

Рис. 5. Значение содержания газа в смеси в зависимости от интенсивности падающей ударной волны, при котором достигается наибольшая сжимаемость смеси

Авторы благодарят профессора А. А. Рухадзе за обсуждение полученных авторами результатов и ценные советы.

#### Литература

1. Арутюнян Г. М. Условия применимости результатов гидродинамики совершенного газа к дисперсным средам// Изв. АН СССР. МЖГ, 1979. № 1. С. 157.
2. Сидоркина С. И. О некоторых движениях аэрозоля// Докл. АН СССР, 1957. Т. 112. № 3.
3. Marble F. E. Dynamics of dusty gases// Ann. Rev. Fluid Mech., 1970. V. 2. Palo Alto, Calif.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. — М.: Наука, 1984.

Статья поступила в редакцию 23 января 2004 г.

## Normal reflection of a shock wave in dispersed gases

G. M. Arutjunjan, S. P. Avershiev

Central Research Institute of Machinebuilding, Korolev, Russia

*The article discusses formulas derived for the first time for parameters of reflected shock waves in a dispersed gas as a function of parameters of a shock wave which is incident on an obstacle as well as a function of content of solid (or liquid) particles in the gas. The results are presented in the form of appropriate mathematical algorithms being analyzed in detail.*

УДК 533.6:621.52

## Уравнение Больцмана и стохастическая модель потока разреженного газа

Ю. М. Печатников

Государственный политехнический университет, Санкт-Петербург, Россия

*Феноменологически построено кинетическое уравнение для описания неравновесных течений разреженного газа, которое включает как парные, так и групповые межмолекулярные взаимодействия. Это уравнение решено при вероятностном подходе к задаче расчета газовых потоков в вакуумных каналах в молекулярно-вязкостной области при числах Кнудсена от 0,01 до 100.*

На современном уровне для вычисления газовых потоков при среднем вакууме, как правило, применяют два подхода:

первый — используются полуэмпирические или оценочные формулы на базе макроскопических параметров (давление, температура) [1];

второй — используются численные приближенные методы на базе микроскопических

уравнений движения и законов взаимодействия молекул [2—4].

Эмпирическая формула Кнудсена широко используется в вакуумной технике для расчета газового потока, протекающего через круглую длинную трубу при малых перепадах давлений на ее концах, и она является практически единственной формулой, построенной на базе

макропараметров [1]. Среди численных методов наиболее широко применяется метод прямого моделирования [3]. Данный метод является аппроксимацией уравнения Больцмана первого порядка. В то же время погрешность, с которой реализуется данный метод, определяется ошибкой, вносимой в величину среднего свободного пути молекул, которая асимптотически приближается к значению, даваемому кинетической теорией при приближении числа моделируемых частиц к числу молекул в реальном газе. Точность, с которой задаются законы взаимодействия между молекулами, также вносит погрешность в результаты, получаемые данным методом. То, что Г. Бердом рассматриваются только парные столкновения частиц в расчетной ячейке, в пределах которой свойства газа постоянны, видимо, также является ограничением применения этого метода при числах Кнудсена ниже 0,1 [5]. При реализации метода Г. Берда требуются значительные затраты ресурсов вычислительной техники, что затрудняет использование данного метода в инженерной практике.

Совершенствование методов расчета потоков разреженного газа в каналах всегда представляло значительный интерес. Основная идея, принятая в работах [5, 6], состоит в том, что физический процесс течения разреженного газа анализируется на мезоскопическом уровне представления.

Под *мезоскопическим* уровнем описания движения молекул понимается такое приближение, которое дает более подробное описание, чем макроскопическое, поскольку включает в себя описание стохастических (вероятностных, статистических) свойств ансамбля молекул, однако "обрезает" микроскопические уравнения движения отдельных молекул с помощью предположения о случайности таких параметров, как скорость молекулы, частота соударений, длина свободного пути. При таком рассмотрении ансамбль молекул газового потока заменяем совокупностью подобных статистических групп молекул, которые обладают и отражают некоторые свойства ансамбля молекул, а также описываются одинаковыми уравнениями движения. Такую статистическую группу молекул назовем *стохастической* (статистической) молекулой.

Движение стохастической (статистической) молекулы характеризуется средней скоростью, средней частотой соударений, средней длиной свободного пути в статистической группе молекул. Среди свойств, которыми обладает стохастическая (статистическая) молекула, особо отметим то, что уравнения, описывающие ее движение, формируются как результат осреднения микроскопических движений отдельных молекул и их взаимодействия как в группе, так и с поверхностью микрообъема, в котором находится эта группа молекул.

Отметим, что мезоскопические уравнения движения стохастической (статистической) молекулы

необратимы, а лежащие в их основе микроскопические уравнения обратимы во времени.

В данной статье развиваются методы анализа течения разреженного газа на мезоскопическом уровне.

### Физико-математическая модель

Исходя из положений кинетической теории построим на мезоскопическом уровне физическую и математическую модель потока разреженного газа.

В условиях среднего вакуума газовый поток представим как совокупность независимых детерминированных однородных подобных стохастических молекул, каждая из которых описывается одинаковыми уравнениями движения, но имеет различные микросостояния. Выделим в потоке газа локальный произвольный пространственный объем  $H$ . Предположим, что функция плотности ( $f$ ) молекул в объеме  $H$  изменяется вследствие движения молекул и при столкновениях. Предположим, функция  $f$  непрерывна и дифференцируема. Межмолекулярные столкновения приводят как к убыли, так и увеличению числа молекул в объеме. Предположим также, что структура ансамбля молекул в объеме  $H$  определяется функцией плотности  $f$  таким образом, что  $f$  представляет статистические группы молекул в объеме  $H$ . Балансовое уравнение, отражающее процесс изменения в объеме  $H$  в единицу времени числа объединенных в статистические группы молекул, запишется как

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{1}{m} \mathbf{F} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{V}} = U, \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор стохастической молекулы;

$\mathbf{V}$  — скорость стохастической молекулы;

$t$  — время;

$\mathbf{F}$  — сила, действующая на стохастическую молекулу, принимаем  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_g + \Phi$ , где  $\mathbf{F}_g$  — внешняя сила, принимаемая равной нулю [2]—[4];

$\Phi$  — сила (внутренний "шум"), учитывающая динамику взаимодействия в статистической группе молекул и обусловленная несимметричностью флуктуаций движения молекул в статистической группе молекул при неравновесном течении разреженного газа [5];

$m$  — масса молекулы;

$U$  — разность между числом стохастических молекул, покинувших и влетевших в микрообъем  $H$  за счет столкновений в единицу времени.

Внутренний "шум" ( $\Phi$ ) является неотъемлемым свойством самого механизма эволюции со-

стояния статистической группы детерминированных молекул и не может быть отделен от уравнения движения стохастической молекулы. Влияние  $\Phi$  может быть пояснено, если рассмотреть динамику взаимодействия группы молекул в микрообъеме и характер движения отдельных молекул в статистической группе в условиях градиента плотности потока газа.

Выделим в объеме  $H$  локальный произвольный элемент фазового пространства (микрообъем  $W$ ), в центре которого находится "пробная" молекула. Размеры этого микрообъема в общем случае определяются родом и внутренними свойствами разреженного газа (*sort*).

"Пробная" молекула свободно блуждает в  $W$ , изменяя направление своего движения только вследствие взаимодействия с другими молекулами газового потока, до тех пор пока не покинет  $W$ . "Пробная" молекула последовательно соударяется со всеми молекулами внутри этого микрообъема. При каждом соударении на нее воздействуют ближние ( $F_a$ ) и, возможно, дальние корреляции ( $F_{ij}$ ) от группы молекул, находящихся внутри микрообъема  $W$  [6]. Особенности взаимодействия "пробной" молекулы с молекулами, находящимися в слое около границ микрообъема  $W$ , также оказывают влияние на характер движения "пробной" молекулы ( $F_b$ ).

Малость значений потенциалов межмолекулярного взаимодействия делает возможным описание результата последовательных соударений (динамических взаимодействий) "пробной" молекулы с молекулами, которые находятся внутри микрообъема  $W$ , в соответствии с принципом суперпозиции

$$\Phi = \sum_{k=1}^N (F_a + F_{ij} + F_b),$$

где сила  $\Phi$  — результат динамического взаимодействия пробной молекулы с группой молекул в микрообъеме  $W$ ;

$N$  — число молекул в микрообъеме  $W$ .

Статистически отдельные молекулы из статистической группы молекул воздействуют на движение "пробной" молекулы случайным образом. Поскольку в условиях равновесия флуктуации движения молекул симметричны, то  $\Phi = 0$ . В условиях градиента плотности потока газа в микрообъеме  $W$  вследствие несимметричности флуктуаций движения молекул, находящихся в этом микрообъеме, среднее значение этих флуктуаций может быть отлично от нуля.

Уравнение движения стохастической молекулы формируется в результате осреднения скорости, частоты соударений, длины свободного пути "пробной" молекулы в  $W$ . Поскольку уравнение движения стохастической (статистической) молекулы формируется и как результат осреднения динамического взаимодействия в статистической группе молекул, то движение стохастической молекулы при неравновесном состоянии являет-

ся предпочтительно направленным. При этом именно под воздействием силы  $\Phi$  стохастическая молекула приобретает преимущественное и предпочтительное направление своего движения вдоль градиента концентрации молекул в потоке газа

$$\Phi t = m V_{ph}, \quad (2)$$

где  $V_{ph}$  — одна из составляющих скорости стохастической молекулы ( $V$ ), возникающая под действием силы  $\Phi$ ;

$m$  — масса молекулы;

$t$  — время движения стохастической молекулы.

Отметим, что  $\Phi$  не меняет полный импульс и полную энергию ансамбля молекул в газовом потоке, а преобразовывает равновероятное распределение направлений движения стохастической молекулы при равновесном состоянии в предпочтительно направленное при неравновесном течении.

Поскольку возможны условия, при которых  $\Phi$  может оказывать существенное влияние на движение стохастической молекулы, то, следовательно, в уравнении (1) необходимо учитывать динамику взаимодействия в статистической группе молекул. Очевидно, что для решения (1) необходим метод, соответствующий постановке задачи на мезоскопическом уровне. Область решения (1) определяется практическими задачами.

Для вакуумной техники актуален анализ изотермического стационарного течения разреженного газа в каналах при малых перепадах давлений в диапазоне чисел Кнудсена от 0,01 до 100, поскольку данный режим течения наблюдается практически в любых вакуумных системах, обеспечивающих процесс откачки вакуумной камеры до низких и средних давлений. Сложность и большие затраты на выполнение натуральных измерений в молекулярно-вязкостном режиме делают задачу анализа газовых потоков при использовании ординарной компьютерной технологии особенно актуальной.

Решая уравнение (1), будем учитывать то, что при анализе стационарного потока газа возможно статистически усреднять характеристики молекул по ансамблю молекул в канале вместо среднего по времени, которое непосредственно связано с процессом течения разреженного газа. Поскольку физика при математическом описании на макро- и мезоуровнях ансамбля молекул одинакова, то макроскопическому описанию газового потока в канале однозначно соответствует мезосостояние ансамбля стохастических молекул, которое, соответственно, однозначно определяется движением одной стохастической молекулы [5–7]. В этом случае проводимость ( $U$ ) канала при условии, что все молекулы одинаковые, вычисляется [6]

$$U = U_0 P_e, \quad (3)$$

где  $U_0$  — проводимость входного отверстия канала, которая возрастает с уменьшением чисел Кнудсена;

$P_e$  — вероятность прохождения канала от входного к выходному сечению стохастической молекулой.

Вероятность прохождения вакуумного канала стохастической молекулой  $P_e$  численно вычисляется при имитационном моделировании физического процесса на базе стохастических законов распределения параметров, описывающих и характеризующих ее движение

$$P_e = \dot{N}_r / N_e,$$

где  $N_e$  — число независимых вычислительных экспериментов (испытаний), в которых прослеживается блуждание стохастической молекулы в канале с момента входа и до момента выхода из него;

$N_r$  — число экспериментов из множества  $N_e$ , в которых стохастическая молекула покинула канал через выходное отверстие.

На значение  $P_e$  влияют следующие параметры: конфигурация канала;

средняя длина свободного пути ( $\lambda$ ) и скорость стохастической молекулы ( $V$ );

начальные условия: вид стохастических законов, определяющих местоположение и вероятность направления, по которому влетает стохастическая молекула в канал;

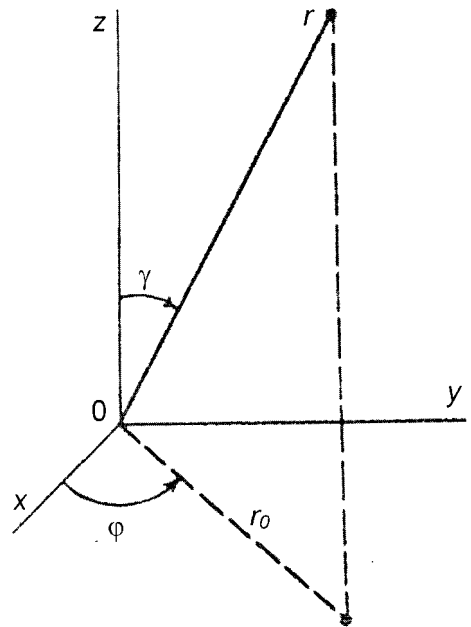
граничные условия: вид стохастического закона, по которому рассчитывается вероятность направления полета стохастической молекулы после ее взаимодействия с поверхностью канала ( $P_s(\varphi_1; \gamma_1)$ ), где  $\varphi_1$  и  $\gamma_1$  — направляющие движение молекулы углы в локальной сферической системе координат, начало которой в точке ( $O$ ) соударения с поверхностью и осью ( $Oz$ ), направленной внутрь канала по нормали к поверхности (рисунок);

вид стохастического закона, по которому рассчитывается вероятность направления полета стохастической молекулы после ее взаимодействия (соударения) с другой молекулой ( $P_b(\varphi_2; \gamma_2)$ ), где  $\varphi_2$  и  $\gamma_2$  — направляющие движение молекулы углы в локальной сферической системе координат, начало которой в точке ( $O$ ) соударения с другой молекулой газового потока и осью ( $Oz$ ), направленной по потоку течения газа (см. рисунок);

число молекул, пролетевших канал без столкновений ( $v_{nb}$ ), учитываемое непосредственно при вычислении  $P_e$ .

Методика вычисления  $P_e$  описана в работе [7]. При вычислении  $P_e$  основная трудность возникла в связи с выявлением вида стохастического закона (распределения вероятности  $P_b(\varphi_2; \gamma_2)$ ), по которому рассчитывается направление полета стохастической молекулы после ее взаимодейст-

вия (соударения) с другой молекулой. Трудность определения  $P_b(\varphi_2; \gamma_2)$  вызвана неопределенностью физической модели течения разреженного газа в каналах при среднем вакууме [6].



Локальная система координат

Для нахождения  $P_b(\varphi_2; \gamma_2)$  рассмотрим особенности динамики и характера движения стохастической молекулы в канале, которые определяются ее взаимодействием со стенкой канала и с ансамблем молекул в потоке газа.

Движение стохастической молекулы в канале, обусловленное взаимодействием с поверхностью канала, является хаотическим [5].

Движение стохастической молекулы в канале, обусловленное взаимодействием между молекулами в потоке газа, имеет предпочтительное направление вдоль градиента концентрации в газовом потоке, особенно в осесимметричных каналах [6].

Движение стохастической молекулы около стенки канала имеет ряд особенностей, обусловленных тем, что около стенки канала образуются кинетические слои с более высокой концентрацией молекул. Это вызывает следующие эффекты: внутри такого слоя статистическая молекула испытывает более значительное воздействие вдоль градиента концентрации молекул в потоке газа, чем около оси канала ( $F_b$ ); некоторые молекулы диффундируют из кинетического слоя внутрь потока, и возникает слабое течение от стенки канала в поперечном направлении к оси канала ( $F_d$ ).

При среднем вакууме при условии, что неравновесное состояние в канале может быть охарактеризовано средней длиной свободного пути молекул ( $\lambda$ ), выражение (2) запишется как

$$\Phi = \sum_{k=1}^N (F_a + F_{ij} + F_b + F_d); \quad (4)$$

где  $\Phi \sim v_b (g/r_m^s + \text{const})$ ;

$$t = 1/v_b, v_b \approx V/\lambda;$$

$\lambda$  — средняя длина свободного пути в канале;

$r_m$  — межмолекулярное расстояние, на котором проявляются силы межмолекулярного взаимодействия;

$g, s$  — постоянные в законе межмолекулярного взаимодействия;

$r_m, g, s$  — константы, принимаемые для определенного рода газа;

$V_{ph}$  — одна из составляющих скорости стохастической молекулы ( $V$ ), возникающая под действием силы  $\Phi$ ;

$m$  — масса молекулы;

$t \approx \lambda/V$ ;  $V$  — скорость стохастической молекулы.

При изотермическом течении в соответствии с законом сохранения полного импульса и полной кинетической энергии величина средней скорости молекул, находящихся внутри канала, остается неизменной, соответственно остается неизменной и скорость стохастической молекулы.

Из (4) следуют важные выводы:

в объеме канала сила  $\Phi$  будет воздействовать на статистическую молекулу с одним и тем же постоянным усилием по всему объему

$$\Phi \sim V/\lambda (g/r_m^s + \text{const});$$

составляющая скорости стохастической молекулы, характеризующая степень отклонения неравновесного течения от равновесного состояния, постоянна

$$V_{ph} \approx \Phi \lambda / (V m). \quad (5)$$

В локальной сферической системе координат, начало которой лежит в точке ( $O$ ) вылета стохастической молекулы (см. рисунок), траектория ее свободного движения между последовательными соударениями имеет вид прямой

$$\frac{x_2 - x_1}{\sin(\gamma) \cos(\varphi)} = \frac{y_2 - y_1}{\sin(\varphi) \sin(\gamma)} = \frac{z_2 - z_1}{\cos(\gamma)},$$

где  $(x_1, y_1, z_1)$  и  $(x_2, y_2, z_2)$  — координаты точек вылета и прилета молекулы (длина отрезка между этими точками —  $\lambda_0$ );

$\gamma$  — угол, образуемый между направлением движения стохастической молекулы и осью ( $Oz$ ),  $\gamma \in [0; \pi]$ ;

$\varphi$  — угол, лежащий в плоскости ( $xy$ ),  $\varphi \in [0; 2\pi]$ .

Принимаем, что скорость  $V$  стохастической молекулы является наиболее вероятной скоростью из максвелловского распределения молекул по скоростям. Поскольку более 60 % молекул из статистической группы претерпевают соударения, пролетая длину  $\lambda_0$ , меньшую средней длины свободного пути  $\lambda$  [1], и в соответствии с основным уравнением кинетической теории [8],

принимаем, что при случайном блуждании стохастической молекулы в канале ее переход из одного местоположения в другое описывается как

$$\lambda_0 = \lambda \sqrt{-\ln(R)},$$

где  $R$  — случайное число,  $R \in [0; 1]$ ,  $n = 1$ ; в случае  $n = 50$  результаты расчетов изменяются незначительно — в пределах 3 %.

С целью упростить процесс моделирования эффектов воздействия  $\Phi$  на направление движения стохастической молекулы локальная сферическая система координат выбирается так, что ее начало — в точке вылета стохастической молекулы, а оси изменяют свое направление таким образом, чтобы плоскость ( $xy$ ) была перпендикулярна потоку газа, и ось ( $Oz$ ) направлена по потоку газа (см. рисунок). В такой локальной системе координат угол  $\varphi_2$ , лежащий в плоскости ( $xy$ ), не зависит от  $\Phi$  и всегда распределяется равномерно

$$\varphi_2 = 2 \pi R_2. \quad (6)$$

Учитывая (6), делаем вывод: при распределении случайным образом угла  $\gamma_2$ , моделируется влияние эффектов парных и групповых взаимодействий ансамбля молекул  $\Phi$  на направление движения стохастической молекулы.

Учитывая, что направление наиболее вероятной скорости молекул  $V$  равновероятно в условиях равновесного состояния, закономерность распределения угла  $\gamma_2$  выявляем в виде

$$\gamma_2 = \pi R_3 (1 - P_f(v_b)), \quad (7)$$

где  $\gamma_2 \in [0; \pi]$ ,  $R_3$  — случайное число,  $R_3 \in [0; 1]$ ,  $P_f \in [0; 1]$  — параметр, который рассчитывается в соответствии с (4):  $(1 - P_f) \approx (1 - c v_b)$ , где  $c$  — постоянная, или из (4)  $P_f \sim V_{ph}/\lambda$ .

Поскольку неравновесное течение в вакуумных каналах при малых перепадах давлений близко к равновесному настолько, что может быть охарактеризовано средней длиной свободного пути молекул [5], то из (5) параметр  $P_f$  является постоянным при постоянном среднем давлении ( $\lambda = \text{const}$ ) и не зависит от геометрии канала. В условиях границы с молекулярным режимом при отсутствии межмолекулярных соударений в газовом потоке ( $v_b = 0$ )  $P_f = 0$ . В условиях границы с вязкостным режимом  $P_f = 1$ .

Представляется, что наиболее точное значение параметра  $P_f$  найдено статистическим образом, осредняя его по всему ансамблю молекул в вакуумном канале, при подборе и сопоставлении результатов имитационного моделирования с данными прецизионных измерений при заданном значении средней длины свободного пути ( $\lambda$ ) [5].

Результаты экспериментов, проведенных при различных значениях  $\lambda$  во всем диапазоне молекулярно-вязкостного режима, целесообразно в соответствии с теорией подобия представить в

виде зависимости при единичном характерном размере круглого канала ( $D$ ). При течении воздуха в осесимметричных каналах при комнатной температуре зависимость  $P_f = P_f(D/\lambda)$  или  $P_f = P_f(\text{Kn})$  может быть представлена как

$$P_f(\text{Kn}) = x(\delta)^y,$$

где  $\delta = 1/\text{Kn}$ ,  $y$  и  $x$  — постоянные [6].

Таким образом, функция распределения вероятности  $P_b(\varphi_2; \gamma_2)$  определена по (6) и (7). Эта функция отражает на мезоскопическом уровне характер неравновесного течения в канале при различных числах Кнудсена. Отметим, что параметр  $P_f$  является “внутренним” свойством ансамбля молекул в потоке газа в канале, который характеризует степень направленности средней скорости стохастической молекулы по потоку течения газа, и в том числе влияние пограничных кинетических слоев на газовый поток.

### Вычислительные эксперименты

Для вычисления газовых потоков по (3) используется ординарная для инженерной практики вычислительная технология [7].

Выполнены многочисленные эксперименты по моделированию течения разреженного газа через короткие и длинные каналы круглого и прямоугольного сечений, щели, круглые ступенчатые трубы (переходники), сложные составные трубопроводы. Результаты этих экспериментов хорошо согласуются с публикуемыми данными натурных измерений, качественно совпадают с результатами, полученными при решении линейаризованного уравнения Больцмана и методом прямого моделирования [7]. Наиболее ярко показывает действенность вероятностного подхода тот факт, что результаты, полученные на мезо- и макроуровне, прояснили механизмы газодинамических процессов и природу явлений, наблюдаемых при переходном течении разреженного газа [6]. Полученные результаты согласуются с положениями теории диффузии, переноса, неравновесной термодинамики и теории пограничного слоя.

Результаты вычислительных экспериментов обобщены в соответствии с теорией подобия в виде зависимости безразмерной проводимости ( $J_{mv}$  — отношения значений, вычисленных в молекулярно-вязкостной области, к значению, вычисленному в молекулярной области) от числа Кнудсена ( $\text{Kn}$ ). Приведем такие зависимости для расчета проводимости при среднем вакууме при откачке воздуха при комнатной температуре:

- для круглых каналов произвольной длины:

$$J_{mv} = \frac{1 + 202G + 2653G^2}{1 + 236G};$$

$$G = \frac{4,7 \cdot 10^{-3}}{\text{Kn}} \left( 1 + 2,1 \text{Kn}^{0,25} \frac{d}{l} \right),$$

где  $l$  — длина канала;  $d$  — диаметр канала;

- для прямоугольных каналов произвольной длины:

$$J_{mv} = \frac{1 + 202(2 - a/b)G + 2653(2 - a/b)G^2}{1 + 236(2 - a/b)G};$$

$$G = \frac{4,7 \cdot 10^{-3}}{\text{Kn}} \left( 1 + 2,1 \text{Kn}^{0,25} \frac{2a}{(1 + a/b)l} \right);$$

$$\text{Kn} = 4,7 \cdot 10^{-3} (1 + a/b)/(2ap),$$

где  $p$  — среднее давление в канале;

$a, b$  — меньшая и большая стороны прямоугольного сечения канала, соответственно;

$l$  — длина канала.

Отметим, что в сети Интернет на сайте Санкт-Петербургского университетского вакуумного общества "vacuum.ru" в свободном доступе предоставлена возможность рассчитать газовый поток, протекающий через сложные каналы.

### Заключение

Отметим результаты, благодаря которым удалось учесть влияние вязкостной (дрейфовой, гидродинамической) составляющей более точно, чем в приближенных методах решения уравнения Больцмана.

1. Дана физически очень наглядная интерпретация важной роли малых сил коллективных взаимодействий молекул.

2. Показано, что именно малые силы коллективных взаимодействий молекул, которые ранее считалось возможным не принимать во внимание, оказывают значительное влияние на характер движения молекул.

3. Удалось задачу расчета потоков разреженного газа представить в виде (1).

4. Удалось смоделировать блуждания практически всех молекул в газовом потоке благодаря тому, что физика движения молекул представлена на мезоскопическом уровне.

5. Удалось учесть динамику и эффекты взаимодействия ансамбля молекул как статистической группы статистическим образом.

Возможность использования ординарной для инженерной практики вычислительной технологии достигнута благодаря тому, что движения стохастических молекул моделируются последовательно по одной на базе стохастических решений.

### Литература

1. Livesey R. G. Foundations of Vacuum Science and Technology. — New York: Wiley (edited by J. M. Lafferty), 1998. P. 213.

2. Ребров А. К., Рудяк В. Я. Юбилей уравнения Больцмана // Теплофизика и аэромеханика. 2003. № 3. С. 277—278.
3. Bird G. A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. Oxford: Clarendon Press, 1994. — 458 p.
4. Шелест А. В. Метод Боголюбова в динамической теории кинетических уравнений. — М.: Наука, 1990. — 160 с.
5. Печатников Ю. М. Статистическое моделирование стационарного течения разреженного газа через вакуумную трубопроводную арматуру при молекулярно-вязкостном режиме // Инженерно-физический журнал. 1992. № 6. С. 673—676.

6. Печатников Ю. М. Физические явления и процессы переходного течения разреженного газа // Прикладная физика. 2004. № 2. С. 19—25.

7. Печатников Ю. М. Вероятностная модель и метод моделирования газовых потоков через вакуумные элементы при молекулярно-вязкостном режиме // Инженерная физика. 2003. № 2. С. 32—36.

8. Ван Кампен Н. Г. Стохастические процессы в физике и химии. — М.: Высш. шк., 1990. — 376 с.

Статья поступила в редакцию 26 апреля 2004 г.

## Stochastic approach to calculation of gas flow

Yu. M. Pechatnikov

Technical University, St. Petersburg, Russia

*This paper is devoted to development of Probable Simulation Method for modeling rarefied gas flow in the transitional, from molecular to continuum, range through three-dimensional ducts and slits of any length. A theoretical discussion of the transition range is actually. The transition regime has always presented considerable theoretical difficulty since both the theoretical formalism employed and the physical processes occurring are so different for the two extremes. From the standpoint of modeling, Vacuum Gas Dynamics has been discussed as an isothermal subset of Rarefied Gas Dynamics in duct. Theoretical Probable approaches to gas flow through duct has been considered, with an emphasis on physical interpretation. It's based on the assumptions of the kinetic theory of gases and Stochastic model of gas flow in transition range. As results, the Probable Simulation Method to gas flow has been developed. The flow of a gas through ducts of long and finite length has been investigated. The Probable Simulation Method was tested for similarity geometric components and was found to agree well with published results. The results have been discussed and verified.*

УДК 530.1

## Выражение постоянных квантовой механики через константы электродинамики и неквантовая модель атома водорода\*

Л. А. Похмельных

Компания ЭЛАТ, г. Мехико, Мексика

*Показано, что постоянные Планка и Ридберга представляют собой комбинации констант электродинамики. Развита модель равновесия электрона в атоме водорода на представлении о реальности силовых линий его поля. Из модели следует, что электроны могут иметь различные числа силовых линий при максимальном количестве  $9,1 \cdot 10^4$ . Равновесие электрона в атоме выступает как результат действия двух сил: кулоновской — дальше радиуса равновесия и силы отталкивания, которая сильнее на меньших расстояниях. Представление о силе отталкивания и различии чисел силовых линий у электронов позволяет описать характеристики распада нейтрона. Введена поправка в уравнение Бальмера-Ридберга, повышающая точность расчета частот излучения.*

Запись центрального электрического взаимодействия зарядов в виде двух компонент — статической и динамической, а также представление о силовых линиях электрического поля электрона как о реальности позволяют описать эффекты магнетизма параметрами электричества [1]. Практиче-

ская значимость концепции выразилась в обнаружении прямой пропорциональности ЭДС индукции вызывающему ее току, зависимости, отличающейся от описываемой уравнением Максвелла. Полученный результат послужил основанием для применения концепции в атомном масштабе.

\* Статья публикуется в дискуссионном виде.