -типа проводимости; 2 — металлическая коммутационная перемычка; 3 — токоподводы

В работе [6] найдены и проанализированы выражения для рабочих характеристик ГТМ ХЭ при условиях  $a_l \ll 1$ . Проведенный там анализ привел к выражениям для рабочих характеристик, которые формально совпадают с извест-

ными из литературы. Отличие заключается в том, что ток должен быть направлен не против термоЭДС при положительном направлении магнитного поля, а против термоЭДС при отрицательном его направлении. В работе [6] предложен также продольный ГТМ ХЭ, ветви которого изготовлены из одного и того же материала, обладающего umkehr-эффектом, но различным образом ориентированы в магнитном поле. ТермоЭДС при отрицательном направлении магнитного поля определяет также и термомагнитную добротность.

При выполнении условий  $\exp[\alpha_p(-B) - \alpha_n(B)] \times j/l/\chi_i \gg 1$  найдено выражение для холодопроизводительности

$$Q_l = \left( \frac{\rho_p \chi_p}{\Delta \alpha_p} - \frac{\rho_n \chi_n}{\Delta \alpha_n} \right) I - (\Delta \alpha_p - \Delta \alpha_n) \Delta T I + \\ + I^2 R - (\alpha_p(-B) - \alpha_n(-B)) I T_l,$$

где  $R = (\rho_p/S_p + \rho_n/S_n)l$  — сопротивление ХЭ;  $\Delta \alpha_i = \alpha_i(-B) - \alpha_i(B)$ .

Члены, входящие в выражение для  $Q_l$ , имеют следующий смысл: второй член — это стекающее в объем ТЭ тепло Томсона, которое уменьшает тепло Джоуля (третий член), четвертый член — это поглощающееся (если  $(\alpha_p(-B) - \alpha_n(-B)) > 0$ ) на холодных торцах ХЭ тепло Пельтье. Что касается первого члена, то он не имеет аналога в обычном выражении для холодопроизводительности стандартного ХЭ Пельтье, а обусловлен совокупностью действующих в ГТМ ХЭ эффектов. Кроме того, в этом выражении нет члена, который описывает теплопроводность, — это тоже связано с umkehr-эффектом. Видно, что  $Q_l$  не имеет максимума по  $I$  и с ростом  $I$  растет.

В работе [6] в режиме нулевой холодопроизводительности найдено выражение для перепада температуры

$$\Delta T = \frac{(\alpha_p(-B) - \alpha_n(-B))T_0 - R_i I - \chi_p \rho_p / \Delta \alpha_p + \chi_n \rho_n / \Delta \alpha_n}{\alpha_p(B) - \alpha_n(B)}.$$

Пусть  $\alpha_p(-B) = \alpha_n(B)$ ,  $\alpha_n(-B) = \alpha_p(B)$ ,  $\rho_p(B) = \rho_n(B) = \rho$ ,  $\chi_p(B) = \chi_n(B)$  — эти соотношения могут выполняться, например, для висмута. Тогда для перепада температуры получим выражение

$$\Delta T = -T_0 - \frac{R}{\delta \alpha} I + \frac{2}{Z},$$

где  $Z = (\delta \alpha)^2/\chi \rho$  — термомагнитная добротность;  $\delta \alpha = \alpha_p(B) - \alpha_n(B)$ .

Область изменения силы тока находится из условий, что  $\Delta T$  должен быть положительным и не большим  $T_0$  (когда  $T_l = 0$ ), которые приводят к выражению

$$\left(\frac{2}{Z} - 2T_0\right) \frac{\delta\alpha}{R} \leq I \leq \left(\frac{2}{Z} - T_0\right) \frac{\delta\alpha}{R}.$$

Возьмем для примера  $\delta\alpha = 5 \cdot 10^{-4}$  В/К,  $\rho = 10^{-3}$  Ом·см,  $\chi \sim 0,1$  Вт/(см·К),  $l/S \sim 10$  см<sup>-1</sup>,  $T_0 = 80$  К. Для этих параметров будем иметь  $Z = 2,5 \cdot 10^{-3}$  К<sup>-1</sup>,  $R = 2 \cdot 10^{-2}$  Ом и, соответственно,  $16 A \leq I \leq 18$  А. Пусть, например,  $I = 17$  А, тогда  $(\Delta T)_{\max} = 40$  К. При  $I = 2(l/Z - T_0)$   $\delta\alpha/R = 0$ , т. е. составляет абсолютный нуль. Значительное усиление эффекта охлаждения обусловлено umkehr-эффектом. Umkehr-эффект и эффект Пельтье сильно ослабляют эффекты теплопроводности и Джоуля, что и приводит к значительному увеличению перепада температуры.

На первый взгляд кажется, что полученные результаты неправомерны, поскольку получающаяся температура холодных торцов может составлять абсолютный нуль. Заметим, что, во-первых, примененная модель, является приближенной — она работает только в достаточно узком температурном интервале, в котором можно считать, что кинетические коэффициенты постоянны. Материалов, для которых кинетические коэффициенты были бы постоянными в таком широком температурном интервале, нет. Во-вторых, umkehr-эффект также сильно зависит от температуры, что тоже не учтено. Кроме того, в области низких температур возможны и другие эффекты, которые нами не учтены. Таким образом, полученные формулы справедливы только для той области температур, для которой кинетические коэффициенты постоянны. Отметим, однако, что полученные результаты в целом отображают реальное состояние, указывая путь, по которому нужно идти, для достижения более глубокого охлаждения.

Рассмотренные ГТМ ХЭ тем легче реализовать, чем больше терромагнитная добротность. Их можно предложить в качестве охладителей для различного рода микросенсоров, приемников ИК-излучения, что привело бы к значительному понижению уровня их шумов.

### Особенности механизма охлаждения ГТМ ХЭ Эттингсгаузена

Схема ГТМ ХЭ Эттингсгаузена представлена на рис. 3. Принцип его действия основан на эффекте Эттингсгаузена, который состоит в возникновении поперечного к току  $j$  и магнитному полю  $B$  перепада температуры  $\Delta T = T_0 - T_h$ . Если длина образца  $l$  достаточно велика, то можно считать, что в его средней части ( $x = l/2$ ) температура зависит только от  $y$  [3]. Тогда распределение температуры будет описываться уравнением, совпадающим с (1), в котором нужно положить  $\alpha(-B) = -NB$ ,  $\alpha(B) = NB$ , где  $N$  — коэффициент Нернста,  $x = y$ . При этом получим

$$\chi(B) \frac{d^2T}{dy^2} + 2NBj \frac{dT}{dy} + \rho(B)j^2 = 0,$$

где  $\chi(B)$  — теплопроводность вдоль оси  $y$ ;  
 $\rho(B)$  — удельное сопротивление вдоль оси  $x$ .

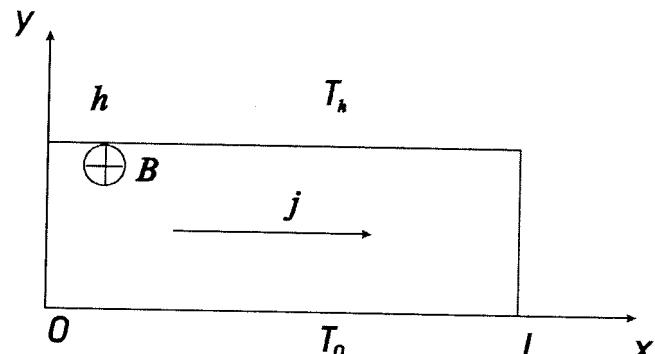


Рис. 3. Принципиальная схема ГТМ ХЭ Эттингсгаузена:  
 $l$  и  $h$  — размеры образца вдоль осей;  $T_0$  — температура термостата;  $T_h$  — температура холодной грани;  $B$  — индукция магнитного поля;  $j$  — плотность электрического тока

Границные условия таковы:  $T(0) = T_0$  и  $T(h) = T_h$ . Решение этой задачи имеет вид

$$T(y) = T_0 + \frac{b}{a} y - \left( \Delta T + \frac{b}{a} h \right) \frac{e^{ay} - 1}{e^{ah} - 1},$$

где  $a = -2NBj/\chi(B)$ ;  
 $b = \rho(B)j^2/\chi(B)$ .

Стационарный температурный режим при условии  $ah \ll 1$  исследован подробно в упомянутых выше работах. Поэтому рассмотрим работу ГТМ ХЭ Эттингсгаузена при условии, когда выполняется неравенство

$$\exp(-2NBjh/\chi(B)) \gg 1,$$

которое в свою очередь выполняется, если показатель степени положительный и составляет величину  $\geq 3$ . Условие адиабатической изоляции холодной грани (условие нулевой холодопроизводительности) ГТМ ХЭ приводит к следующему выражению для перепада температуры

$$\Delta T = \frac{1}{2Z} - T_0 - \frac{IR}{NB},$$

где  $I$  — сила тока;

$R$  — сопротивление ХЭ;

$Z = (NB)^2/(\chi(B)\rho(B))$  — поперечная термо-магнитная добротность.

Из этого выражения видно, что возможен случай, когда  $\Delta T = T_0$ . При этом сила тока составит величину  $I = \left( \frac{1}{2Z} - 2T_0 \right) \frac{NB}{R}$ . Пример:  $Z = 10^{-3}$  К<sup>-1</sup>,  $T_0 = 80$  К,  $NB = 2 \cdot 10^{-4}$  В/К,  $\chi = 2 \cdot 10^{-2}$  Вт/(см·К),  $I = 3,4$  А. Замечания, высказанные выше для продольного ГТМ ХЭ, справедливы и в этом случае.

Рассмотренный ГТМ ХЭ Эттингсгаузена также может быть применен для охлаждения или стабилизации температуры различного рода микросенсоров, а также охлаждения датчиков инфракрасного излучения.

### **Заключение**

При токах больших, чем обычно используемые в ГТМ ХЭ, umkehr-эффект значительно сильнее влияет на перепад температуры, существенно увеличивая его, что имеет большое значение для практики.

### **Л и т е р а т у р а**

1. Harman T. C., Honig J. M. Thermoelectric and thermomagnetic effects and applications. — New-York: McGraw-Hill book Company, 1967.
2. Осипов Э. В. Твердотельная криогеника. — Киев: Наук. думка, 1977.
3. Охрем В. Г. // ИФЖ. 1981. Т. 40. № 1. С. 77.
4. Охрем В. Г. // Там же. 2001. Т. 74. № 3. С. 127.
5. Охрем В. Г., Самойлович А. Г. // УФЖ. 1977. Т. 22. № 1. С. 38.
6. Ащеулов А. А., Охрем В. Г., Охрем Е. А. // Термоэлектричество. 2002. № 4. С. 28.

*Статья поступила в редакцию 18 мая 2004 г.*

## **Specific feature of galvanic thermomagnetic cooling mechanisms**

*V. G. Okhrem*

Chernivtsi National University, Chernivtsi, Ukraine

*E. A. Okhrem*

Institute of Thermoelectricity, Chernivtsi, Ukraine

*The temperature decrease achieved using galvanothermomagnetic cooling elements of longitudinal and transverse type and taking into consideration the dependence of thermal EMF on the inversion of magnetic induction (umkehr-effect) is investigated. Umkehr-effect accounts for considerable weakening of thermal conductivity and Joule effect and increase in temperature difference.*

\* \* \*