

УДК 621.362.1

## Оптимальная концентрация носителей заряда ветви термоэлемента в режимах максимальной холодопроизводительности и максимального холодильного коэффициента

О. И. Марков

Орловский государственный университет, г. Орел, Россия

*Проведено компьютерное моделирование температурного поля для ветви термоэлемента в режимах максимальной холодопроизводительности и максимального холодильного коэффициента. В расчетах использовано дифференциальное уравнение стационарной теплопроводности. Оптимальная концентрация носителей заряда ветви рассчитана с использованием классической статистики. Показано, что оптимальные концентрации носителей в рассмотренных режимах существенно различны.*

Основной недостаток термоэлектрических охлаждающих устройств при многочисленных преимуществах — сравнительно низкая эффективность, что препятствует их более широкому практическому применению. Перспективы в этой области обычно связывают с разработкой более эффективных термоэлектрических материалов, однако наряду с поисками новых высокоэффективных термоэлектриков следует более тщательно проанализировать возможности уже имеющихся материалов.

Необходимо подвергнуть пересмотру также то обстоятельство, насколько эффективно используются термоэлектрики в различных режимах работы термоэлемента. Цель данной работы в том, чтобы на примере оптимизации одной ветви термоэлемента показать, что различие в режимах работы охлаждающего модуля состоит не просто в подборе оптимального тока режима, как это принято считать, а, что немаловажно, в выборе подходящего для данного режима термоэлектрика, поскольку оптимальные концентрации носителей заряда довольно существенно различаются для режимов максимальной холодопроизводительности и максимального холодильного коэффициента.

Обычно при разработке термоэлектрического модуля, специализированного для конкретного режима работы, ставятся две основные задачи: подбор материала с максимальной термоэлектрической эффективностью и расчет термоэлемента в данном температурном интервале с избранным термоэлектриком, хотя, по сути дела это единая проблема, состоящая в том, чтобы некоторая заданная энергетическая характеристика модуля была оптимальной. Известно, что основным критерием качества полупроводниковых материалов для термоэлектрических охладителей является коэффициент термоэлектрической добротности [1].

$$Z = \frac{\alpha^2 \sigma}{\chi}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  — дифференциальная термоЭДС;

$\sigma$  — удельная электропроводимость;

$\chi$  — коэффициент теплопроводности.

Учет температурной зависимости кинетических коэффициентов реальных термоэлектриков осуществляется усреднением их по рабочему температурному интервалу, что в простейшем варианте выглядит как [2]

$$\bar{f} = \frac{1}{\Delta T} \int_{T_0}^{T_1} f dT. \quad (2)$$

При этом предполагается, что критерий (1) и в этом случае остается применимым.

Поскольку считается, что эффективность работы оптимизированной ветви термоэлемента исчерпывающе характеризуется критерием (1), то оптимизация свойств термоэлектрика заключается в максимизации коэффициента термоэлектрической добротности. Зависимость кинетических коэффициентов от концентрации свободных носителей зарядов позволяет, проведя оптимизацию, достичь максимума коэффициента термоэлектрической добротности. Однако, как отмечено в [3], обычно оптимизацию проводят для каждого из материалов ветвей в отдельности, что не обеспечивает максимума добротности термодпары в целом, поскольку эффективности разноименных ветвей обычно значительно отличаются по величине. Максимальное значение  $Z$  для полупроводников  $p$ - и  $n$ -типов проводимости достигается при некоторых оптимальных значениях концентрации носителей заряда. Такой расчет оптимальных концентраций может быть проведен до конца лишь для простейших аналитических зависимостей кинетических коэффициентов от концентрации носителей заряда [3]. При этом не учитываются концентрационная зависимость коэффициента теплопроводности, температурная зависимость теплопроводности и подвижности носителей заряда. Авторы работы не рассматривают вопрос о связи оптимальной концентрации носителей заряда с режимом работы термоэлемента, предполагая, что мак-

симализация  $Z$  позволяет в общем случае оптимизировать любые энергетические характеристики ветви термоэлемента в различных режимах.

Устранить указанные недостатки метода "средних параметров" можно, используя иной подход, состоящий в расчете оптимизируемой энергетической характеристики и оптимизации в соответствии с этим температурного поля ветви. Развиваемая в данной работе методика численной оптимизации ветвей термоэлементов позволяет найти также и оптимальную величину концентрации носителей заряда в ветви термоэлемента, предназначенного для работы в заданных температурном интервале и режиме.

Продемонстрируем возможности метода на модели однодолинного невырожденного примесного полупроводника со сферической поверхностью Ферми. Ограничимся классической статистикой носителей заряда. Поскольку при температуре жидкого азота и выше даже в сильно легированных полупроводниках преобладает рассеяние носителей заряда на колебаниях кристаллической решетки, ограничимся только этим механизмом рассеяния. В случае рассеяния на акустических фонах кинетические коэффициенты имеют вид [4]:

- дифференциальная термоЭДС

$$\alpha = \frac{k}{e} \left( 2 + \ln \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{nh^3} \right); \quad (3)$$

- электропроводность

$$\sigma = enu; \quad (4)$$

- теплопроводность

$$\chi = \chi_{lat} + 2 \left( \frac{k}{e} \right)^2 T \sigma, \quad (5)$$

где  $e$  — элементарный заряд;  
 $n$  — концентрация носителей;  
 $u$  — подвижность носителей;  
 $k$  — постоянная Больцмана;  
 $h$  — постоянная Планка;  
 $m$  — эффективная масса носителей;

$\chi_{lat}$  — решеточная составляющая теплопроводности.

Температурные зависимости решеточной составляющей теплопроводности и подвижности носителей заряда учтены в виде следующих функций:

$$\chi_{lat} = a / \sqrt{T}; \quad u = bT^{-3/2}.$$

Коэффициенты  $a$  и  $b$  в этих формулах для подвижности носителей заряда и решеточной теплопроводности были выбраны так, чтобы температурные зависимости были близки к экспериментальным данным этих величин по соединению  $n - (Bi, Sb)_2Te_3$ .

Эффективная масса носителей заряда была принята близкой к массе носителей этих соединений и равной  $0,7 \cdot m_0$ . Расчет  $Z$  по формуле (1) с использованием (3)—(5), проведенный при температуре 300 К, дает величину

$3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . Определенные согласно классической методике величины максимального перепада температуры и оптимальной концентрации носителей для этого режима работы составляют 75,8 К и  $n_0 = 7,5 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ , соответственно.

Более полную и точную информацию об оптимальных характеристиках можно получить, решая граничную задачу по расчету температурного поля для ветви термоэлемента, аналогичную проведенной в работе [5]. Причем в данном подходе можно оптимизировать каждую ветвь отдельно, так как тепловое влияние второй ветви учитывается в виде нагрузки, характеризующей удельной величиной  $q_0$ . Для активно работающей ветви тепловая нагрузка  $q_0 > 0$ , а для пассивно работающей —  $q_0 < 0$  [6]. Ниже будет рассмотрена ветвь только в активном режиме.

В используемой постановке задачи температурное поле одномерной адиабатически изолированной однородной ветви термоэлемента в установившемся режиме с учетом эффекта Томсона описывается стационарным уравнением теплопроводности

$$\frac{d}{dx} \left( \chi \frac{dT}{dx} \right) + \frac{Y^2}{\sigma} - Y T \frac{d\alpha}{dT} \frac{dT}{dx} = 0 \quad (6)$$

с граничными условиями

$$\chi \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = \alpha Y T \Big|_{x=0} - q_0; \quad T \Big|_{x=1} = T_1, \quad (7)$$

где  $q_0 = Q_0 / S$  — удельная тепловая нагрузка ветви;

$Y = J / S$  — удельный ток ветви.

С горячего конца ветви во внешнюю среду отдается теплота  $Q_1$ , которую удобно характеризовать удельной величиной тепловыделения  $q_1 = Q_1 / S$ , определяемой из уравнения теплового баланса

$$q_1 = \alpha Y T \Big|_{x=1} - \chi \frac{dT}{dx} \Big|_{x=1}.$$

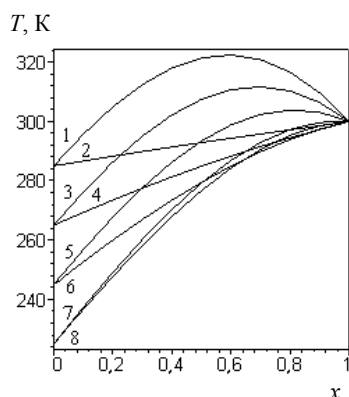
Холодильный коэффициент ветви вычислялся согласно его определению

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{Q_1 - Q_0} = \frac{q_0}{q_1 - q_0}.$$

Решение граничной задачи (6), (7) осуществлялось численными методами с одновременной оптимизацией решения по удельному току и концентрации носителей заряда. Вычисления проводились для режимов максимальных перепада температуры, холодопроизводительности и холодильного коэффициента в интервале температур 100—300 К. Результаты этих вычислений представлены на рис. 1—4. Рис. 1 дает представление о рассчитанных температурных полях в ветви термоэлемента, работающей в режиме максимальной холодопроизводительности (см. рис. 1, кривые с нечетными номерами) и максимального холодильного коэффициента

ента (см. рис. 1, кривые с четными номерами) при температуре горячего конца ветви  $T = 300$  К при различных перепадах температуры.

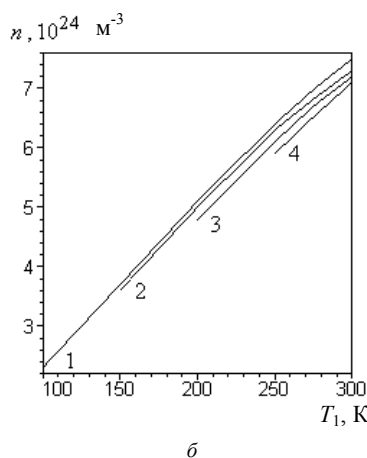
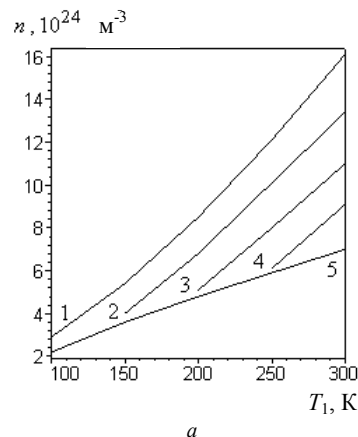
Как видно, распределения температур при их одинаковом перепаде для этих двух режимов существенно различаются. Для режима с максимальной холодопроизводительностью максимум распределения температуры расположен в пределах ветви термоэлемента, а для режима с максимальным холодильным коэффициентом — максимум в том же интервале не достигается. Знак кривизны графика распределения температуры для режима максимального холодильного коэффициента изменяется по мере изменения перепада температуры.



**Рис. 1.** Распределение температуры вдоль ветки термоэлемента в режимах максимальной холодопроизводительности (см. кривые 1, 3, 5, 7) и максимального холодильного коэффициента (см. кривые 2, 4, 6, 8) при разных перепадах температуры:  
1 и 2 — для перепада 15 К; 3 и 4 — 35 К; 5 и 6 — 55 К;  
7 и 8 — 75 К

На рис. 2, а изображены кривые зависимости оптимальной концентрации носителей от температуры горячего конца ветви в широком температурном интервале для режима максимальной холодопроизводительности (см. кривые 1—4). Для сравнения здесь же приведена кривая для режима максимального перепада температур (см. кривую 5). Из рис. 2, а видно, что каждому режиму при определенной величине перепада температуры соответствует конкретное значение оптимальной концентрации носителей. Согласно решению граничной оптимизационной задачи при нулевом перепаде температур (кривая 1) оптимальной при 300 К является концентрация  $16,1 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ , которая более чем в два раза выше  $n_0$ , так как перепад температур равен нулю, то усреднение по температурному интервалу при этом не требуется и, согласно методу "средних параметров", оптимальной концентрацией должна быть  $n_0 = 7,5 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ . Объяснить этот результат можно тем, что в центральной части ветви перегрета и, поскольку большая часть ветви работает при температурах выше 300 К, оптимальной концентрацией носителей является большая величина. Рассчитанная максимальная удельная холодопроизводительность для нулевого перепада температур при концентрации  $n_0 = 7,5 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$  оказывается меньше, чем при оптимальной концентрации носителей заряда  $16,1 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$  на 12,5%. Для

больших перепадов температур это различие в вычислениях максимальной холодопроизводительности, естественно, уменьшается.



**Рис. 2.** Зависимость оптимальной концентрации носителей заряда от температуры горячего конца ветви:  
а — в режимах максимального перепада температуры и максимальной холодопроизводительности при разных перепадах температуры:  
1 — для перепада 0 К; 2 — 15 К; 3 — 35 К; 4 — 55 К;  
5 —  $\Delta_{\text{max}}$ ;  
б — в режиме максимального холодильного коэффициента при разных перепадах температуры:  
1 — для перепада 5 К; 2 — 15 К; 3 — 35 К; 4 — 55 К

На рис. 2, б представлена зависимость оптимальной концентрации носителей от температуры горячего конца ветви, находящейся в режиме максимального холодильного коэффициента. Различие в оптимальных концентрациях носителей для разных перепадов температуры в этом режиме незначительно, что связано с отсутствием перегрева в средней части ветви. Сравнение рис. 2, а и б показывает, что кривые зависимости оптимальной концентрации для разных режимов работы сильно отличаются одна от другой при одинаковых перепадах температуры. Например, для перепада температур 15 К при температуре горячего конца ветви 300 К в режиме максимальной холодопроизводительности оптимальная концентрация  $13,0 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ , а в режиме максимального холодильного коэффициента —  $7,3 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ .

С точки зрения метода "средних параметров" это объяснить не представляется возможным, поскольку

усреднение по температуре (см. кривую 2) проводится в одинаковых интервалах температур для обоих режимов работы. Объяснение полученного результата между тем весьма простое и заключается в том, что из-за различия оптимальных токов в разных режимах возникают резко отличающиеся друг от друга распределения температур (см. рис. 1) вдоль ветви, приводящие в силу зависимостей кинетических коэффициентов от температуры и концентрации (3—5) к разнице в оптимальных значениях последней.

В заключение приведем сравнительные энергетические характеристики двух режимов. Зависимости удельной холодопроизводительности ветви термоэлемента, рассчитанные в режиме максимальной холодопроизводительности и максимального холодильного коэффициента, от перепада температур при температуре горячего конца ветви 300 К приведены на рис. 3. На рис. 4 представлены зависимости холодильного коэффициента ветви в режимах максимальной холодопроизводительности и максимального холодильного коэффициента от перепада температур при температуре горячего конца ветви 300 К.

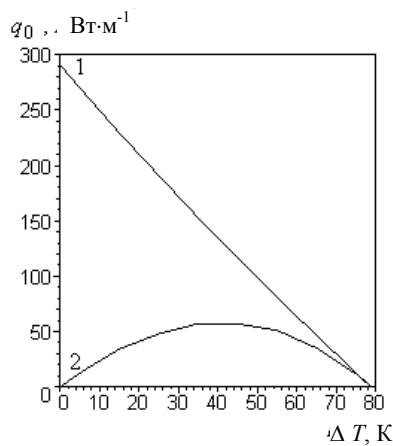


Рис. 3. Зависимость удельной холодопроизводительности от перепада температуры для режима:

1 — максимальной холодопроизводительности; 2 — максимального холодильного коэффициента

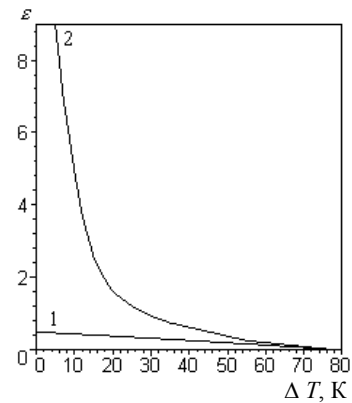


Рис. 4. Зависимость холодильного коэффициента от перепада температуры для режима:

1 — максимальной холодопроизводительности; 2 — максимального холодильного коэффициента

### Заключение

Численный расчет и оптимизация температурного поля, полученного решением граничной задачи стационарной теплопроводности ветви термоэлемента, позволили установить связь режима работы с оптимальной концентрацией носителей заряда. Из этой связи следует, что существующий метод расчета термоэлектрических охлаждающих устройств не позволяет полностью оптимизировать термоэлемент в нужном режиме работы и определить величину оптимальной концентрации носителей заряда в ветвях охлаждающего термоэлемента, предназначенного для работы в заданном режиме и определенном интервале температур.

В случае использования метода "средних параметров" можно рекомендовать усреднение кинетических коэффициентов проводить не по рабочему температурному интервалу, а с учетом вида распределения температуры вдоль ветви термоэлемента, что позволит в какой-то степени преодолеть недостатки этого метода.

### Л и т е р а т у р а

1. Иоффе А. Ф. Полупроводниковые термоэлементы. — М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1960. — 188 с.
2. Бурштейн А. И. Физические основы расчета полупроводниковых термоэлектрических устройств. — М.: ГИФМЛ, 1962. — 135 с.
3. Жукова Н. М., Кашин А. П., Максимов М. З., Марченко О. В.// ФТП. 1989. Т. 23. Вып. 10. С. 1908.
4. Аскеров Б. М. Кинетические коэффициенты в полупроводниках. — Л.: Наука, 1970. — 303 с.
5. Марков О. И.// Прикладная физика. 2004. №. 4. С. 104.
6. Марков О. И.// Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. Вып. 13. С. 7.

Статья поступила в редакцию 28 декабря 2004 г.

## Optimal concentration of the arm charge carrier under maximum cold-productivity and maximum refrigeration efficiency

O. I. Markov

Orel State University, Orel, Russia

*Computer simulation of temperature field has been performed for the thermoelement arm under maximum cold-productivity and maximum refrigeration efficiency. Stationary heat conductivity differential equation was used. The optimal concentration of the arm charge carrier was calculated with the use classical statistics. The optimal charge carrier concentration is proved to be different for the conditions under consideration.*

\* \* \*