

Важно отметить, что уже первые сообщения очевидцев показали, что молния несет электрический заряд или, по крайней мере, поляризуется в электрическом поле. Понять причину этого И. П. Стаканов смог не сразу. Непонятно было, почему последствия взаимодействия шаровой молнии с окружающими предметами и разброс энергии, выделяемой при таком взаимодействии, так сильно разнятся. Именно поэтому раздел об электрических явлениях, сопровождающих шаровую молнию, был включен им только во второе издание монографии.

Благодаря работам И. П. Стаканова (1973—1987 гг.) создана база, стимулирующая правильное направление экспериментального поиска, и мы имеем на сегодняшний день ясно сформулированную научную задачу. Он показал, что отсутствие прямой связи движения шаровой молнии с

какими-нибудь токонесущими или волноводными каналами является ахиллесовой пятой всех теорий, предполагающих внешние источники энергии; что электрические явления, сопровождающие шаровую молнию, несовместимы с нейтральным составом ее вещества (т. е. с химическими гипотезами); что вещество шаровой молнии не может состоять из высокотемпературной плазмы.

*Автор считает своим долгом выразить благодарность академику В. Л. Гинзбургу и д-ру физ.-мат. наук А. А. Рухадзе за поддержку работы над архивом ее мужа.*

*Статья поступила в редакцию 22 июня 2004 г.*

## Ball lightning remains as a riddle

I. G. Stakhanova  
Moscow, Russia

*In the article the consideration is made to the history and state of a process of study of a ball lightning with substantiation of the approaches to one of the most advanced hypotheses about the nature of such lightning, namely, the cluster hypothesis, which had been formulated by the outstanding domestic scientist I. P. Stakhanov for the first time.*

УДК 538.6

## Магнитное поле, создаваемое в дуговом канале током основного металла

B. O. Бушма, D. B. Калашников  
Московский энергетический институт (Технический университет), Москва, Россия

*Численно определены координатные составляющие магнитного поля, создаваемые в пространстве дугового столба током основного металла. Расчет выполнен для средней напряженности магнитного поля в канале проплавления при различных положениях катодного пятна на основном металле. Полученные данные будут использованы при создании математической модели дуги с интенсивно расходуемым электродом, помещенной в узкую щелевую разделку.*

При создании математической модели, адекватно описывающей поведение электрической дуги в узкой щелевой разделке при дуговой сварке неподвижным плавящимся электродом (ДС НПЭ), необходимо знать величину и распределение напряженности магнитного поля в дуговом канале, которая создается током пластинчатого электрода [1] и токами частей изделия.

Для определения составляющих магнитного поля, создаваемых токами, протекающими по

частям изделия, необходимо найти распределение потенциала в каждой из частей изделия.

Рассмотрим трехмерную задачу распределения потенциала в каждой из частей основного металла изделия в следующей постановке (рис. 1, a, б). В обе части изделия поступает равномерно половина тока пластинчатого электрода. Места токоподключения к пластине заштрихованы. На незаштрихованных поверхностях пластины имеют место нулевые условия Неймана. В каждую

из частей изделия ток втекает на площади  $(c-l) \times (f-g)$ , а сток тока происходит равномерно с площади  $b \times a$ . Части изделия расположены друг от друга на расстоянии, равном толщине электрода  $\delta$ . Толщиной электродного покрытия пренебрегаем, считая  $\Delta \ll \delta$ .

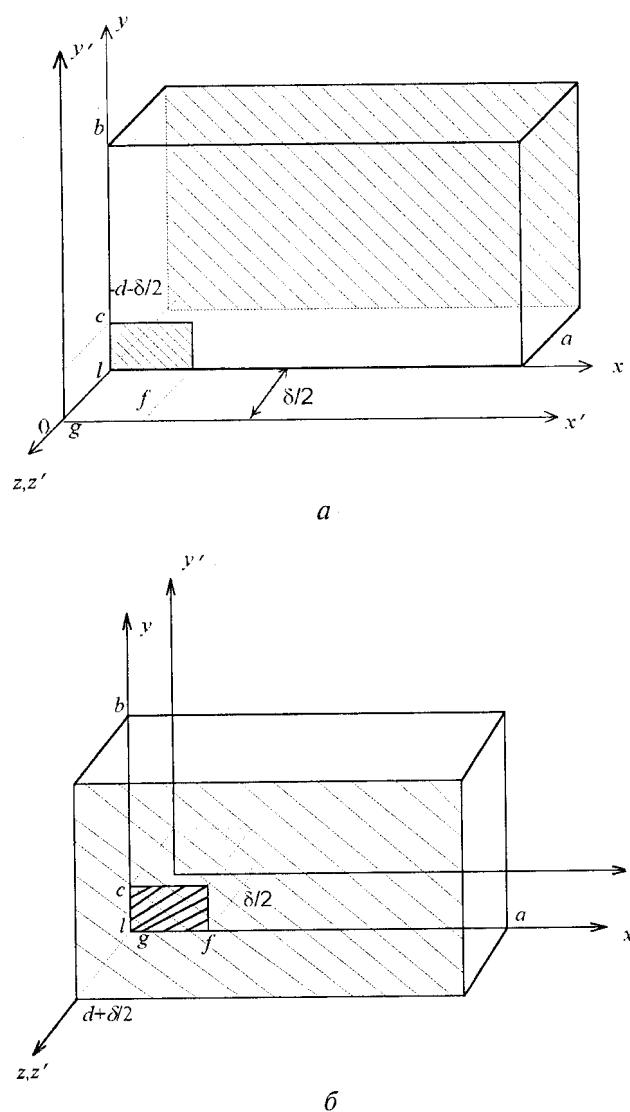


Рис. 1. К определению распределения потенциала в частях изделия:  
а — одна часть изделия; б — другая часть изделия

Этот случай соответствует началу сварки. Распределенная сварочная ванна только начинает формироваться. Площадь втекания тока в каждую из частей свариваемого изделия на этапе формирования сварочной ванны определяется размером катодного пятна дуги, расположенного на боковой подкладке, и примыкающей к ней поверхности части изделия.

Случай распределения потенциала в частях изделия в стационарном режиме сварки отличается от рассматриваемого. При этом необходимо иметь дополнительные экспериментальные данные о площадке втекания тока в части изделия.

Уравнение для потенциала одной части изделия имеет вид

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z'^2} = 0. \quad (1)$$

При граничных условиях имеем:

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial x' \mid_{x'=0}} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial x' \mid_{x'=a}} = 0, \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial y' \mid_{y'=0}} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial y' \mid_{y'=b}} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z' \mid_{z'=-\delta/2}} = \begin{cases} -I\rho_m / 2(c-l)(f-g), & l \leq y' \leq c, g \leq x' \leq f \\ 0, & 0 \leq y' < l, c < y' \leq b, \\ 0 \leq x' < g, & f < x' \leq a \end{cases}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z' \mid_{z'=-d-\delta/2}} = -\frac{I\rho_m}{2ab},$$

где  $b, a, d$  — размеры одной части свариваемого изделия;  
 $c, l, f, g$  — координаты площади, через которую ток втекает в каждую часть изделия;

$\varphi_1$  — потенциал одной части изделия;  
 $\rho_m$  — удельное сопротивление материала изделия (считаем, что материал электрода и изделия одинаковы);

$\delta$  — толщина пластинчатого электрода;  
 $I$  — полный ток электрода.

Предполагается, что для формирования корня сварного шва используется изолирующая (керамическая) подкладка. Если это не так, то граничные условия (2), (3) будут иметь другой вид.

Условие разрешимости задачи имеет вид [2]

$$\int \int \int_{0 \ 0}^{a \ b} \left[ \frac{\partial \varphi_1}{\partial z' \mid_{z'=-0,5\delta}} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial z' \mid_{z'=-d-0,5\delta}} \right] dx' dy' = 0. \quad (4)$$

Равенство нулю (4) свидетельствует о том, что в металле рассматриваемой части изделия не накапливается заряд.

Воспользуемся преобразованием декартовых координат:

$$x = x', \quad y = y', \quad z = z' + \delta/2. \quad (5)$$

После преобразования координат вид уравнения не изменится (пропадут штрихи), а изменятся лишь граничные условия по переменной  $z$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z \mid_{z=0}} = \psi_1 = \begin{cases} -I\rho_m / 2(c-l)(f-g), & l \leq y \leq c, \quad g \leq x \leq f \\ 0, & 0 \leq y < l, \quad c < y \leq b, \\ 0 \leq x < g, & f < x \leq a \end{cases}; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z \mid_{z=-d}} = \psi_2 = -\frac{I\rho_m}{2ab}.$$

Так как уравнение (1) допускает разделение переменных, применим этот метод [3].

Общее решение уравнения для потенциала состоит из суммы трех рядов Фурье, коэффициенты которых определяются разложением граничных условий по собственным функциям, удовлетворяющим решению уравнения (1)

$$\begin{aligned}\varphi_1(x, y, z) = \psi_2 z + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_{1m0} ch[\sqrt{\lambda_{m0}}(z+d)]}{\sqrt{\lambda_{m0}} sh[\sqrt{\lambda_{m0}}d]} \times \\ \times \cos \frac{m\pi x}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi_{10n} ch[\sqrt{\lambda_{0n}}(z+d)]}{\sqrt{\lambda_{0n}} sh[\sqrt{\lambda_{0n}}d]} \cos \frac{n\pi y}{b} + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_{1mn} ch[\sqrt{\lambda_{mn}}(z+d)]}{\sqrt{\lambda_{mn}} sh[\sqrt{\lambda_{mn}}d]} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}, \quad (7)\end{aligned}$$

где собственные числа  $\lambda$  определяются соотношением

$$\lambda_{mn} = \pi^2 \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right), \quad m, n = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

В равенстве (7) значения  $\psi_{1m0}$ ,  $\psi_{10n}$ ,  $\psi_{1mn}$  представляют разложение по собственным функциям граничного условия (6) в двойные ряды Фурье [4]:

$$\begin{aligned}\psi_{10m} = \frac{2}{ab} \int_0^a \int_0^b \psi_1 \cos \frac{n\pi y}{b} dy dx = \frac{2\psi_1(f-g)}{a\pi n} \times \\ \times \left[ \sin \frac{n\pi c}{b} - \sin \frac{n\pi l}{b} \right], \\ \psi_{1m0} = \frac{2}{ab} \int_0^a \int_0^b \psi_1 \cos \frac{m\pi x}{a} dy dx = \frac{2\psi_1(c-l)}{b m \pi} \times \\ \times \left[ \sin \frac{m\pi f}{a} - \sin \frac{m\pi g}{a} \right], \quad (9) \\ \psi_{1mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b \psi_1 \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} dy dx = \frac{4\psi_1}{\pi^2 mn} \times \\ \times \left[ \sin \frac{m\pi f}{a} - \sin \frac{m\pi g}{a} \right] \left[ \sin \frac{n\pi c}{b} - \sin \frac{n\pi l}{b} \right].\end{aligned}$$

Переходя к исходной системе координат со штрихами, т. е. выполняя преобразование координат (5), получим

$$\begin{aligned}\varphi_1(x', y', z') = \psi_2(z' + \frac{\delta}{2}) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_{1m0} ch[\sqrt{\lambda_{m0}}(z' + 0,5\delta + d)]}{\sqrt{\lambda_{m0}} sh[\sqrt{\lambda_{m0}}d]} \times \\ \times \cos \frac{m\pi x'}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi_{10n} ch[\sqrt{\lambda_{0n}}(z' + 0,5\delta + d)]}{\sqrt{\lambda_{0n}} sh[\sqrt{\lambda_{0n}}d]} \cos \frac{n\pi y'}{b} + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_{1mn} ch[\sqrt{\lambda_{mn}}(z' + 0,5\delta + d)]}{\sqrt{\lambda_{mn}} sh[\sqrt{\lambda_{mn}}d]} \cos \frac{m\pi x'}{a} \cos \frac{n\pi y'}{b}. \quad (10)\end{aligned}$$

Уравнение (1) сохраняется, и для потенциала второй части изделия (см. рис. 1, б) только  $\varphi_1$  заменяется на  $\varphi_2$ .

В этом случае граничные условия имеют вид

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial x'|_{x'=0}} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial x'|_{x'=a}} = 0, \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial y'|_{y'=0}} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial y'|_{y'=b}} = 0;$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial z'|_{z'=\delta/2}} = \begin{cases} \frac{-I\rho_m}{2(c-l)(f-g)}, & l \leq y' \leq c, \quad g \leq x' \leq f \\ 0, & 0 \leq y' \leq l, \\ 0 \leq x' < g, f < x' \leq a & c < y' \leq b, \end{cases}; \quad (11)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial z'|_{z'=d+\delta/2}} = + \frac{I\rho_m}{2ab}. \quad (12)$$

Знаки в граничных условиях (11), (12) изменены на противоположные, так как направление плотности тока совпадает с осью  $z'$ . Кроме того, при таких знаках выполняется условие разрешимости задачи (4).

Преобразование координат для второй части изделия имеет вид

$$x = x', \quad y = y', \quad z = z' - \delta/2. \quad (13)$$

После преобразования координат граничные условия изменятся

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varphi_2}{\partial z'|_{z=0}} = \psi_3 = \begin{cases} \frac{+I\rho_m}{2(c-l)(f-g)}, & l \leq y \leq c, \quad g \leq x \leq f \\ 0, & 0 \leq y < l, \quad c < y \leq b, \\ 0 \leq x < g, \quad f < x \leq a & \end{cases}; \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial z'|_{z=d}} = \psi_4 = + \frac{I\rho_m}{2ab}.\end{aligned}$$

Для потенциала другой части изделия получим

$$\begin{aligned}\varphi_2(x, y, z) = \psi_4 z - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_{3m0} ch[\sqrt{\lambda_{m0}}(z-d)]}{\sqrt{\lambda_{m0}} sh[\sqrt{\lambda_{m0}}d]} \times \\ \times \cos \frac{m\pi x}{a} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi_{30n} ch[\sqrt{\lambda_{0n}}(z-d)]}{\sqrt{\lambda_{0n}} sh[\sqrt{\lambda_{0n}}d]} \cos \frac{n\pi y}{b} - \\ - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_{3mn} ch[\sqrt{\lambda_{mn}}(z-d)]}{\sqrt{\lambda_{mn}} sh[\sqrt{\lambda_{mn}}d]} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}, \quad (14)\end{aligned}$$

где коэффициенты рядов определяются соотношениями

$$\begin{aligned}\psi_{30m} = \frac{2}{ab} \int_0^a \int_0^b \psi_3 \cos \frac{n\pi y}{b} dy dx = \frac{2\psi_3(f-g)}{a\pi n} \times \\ \times \left[ \sin \frac{n\pi c}{b} - \sin \frac{n\pi l}{b} \right],\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\psi_{3m0} = \frac{2}{ab} \int_0^a \int_0^b \psi_3 \cos \frac{m\pi x}{a} dy dx = \frac{2\psi_3(c-l)}{b m \pi} \times \\ \times \left[ \sin \frac{m\pi f}{a} - \sin \frac{m\pi g}{a} \right], \quad (15)\end{aligned}$$

$$\psi_{3mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b \psi_3 \cos \frac{mnx}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} dy dx = \frac{4\psi_3}{\pi^2 mn} \times \\ \times \left[ \sin \frac{m\pi f}{a} - \sin \frac{m\pi g}{a} \right] \left[ \sin \frac{n\pi c}{b} - \sin \frac{n\pi l}{b} \right],$$

а собственные числа соотношением (8).

Полученное решение (15) применимо для объема второй части изделия при  $0 \leq z \leq d$ .

Переходя к исходной (13) декартовой системе координат со штрихами (см. рис. 1, б), для потенциала второй части изделия получим

$$\varphi_2(x', y', z') = \psi_4(z' - \frac{\delta}{2}) - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_{3m0} ch[\sqrt{\lambda_{m0}}(z' - 0,5\delta - d)]}{\sqrt{\lambda_{m0}} sh[\sqrt{\lambda_{m0}}d]} \times \\ \times \cos \frac{mnx'}{a} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi_{30n} ch[\sqrt{\lambda_{0n}}(z' - 0,5\delta - d)]}{\sqrt{\lambda_{0n}} sh[\sqrt{\lambda_{0n}}d]} \cos \frac{n\pi y'}{b} - \\ - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_{3mn} ch[\sqrt{\lambda_{mn}}(z' - 0,5\delta - d)]}{\sqrt{\lambda_{mn}} sh[\sqrt{\lambda_{mn}}d]} \cos \frac{mnx'}{a} \cos \frac{n\pi y'}{b}. \quad (16)$$

Решения (10), (16) будут использованы при определении плотностей тока и магнитного поля канала проплавления в реальных условиях сварки.

Сходимость рядов полученных решений для потенциалов частей изделия может быть улучшена, например, используя метод выделения особенностей разлагаемой функции, предложенный А. Н. Крыловым [5], но так как члены рядов решений убывают не хуже чем  $\frac{1}{n^2}$  или  $\frac{1}{m^2}$ , а ряды для плотностей тока интегрируются, то такой сходимости достаточно для оценки величины магнитного поля, создаваемого в дуговом канале токами частей изделия.

На рис. 2, а, б показано распределение потенциала (7) в плоскости  $x\theta y$  при различных значениях координаты  $z$ . Так как на границах изделия задана постоянная или кусочно-

постоянная плотность тока, то потенциал изделия, являясь первообразной, будет линейно меняющейся функцией.

Распределения потенциала другой части свариваемого изделия (14) не отличаются от приведенных на рис. 2. Только в этом случае координата  $z$  изменяется в пределах  $0 \leq z \leq d$ .

Плотность тока в основном металле одной части изделия определяется соотношением [6]

$$J_{1M} = -\sigma_M \text{grad}\phi_1 = -\sigma_M \left[ i \frac{\partial \phi}{\partial x'} + j \frac{\partial \phi}{\partial y'} + k \frac{\partial \phi}{\partial z'} \right] = \\ = iJ_{1x} + jJ_{1y} + kJ_{1z},$$

где  $\sigma_M$  — проводимость основного металла;  $i, j, k$  — единичные орты по осям  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ ;  $J_{1x}$ ,  $J_{1y}$ ,  $J_{1z}$  — проекции плотности тока одной части изделия на соответствующие оси.

Вводя в решение для потенциала (10) и его производной одной части изделия обозначения

$$\begin{aligned} \psi_{10n}(z'_+) &= \frac{\psi_{10n} ch[\sqrt{\lambda_{0n}}(z' + 0,5\delta + d)]}{\sqrt{\lambda_{0n}} sh[\sqrt{\lambda_{0n}}d]}, \\ \psi_{1m0}(z'_+) &= \frac{\psi_{1m0} ch[\sqrt{\lambda_{m0}}(z' + 0,5\delta + d)]}{\sqrt{\lambda_{m0}} sh[\sqrt{\lambda_{m0}}d]}, \\ \psi_{1mn}(z'_+) &= \frac{\psi_{1mn} ch[\sqrt{\lambda_{mn}}(z' + 0,5\delta + d)]}{\sqrt{\lambda_{mn}} sh[\sqrt{\lambda_{mn}}d]}, \quad (17) \\ \psi'_{10n}(z'_+) &= \frac{\psi_{10n} sh[\sqrt{\lambda_{0n}}(z' + 0,5\delta + d)]}{sh[\sqrt{\lambda_{0n}}d]}, \\ \psi'_{1m0}(z'_+) &= \frac{\psi_{1m0} sh[\sqrt{\lambda_{m0}}(z' + 0,5\delta + d)]}{sh[\sqrt{\lambda_{m0}}d]}, \\ \psi'_{1mn}(z'_+) &= \frac{\psi_{1mn} sh[\sqrt{\lambda_{mn}}(z' + 0,5\delta + d)]}{sh[\sqrt{\lambda_{mn}}d]}, \end{aligned}$$

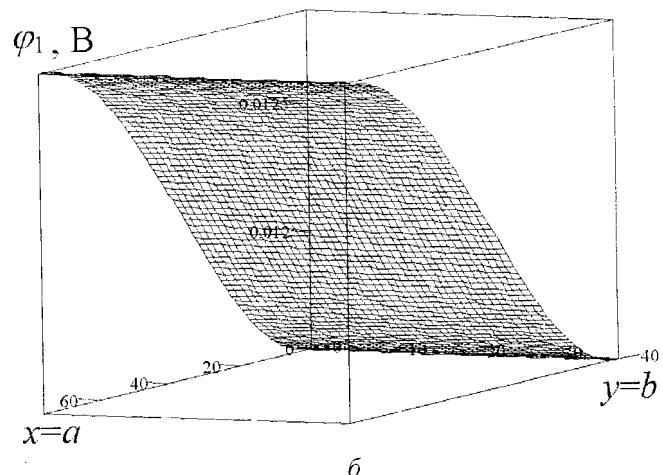
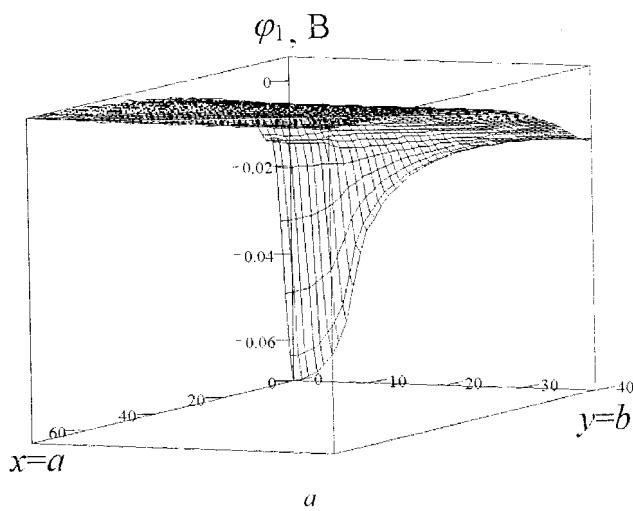


Рис. 2. Распределение потенциала одной части изделия при различных значениях координаты  $z$ : а —  $z = 0$ ; б —  $z = -d$  (ток изделия  $I = 300$  А, координаты стока тока  $g = l = 0$ ,  $c = f = 0,4$  см)

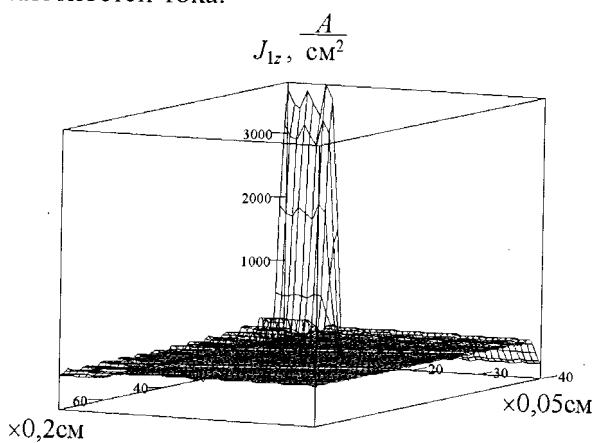
где значения коэффициентов  $\psi_{1mn}$ ,  $\psi_{1m0}$ ,  $\psi_{10n}$  определены соотношениями (9), для координатных плотностей тока  $J_x$ ,  $J_y$  и  $J_z$  одной части изделия получим:

$$J_{1x} = \sigma \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{a} \psi_{1m0}(z'_+) \sin \frac{m\pi x'}{a} + \\ + \sigma \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{a} \psi_{1mn}(z'_+) \sin \frac{m\pi x'}{a} \cos \frac{n\pi y'}{b}; \quad (18)$$

$$J_{1y} = \sigma \sum_{m=1}^{\infty} \frac{n\pi}{b} \psi_{10n}(z'_+) \sin \frac{n\pi y'}{b} + \\ + \sigma \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{n\pi}{b} \psi_{1mn}(z'_+) \cos \frac{m\pi x'}{a} \sin \frac{n\pi y'}{b}; \quad (19)$$

$$J_{1z} = -\sigma \psi_2 - \sigma \sum_{m=1}^{\infty} \psi'_{1m0}(z'_+) \cos \frac{m\pi x'}{a} - \\ - \sigma \sum_{n=1}^{\infty} \psi'_{10n}(z'_+) \cos \frac{n\pi y'}{b} - \\ - \sigma \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \psi'_{1mn}(z'_+) \cos \frac{m\pi x'}{a} \cos \frac{n\pi y'}{b}. \quad (20)$$

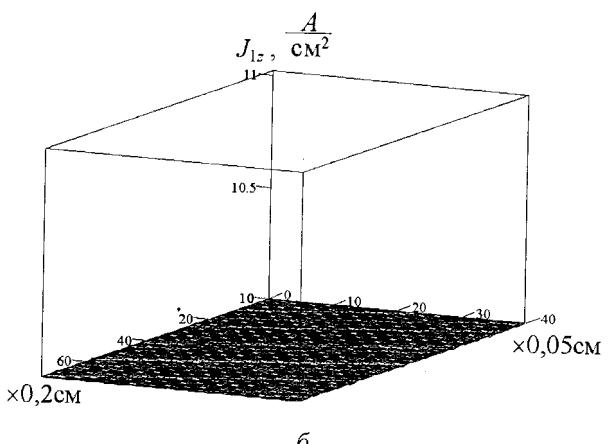
По формулам (18)–(20) можно рассчитать пространственные распределения координатных плотностей тока.

*a*

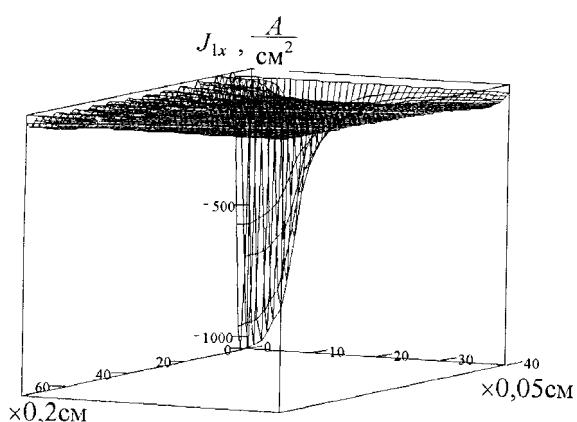
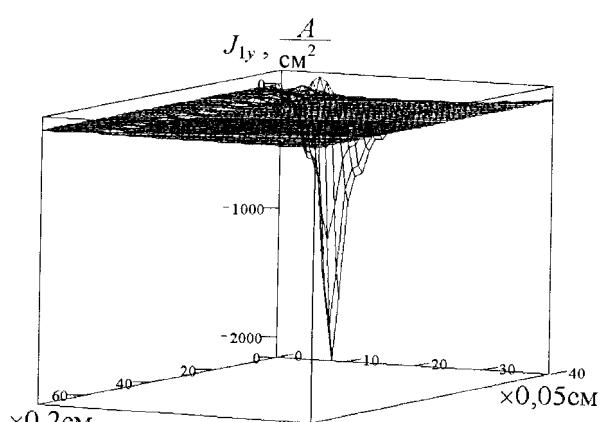
Примем в качестве основных две декартовые координаты  $x$  и  $y$ , а в качестве параметра используем оставшуюся третью координату  $z$ .

На рис. 3, *a*, *b* показаны два распределения плотности тока  $J_{z1}$  (20) на плоскости  $x0y$  при различных значениях координаты  $z$ . Распределения *a* и *b* соответствуют плотностям одной части изделия для втекающего и вытекающего сварочного тока. Плотность линий тока вблизи площади втекающего тока велика и при постоянном токе сварки определяется непосредственно площадью  $(c-l) \times (f-g)$  (см. рис. 1). При протекании тока через части изделия происходит перераспределение плотности тока в объеме частей изделия. При таком перераспределении кроме плотности тока  $J_{1z}$  в объеме одной части изделия появляются значительные по величине плотности тока  $J_{1x}$  и  $J_{1y}$ .

На рис. 4, *a*, *b* показаны распределения плотностей тока  $J_{1x}(x,y)$  и  $J_{1y}(x,y)$  одной части изделия при одних и тех же координатах площади втекания  $(c-l) \times (f-g)$ . Для области вблизи площади втекания плотности тока  $J_{1x}$  (см. рис. 4, *a*) и  $J_{1y}$  (см. рис. 4, *b*) имеют тот же порядок, что и распределение плотности тока  $J_{1z}$  (см. рис. 3, *a*).

*b*

**Рис. 3. Распределение плотности тока  $J_{z1}(x, y)$  одной части изделия при различных значениях координаты  $z$ :**  
*a* —  $z = 0$ ; *б* —  $z = -d$  (ток части изделия 300 А, сток тока  $c = g = 0,4$  см,  $f = l = 0$ )

*a**b*

**Рис. 4. Распределение плотностей тока одной части изделия при значении координаты  $z = 0$ :**  
*a* —  $J_{1x}(x, y)$ ; *б* —  $J_{1y}(x, y)$ ; (ток части изделия 300 А, сток тока  $c = g = 0,4$  см,  $f = l = 0$ )

На рис. 5, а, б, в показаны, соответственно, объемные плотности токов  $J_{1z}$ ,  $J_{1x}$ ,  $J_{1y}$  при изменении местоположения площади втекающего тока.

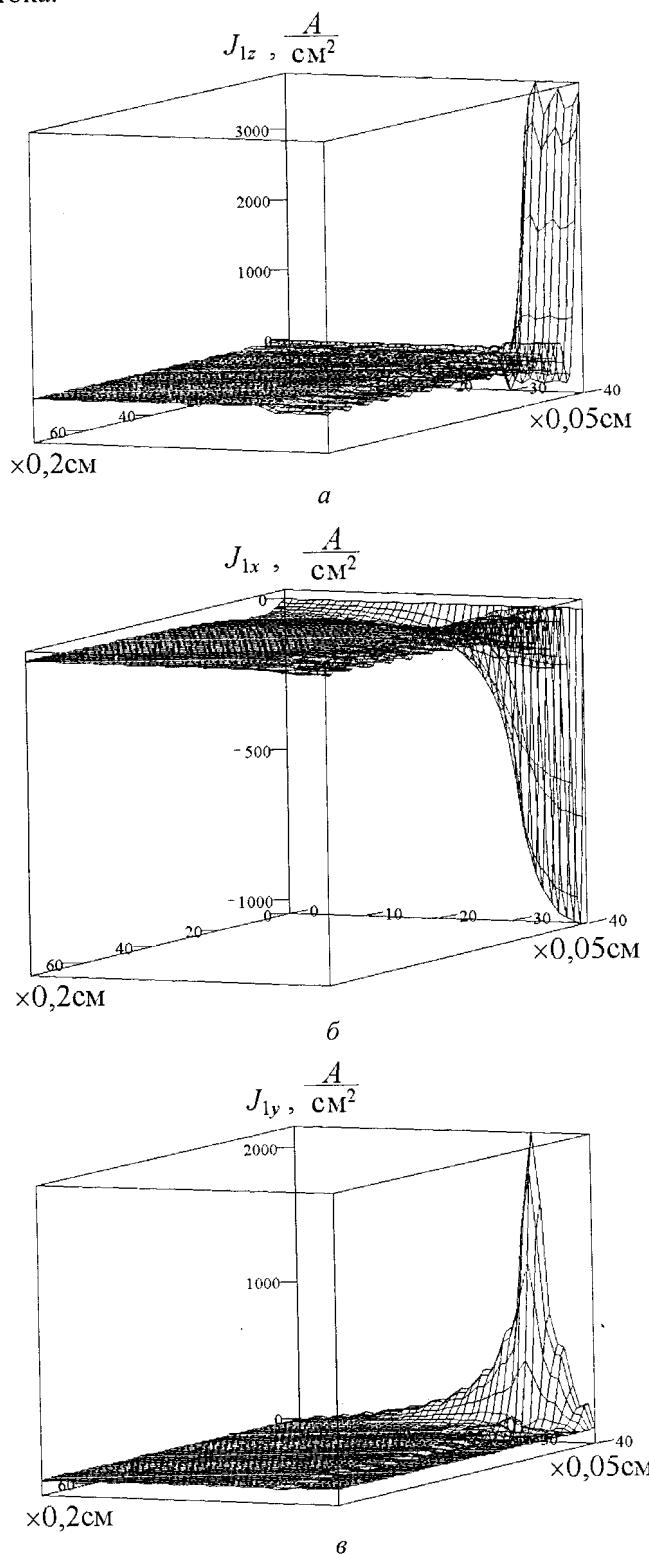


Рис. 5. Объемные плотности токов одной части изделия ( $z = 0$ , координаты площади втекающего тока  $c = 2$  см,  $l = 1,6$  см,  $g = 0,4$  см,  $f = 0$ , ток части изделия 300 А): а —  $J_{1z}(x, y)$ ; б —  $J_{1x}(x, y)$ ; в —  $J_{1y}(x, y)$

Следует отметить, что при изменении местоположения площади втекающего тока проекции плотности тока  $J_{1z}$  и  $J_{1x}$  не изменяют своего на-

правления, а плотность тока  $J_{1y}$  изменяет свое направление на противоположное.

Для другой части изделия в соответствии с преобразованиями координат (13) соотношения (17) примут вид

$$\begin{aligned}\psi_{30n}(z') &= \frac{\psi_{30n} ch[\sqrt{\lambda_{0n}}(z' - 0,5\delta - d)]}{\sqrt{\lambda_{0n}} sh\sqrt{\lambda_{0n}}d}; \\ \psi_{3m0}(z') &= \frac{\psi_{3m0} ch[\sqrt{\lambda_{m0}}(z' - 0,5\delta - d)]}{\sqrt{\lambda_{m0}} sh\sqrt{\lambda_{m0}}d}; \\ \psi_{3mn}(z') &= \frac{\psi_{3mn} ch[\sqrt{\lambda_{mn}}(z' - 0,5\delta - d)]}{\sqrt{\lambda_{mn}} sh\sqrt{\lambda_{mn}}d}; \\ \psi'_{30n}(z') &= \frac{\psi_{30n} sh[\sqrt{\lambda_{0n}}(z' - 0,5\delta - d)]}{sh\sqrt{\lambda_{0n}}d}; \\ \psi'_{3m0}(z') &= \frac{\psi_{3m0} sh[\sqrt{\lambda_{m0}}(z' - 0,5\delta - d)]}{sh\sqrt{\lambda_{m0}}d}; \\ \psi'_{3mn}(z') &= \frac{\psi_{3mn} sh[\sqrt{\lambda_{mn}}(z' - 0,5\delta - d)]}{sh\sqrt{\lambda_{mn}}d},\end{aligned}$$

где величины  $\psi_{3mn}$ ,  $\psi_{3m0}$ ,  $\psi_{30n}$  определяются равенствами (15).

Для координатных плотностей тока  $J_{2x}$ ,  $J_{2y}$  и  $J_{2z}$  другой части изделия получим

$$\begin{aligned}J_{2x} &= -\sigma \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{a} \psi_{3m0}(z') \sin \frac{m\pi x'}{a} - \\ &- \sigma \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{a} \psi_{3mn}(z') \sin \frac{m\pi x'}{a} \cos \frac{n\pi y'}{b};\end{aligned}\quad (21)$$

$$\begin{aligned}J_{2y} &= -\sigma \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{b} \psi_{310n}(z') \sin \frac{m\pi y'}{b} - \\ &- \sigma \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{n\pi}{b} \psi_{3mn}(z') \cos \frac{m\pi x'}{a} \sin \frac{n\pi y'}{b};\end{aligned}\quad (22)$$

$$\begin{aligned}J_{2z} &= -\sigma \psi_4 + \sigma \sum_{m=1}^{\infty} \psi'_{3m0}(z') \cos \frac{m\pi x'}{a} + \\ &+ \sigma \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \psi'_{30n}(z') \cos \frac{n\pi y'}{b} + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \psi'_{3mn}(z') \cos \frac{m\pi x'}{a} \cos \frac{n\pi y'}{b}.\end{aligned}\quad (23)$$

Полученные формулы (18)–(23) для обеих частей изделия будут использоваться для численного определения напряженности составляющих магнитного поля дугового канала, создаваемых сварочными токами, протекающими по частям изделия.

При определении напряженности составляющих магнитного поля дугового канала, создава-

мых токами частей свариваемого изделия, будем полагать, что ось дугового канала располагается симметрично между частями изделия и совпадает с осью  $y$ , как показано на рис. 6, а, б.

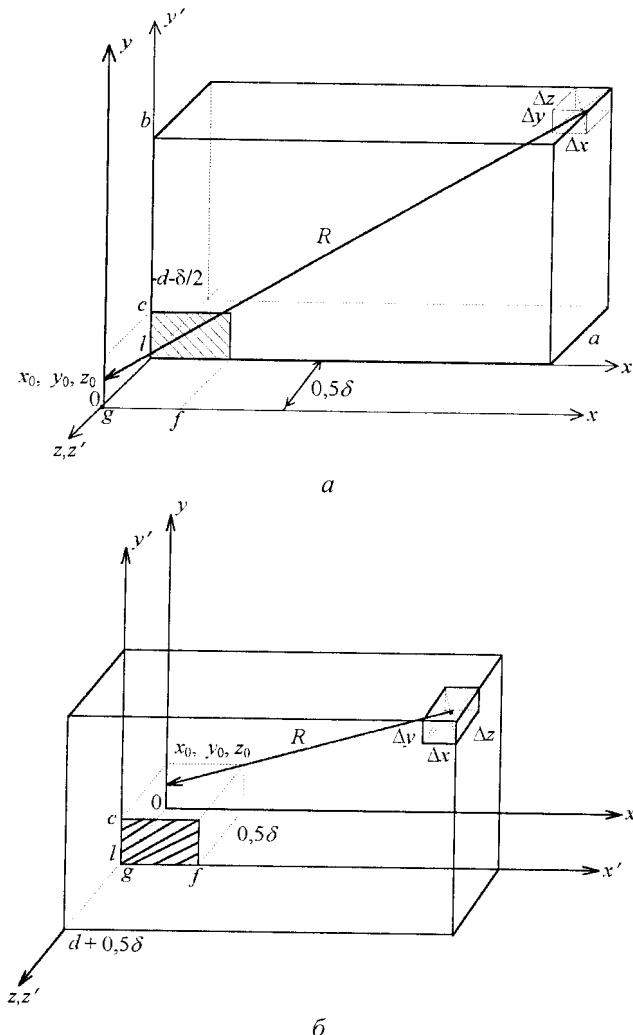


Рис. 6. К определению напряженности составляющих магнитного поля, создаваемых токами частей изделия:  
а — первая часть изделия; б — вторая часть изделия

Для напряженности составляющих магнитного поля, создаваемых токами одной части изделия (см. рис. 6, а), можно записать [6]

$$H_{1x} = \frac{1}{4\pi} \int_0^a \int_0^b \int_{-0.5\delta}^{d-0.5\delta} \frac{J_{1y}(z_0 - z) - J_{1z}(y_0 - y)}{[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]^{\frac{3}{2}}} dx dy dz; \quad (24)$$

$$H_{1y} = \frac{1}{4\pi} \int_0^a \int_0^b \int_{-0.5\delta}^{d-0.5\delta} \frac{J_{1z}(x_0 - x) - J_{1x}(z_0 - z)}{[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]^{\frac{3}{2}}} dx dy dz; \quad (25)$$

$$H_{1z} = \frac{1}{4\pi} \int_0^a \int_0^b \int_{-0.5\delta}^{d-0.5\delta} \frac{J_{1x}(y_0 - y) - J_{1y}(x_0 - x)}{[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]^{\frac{3}{2}}} dx dy dz. \quad (26)$$

В соотношениях (24)–(26) используются следующие обозначения:

$x, y, z$  — координаты элемента объема части изделия;

$x_0, y_0, z_0$  — координаты точки дугового канала, где рассчитываются составляющие напряженности магнитного поля,  $H_{1x}, H_{1y}, H_{1z}$ , создаваемые током первой части изделия.

Для плотностей тока первой части изделия  $J_{1x}, J_{1y}, J_{1z}$  используются выражения (18)–(20), в которых штрихи при переменных опущены.

Для напряженности составляющих магнитного поля, создаваемых в дуговом канале током второй части изделия (см. рис. 6, б), аналогично получим

$$H_{2x} = \frac{1}{4\pi} \int_0^a \int_0^b \int_{+0.5\delta}^{d+0.5\delta} \frac{J_{2y}(z_0 - z) - J_{2z}(y_0 - y)}{[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]^{\frac{3}{2}}} dx dy dz; \quad (27)$$

$$H_{2y} = \frac{1}{4\pi} \int_0^a \int_0^b \int_{+0.5\delta}^{d+0.5\delta} \frac{J_{2z}(x_0 - x) - J_{2x}(z_0 - z)}{[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]^{\frac{3}{2}}} dx dy dz; \quad (28)$$

$$H_{2z} = \frac{1}{4\pi} \int_0^a \int_0^b \int_{+0.5\delta}^{d+0.5\delta} \frac{J_{2x}(y_0 - y) - J_{2y}(x_0 - x)}{[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]^{\frac{3}{2}}} dx dy dz, \quad (29)$$

где  $x, y, z$  — координаты элемента объема второй части изделия;

$x_0, y_0, z_0$  — координаты точки дугового канала, где рассчитываются составляющие напряженности магнитного поля  $H_{2x}, H_{2y}, H_{2z}$ , создаваемые током второй части изделия.

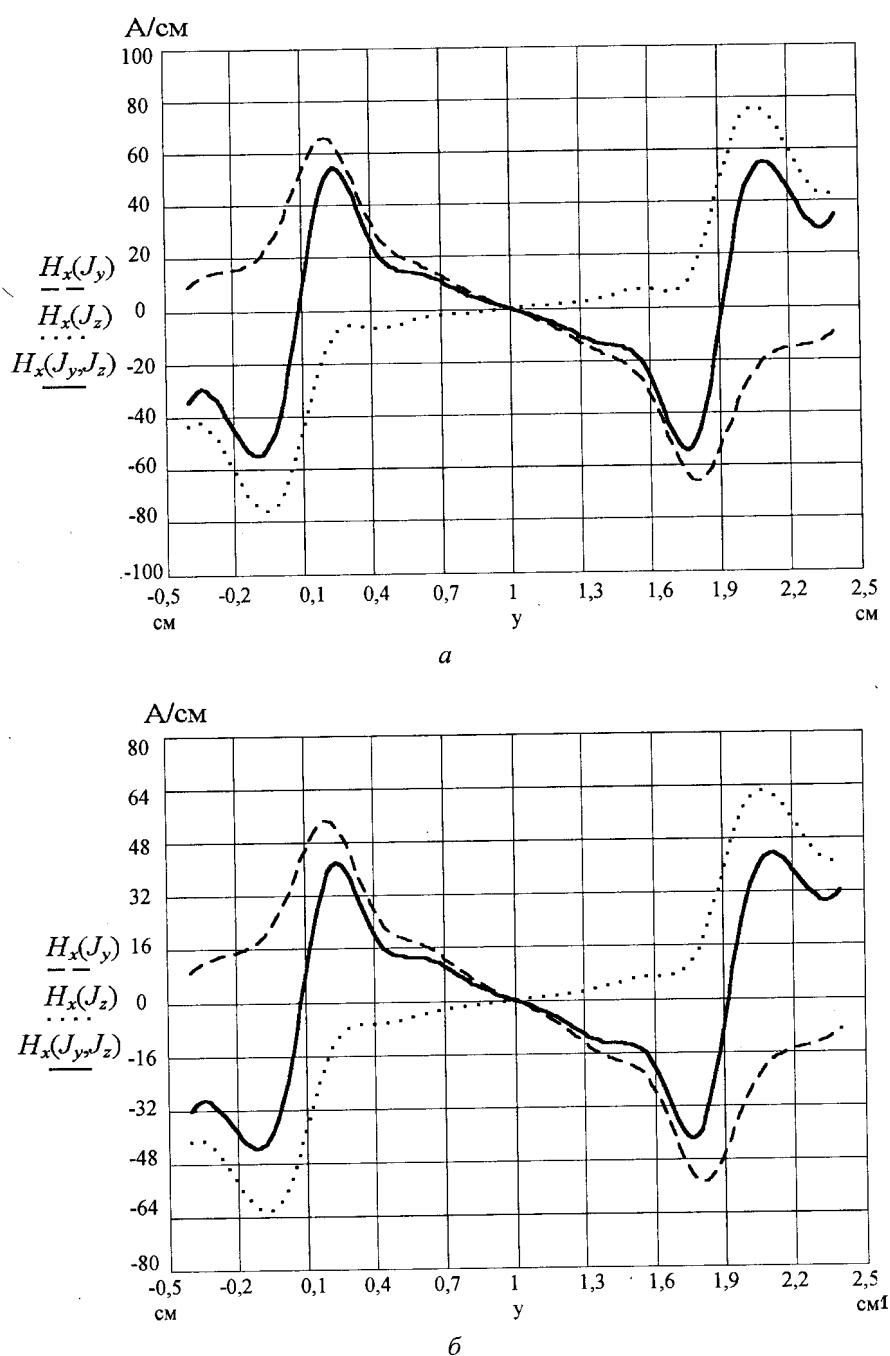
Для плотностей тока второй части изделия  $J_{2x}, J_{2y}, J_{2z}$  используются выражения (21)–(23), в которых штрихи при переменных опущены.

Результаты вычисления тройных определенных интегралов (24)–(27) и (25)–(28) представляют некоторое численное значение, соответствующее величине напряженности составляющих магнитного поля в точке дугового канала с координатами  $x_0, y_0, z_0$ . Можно показать, что значения интегралов (24)–(25) и (27)–(28) для одной и той же точки дугового канала равны для напряженности составляющих магнитного поля  $H_x$  и  $H_y$ , поэтому при численном интегрировании будем пользоваться только формулами (24), (25), а полученные численные значения затем увеличим в два раза.

На рис. 7, а, б показаны начальные распределения средней напряженности магнитного поля для составляющих  $H_x(J_y, J_z)$ ,  $H_x(J_y)$ ,  $H_x(J_z)$ , подсчитанные по формулам (24), (27) для дугового канала на этапе зажигания дуги. Представленные на рис. 7, а составляющие напряженности среднего магнитного поля рассчитаны для пускового зажигания дуги, когда существует выброс расплавленного металла из дугового канала.

Данные рис. 7, б соответствуют случаю, когда выброс расплавленного металла при зажигании дуги практически отсутствует.

Так как подынтегральные выражения (24), (27) содержат слагаемые, зависящие от плотностей тока  $J_y$  и  $J_z$ , то показаны распределения для каждого из этих слагаемых и их сумма.



*Рис. 7. Распределение составляющих средней напряженности магнитного поля  $H_x$  по высоте изделия при различной плотности тока, втекающего в часть изделия:*  
*а —  $0,5 I_w/(c - l)$  ( $f - g$ ) =  $0,5 I_w/0,16 \text{ см}^2$ ; б —  $0,5 I_w/(c - l)$  ( $f - g$ ) =  $0,5 I_w/0,32 \text{ см}^2$  (ток сварки  $I_w = 600 \text{ А}$ )*

Приведенные распределения являются нечетными функциями относительно центра основного металла ( $y_0 = 0,5b$ ) и имеют противоположные максимальные значения на границах дугового канала ( $y_0 = 0; b$ ).

Увеличение вдвое площади для тока, втекающего в части изделия, не меняет характер распределения составляющих средней напряженности магнитного поля  $H_x$ , и значения магнитного поля уменьшаются незначительно.

В самом канале ( $0 < y_0 < b$ ) характер распределения средней напряженности магнитного поля  $H_x$  в основном определяется слагаемым  $H_x(J_y)$ , а вне дугового канала ( $y_0 < 0, y_0 > b$ )

главный вклад в общее распределение напряженности магнитного поля вносит слагаемое  $H_x(J_z)$ .

В начале сварки распределенная сварочная ванна, создаваемая металлом электрода и основного металла изделия, отсутствует и электрическая дуга горит между торцем пластинчатого электрода и боковой подкладкой с примыкающими к ней стенками частей изделия.

Так как экспериментальные данные о начальном распределении плотности тока на площади втекания в часть изделия отсутствуют, то для упрощения считаем, что распределение плотности тока равномерно.

Термин "средняя напряженность магнитного поля" предполагает, что численный расчет магнитного поля выполнялся для предполагаемой оси дугового канала в центре катодных пятен, синхронно движущихся по поверхностям каждой из частей изделия, т. е. для координат дугового канала  $z_0 = 0$ ,  $y_0 = (c + l)/2$ ,  $x_0 = (f - g)/2$ .

На рис. 8, а, б показаны распределения средней напряженности магнитного поля для слагаемых

$H_y(J_x)$ ,  $H_y(J_z)$  и суммы  $H_y(J_x, J_z)$ , подсчитанные по формулам (25), (28) в начале сварки.

На рис. 8, а слагаемые магнитного поля и их сумма рассчитаны в случае, когда существует выброс расплавленного металла из дугового канала.

Данные рис. 8, б соответствуют случаю, когда выброс расплавленного металла при возбуждении дуги практически отсутствует.

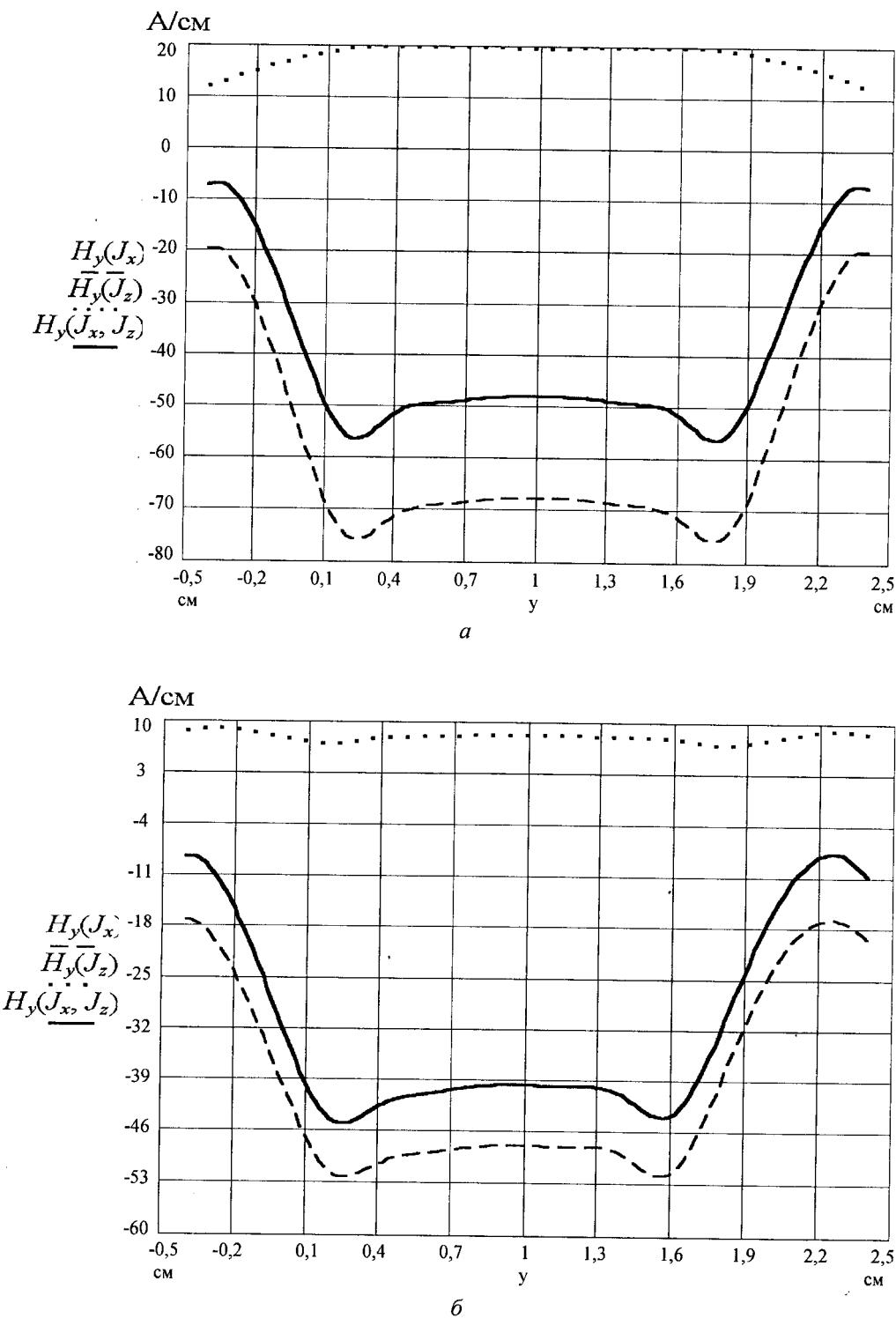


Рис. 8. Распределение составляющих средней напряженности магнитного поля  $H_y$  по высоте изделия

при различной плотности тока, втекающего в части изделия:

а —  $0,5 I_w/(c - l)$  ( $f - g$ ) =  $0,5 I_w/0,16 \text{ см}^2$ ; б —  $0,5 I_w/(c - l)$  ( $f - g$ ) =  $0,5 I_w/0,32 \text{ см}^2$  (ток сварки  $I_w = 600 \text{ А}$ )

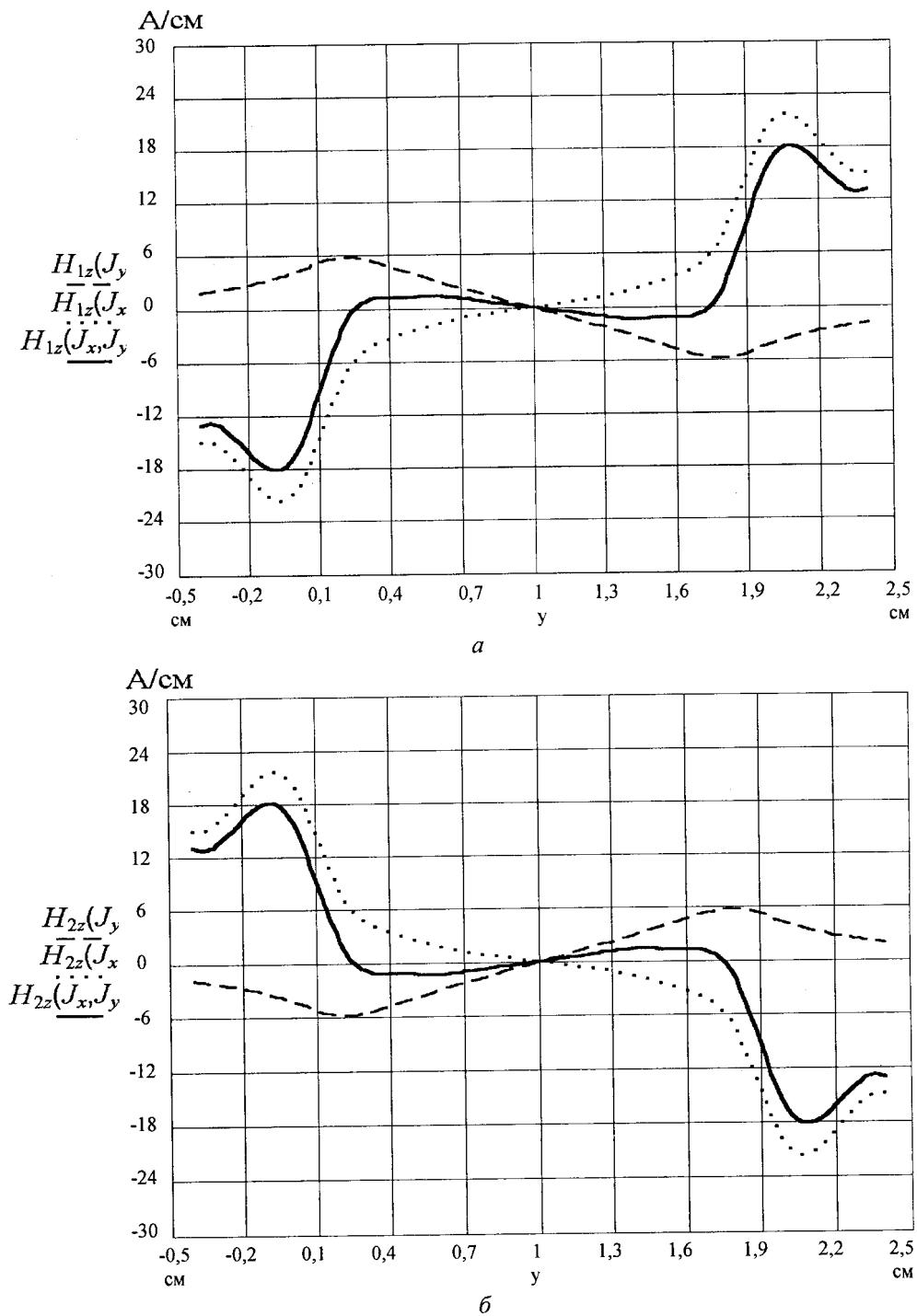
Слагаемые средней напряженности  $H_y$ , создаваемые проекциями плотности тока  $J_x$  и  $J_z$ , имеют в канале противоположные знаки.

Основной вклад в общее распределение средней напряженности магнитного поля  $H_y$  вносит плотность тока  $J_x$ .

Напряженность поля  $H_y$ , создаваемая плотностью тока  $J_z$ , по длине канала распределена практически равномерно и незначительно уменьшает общее значение средней напряженности магнитного поля, создаваемого плотностью тока  $J_x$ .

Распределения для слагаемых средней напряженности магнитного поля  $H_y$  являются четными функциями относительно центра основного металла ( $y_0 = 0,5b$ ) и имеют незначительные по сравнению с центром максимальные значения вблизи границ дугового канала.

На рис. 9, а, б показаны распределения средней напряженности магнитного поля для слагаемых  $H_z(J_x)$ ,  $H_z(J_y)$  и суммы  $H_z(J_x, J_y)$  обеих частей изделия, подсчитанные по формулам (26), (29).



**Рис. 9. Распределение составляющих средней напряженности магнитного поля  $H_z$  по высоте изделия для его частей :**  
а — первая часть изделия; б — вторая часть изделия ( $I_w = 600$  А,  $(c - l) (f - g) = 0,16$  см $^2$ )

Кривые распределения для каждой части изделия являются нечетными функциями относительно центра основного металла ( $y_0 = 0.5b$ ). В центре дугового канала слагаемые  $H_z(J_x)$ ,  $H_z(J_y)$  имеют противоположные, близкие по величине значения, поэтому суммарная напряженность  $H_z(J_x, J_y)$  в дуговом канале от каждой части изделия близка к нулю.

Напряженность магнитного поля составляющих  $H_{1z}(J_x)$ ,  $H_{1z}(J_y)$ ,  $H_{1z}(J_x, J_y)$  первой части изделия и  $H_{2z}(J_x)$ ,  $H_{2z}(J_y)$ ,  $H_{2z}(J_x, J_y)$  второй части изделия для одних и тех же областей канала имеет противоположные знаки. Поэтому при полной симметрии сборки изделия под сварку суммарное среднее магнитное поле для составляющей напряженности  $H_z$  от токов, протекающих по частям изделия, равняется нулю. Средняя напряженность составляющей магнитного поля  $H_z$  создается в дуговом канале только током, протекающим по пластинчатому электроду.

Это свойство можно результативно использовать для управления электрической дугой в канале проплавления. Если искусственно вводить управляемую токовую асимметрию для частей изделия (например подключение частей изделия к источнику питания через управляемые балластные резисторы), то можно получить эффективный инструмент управления перемещением электрической дуги в канале проплавления.

## Выводы

1. В объеме изделия происходит перераспределение плотности тока, что приводит к тому, что вблизи площади втекания тока сварки в каждую из частей изделия плотности тока  $J_x$  и  $J_y$  имеют тот же порядок, что и распределение плотности тока  $J_z$ , хотя по осям  $x$  и  $y$  используются нулевые граничные условия второго рода.

2. Основной вклад в распределение средней напряженности магнитного поля  $H_x$  в дуговом канале вносит плотность тока  $J_y$ , а вне канала

плотность тока  $J_z$ . Распределение средней напряженности магнитного поля  $H_x$  по высоте канала является нечетной функцией относительно центра основного металла.

3. В дуговом канале средняя напряженность магнитного поля  $H_y$  создается плотностью тока  $J_x$  обеих частей изделия, плотность тока  $J_z$  влияет на суммарную величину напряженности  $H_y$  незначительно. Распределение средней напряженности магнитного поля  $H_y$  по высоте канала является четной функцией относительно центра основного металла.

4. При полной симметрии сборки изделия под сварку средние напряженности магнитного поля  $H_z$  от каждой части изделия в дуговом канале равны и противоположны по знаку, поэтому средняя напряженность магнитного поля  $H_z$  дугового канала определяется только током, протекающим по пластинчатому электроду.

*Работа выполнена при поддержке грантом  
по фундаментальным исследованиям  
в области транспортных наук 2003 г.  
Министерства образования РФ.*

## Л и т е р а т у р а

1. Бушма В. О., Кубарев В. Ф., Калашников Д. В. Магнитное поле, создаваемое в дуговом канале током пластинчатого электрода//Прикладная физика. 2004. № 3. С. 29–40.
2. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. — М.—Л.: Изд-во Академии наук СССР, 1943. — 727 с.
3. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики.— М.: Наука, 1972. — 736 с.
4. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: В 3 т. — М.: Наука, 1969. Т. 3. — 656 с.
5. Крылов А. Н. Собрание трудов: III Математика. Ч. 2. — М.: Изд-во АН СССР, 1949. — 482 с.
6. Тамм И. Е. Основы теории электричества. — М.: Наука, 1989. — 504 с.

*Статья поступила в редакцию 16 июля 2004 г.*

## Magnetic field created in the arc channel by a basic metal's current

V. O. Bushma, D. V. Kalashnikov

Moscow Power Engineering Institute (Technical University), Moscow, Russia

*There are numerically determined coordinates of a magnetic field, created in arc space by means of basic metal's current. The account is carried out for average intensity of a magnetic field in arc channel at various directions of a cathode spot on the basic metal. The received data will be used in the process of mathematical model's creation of an arc with a heavily spent electrode, placed in narrow slot-hole.*