

# Физическая аппаратура и ее элементная база

УДК 621.383.8

## Моделирование режимов усиления тока МКП методами теории электрических цепей

А. Б. Беркин, В. В. Васильев

Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск, Россия

*Представлены математическая модель, алгоритм и результаты расчетов конвекционного тока в канале микроканальной пластины с учетом реакции канала на входное воздействие. Используются методы теории электрических цепей. Возможен расчет в установившемся и в переходном режимах. Модель позволяет установить связь между режимом усиления и параметрами резистивно-эмиссионного слоя микроканальных пластин.*

### Постановка задачи

Микроканальные пластины (МКП) используются в электронно-оптических преобразователях для увеличения яркости изображения. Существующие методы расчета усиления МКП — шаговая модель, основанная на усредненных параметрах движения электронов в канале, или вероятностные методы Монте-Карло [1—3] — относятся к линейному режиму работы МКП с малой величиной входного тока. В данной работе предлагается модель, предусматривающая расчет как в линейном (слаботочном), так и в нелинейном режиме при достаточно большом токе на входе МКП. При этом учитывается реакция канала на входное воздействие, проявляющаяся в изменении потенциала и напряженности электрического поля в канале за счет протекания наведенного тока по резистивно-эмиссионному слою (РЭС) канала МКП, но не учитывается изменение поля за счет объемного заряда электронов в канале, пренебрежимо малое даже при максимальном выходном токе [1].

Входными параметрами задачи являются коэффициент усиления в линейном режиме  $M_0$ , приложенное к МКП постоянное напряжение  $U_0$ , ток на входе в канал  $I_{\text{ent}}$ , а также сопротивления и емкости РЭС. Отдельный канал рассматривается как активная одномерная среда с непрерывно распределенным по длине усилением. Ставится задача отыскать распределение вторично-эмиссионного конвекционного тока  $I(z)$  вдоль координаты  $z$ , направленной по оси канала. Это распределение увязывается с распределением потенциала  $U(z)$  и электрического поля  $E(z)$  в канале, поскольку эти функции определяют величину коэффициента вторичной эмиссии электронов (КВЭЭ) и, следовательно, погонное усиление тока. Согласованные функции  $I(z)$  и  $U(z)$  определяются с помощью итерационной процедуры.

### Распределение тока в канале

При малом токе на входе реакция канала пренебрежительно мала, напряженность электрического поля в

канале  $E_0 = U_0/l_k$  постоянна, а конвекционный ток в сечении  $z$  можно выразить экспонентой

$$I(z) = I_{\text{ent}} \exp\left(\frac{\ln M_0}{l_k} z\right), \quad (1)$$

где  $l_k$  — длина канала.

С увеличением входного тока необходима корректировка функции  $I(z)$  (1), учитывающая изменение КВЭЭ. Величина КВЭЭ определяется, главным образом, энергией первичных электронов, набираемой ими в ускоряющем поле канала. При энергиях менее 100 эВ, что характерно для МКП, КВЭЭ пропорционален энергии. Поэтому относительное изменение КВЭЭ, а значит, и конвекционного тока в сечении  $z$  в сравнении с режимом линейного усиления должно быть равно относительному изменению потенциала на характерной длине пролета первичных электронов или же относительному изменению электрического поля.

Таким образом, для корректировки тока следует использовать выражение

$$I(z) = I_{\text{ent}} \exp\left(\frac{\ln M_0}{l_k} z\right) \frac{E(z)}{E_0}, \quad (2)$$

где  $E(z)$  — напряженность поля в сечении  $z$ , зависящая от функции  $I(z)$ , также подлежит определению.

### Эквивалентная схема канала.

#### Распределение потенциала в установившемся режиме

Полагая в дальнейшем заменить непрерывные искомые функции ступенчатыми, разделим канал на  $N$  отрезков длиной  $dz = l_k/N$ . В установившемся режиме усиления постоянного тока представим эквивалентную схему канала в виде  $N$ -звенной цепочки только резистивных элементов и генераторов наведенного тока  $I_1, I_2, \dots, I_N$ , как показано на рис. 1. Ток каждого из генераторов равен усредненному в пределах  $dz$  значению конвекционного тока в соответствующем отрезке канала.

Входной ток поступает в канал в сечении  $z = 0$  с потенциалом  $U = 0$ , выходной ток — это ток  $I_N$  в сечении  $z = l_k$  с потенциалом  $U = U_0$  (рис. 1).

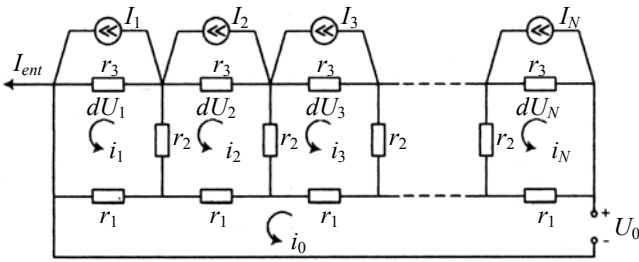


Рис. 1. Эквивалентная схема канала в установившемся режиме

Резистивные элементы схемы определяются сопротивлениями РЭС канала:

$$r_1 = R_1 / N; r_2 = R_2(N - 1); r_3 = R_3 / N, \quad (3a)$$

где  $R_1$  — продольное сопротивление резистивного слоя канала;

$R_2, R_3$  — поперечное и продольное сопротивления поверхностного эмиссионного слоя канала, соответственно.

При толщине эмиссионного слоя  $\Delta$  порядка 0,01 мкм в канале с диаметром  $d_k$  имеем:

$$R_2 = \rho \frac{\Delta}{\pi d_k l_k}; R_3 = \rho \frac{l_k}{\pi d_k \Delta}, \quad (3б)$$

где  $\rho = 10^{13} - 10^{16}$  Ом·см — удельное сопротивление материала эмиссионного слоя (двуокись кремния).

Очевидно, что

$$\frac{R_3}{R_2} = \frac{l_k^2}{\Delta^2} \gg 1. \quad (3в)$$

Кроме того, обычно выполняется неравенство

$$R_1 \ll R_3, \quad (3г)$$

поэтому ток источника питания (ток проводимости)

$$I_0 = U_0 \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_3} \quad (4)$$

течет преимущественно по резистивному слою, т. е. через цепочку резисторов  $r_1$ .

Для анализа эквивалентной схемы воспользуемся методом контурных токов. Выразим искомые приращения потенциала на каждом отрезке  $dz$  через контурные токи  $i_1, i_2, \dots, i_N$  и токи генераторов  $I_1, I_2, \dots, I_N$  (см. рис. 1):

$$dU_1 = i_1(r_1 + r_2 + r_3) - i_2 r_2 - i_0 r_1 - I_1 r_3;$$

$$dU_N = i_N(r_1 + r_2 + r_3) - i_{N-1} r_2 - i_0 r_1 - I_N r_3; \quad (5)$$

$$dU_n = i_n(r_1 + 2r_2 + r_3) - i_{n-1} r_2 - i_{n+1} r_2 - i_0 r_1 - I_n r_3, \\ n = 2, 3, \dots, N - 1.$$

Те же приращения потенциала можно определить как

$$dU_n = (I_n - i_n) r_3, \quad n = 1, 2, \dots, N,$$

а для напряжения источника питания имеем

$$U_0 = i_0 N r_1 - \sum_{n=1}^N I_n r_1.$$

Последние соотношения позволяют исключить из (5) контурные токи  $i_1, i_2, \dots, i_N$ , в результате чего, получим систему из  $N$  конечно-разностных уравнений для приращений потенциала, выраженных через  $N$  значений конвекционного тока в канале, а именно:

$$dU_1 = \frac{U_0}{N} + \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I_k - I_1 \right) \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3} + \\ + (I_2 - I_1) \frac{r_2 r_3}{r_1 + r_3} + (dU_2 - dU_1) \frac{r_2}{r_1 + r_3}; \\ dU_n = \frac{U_0}{N} + \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I_k - I_n \right) \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3} + \\ + (I_{n-1} - 2I_n + I_{n+1}) \frac{r_2 r_3}{r_1 + r_3} + \\ + (dU_{n-1} - 2dU_n + dU_{n+1}) \frac{r_2}{r_1 + r_3}, \\ n = 2, 3, \dots, N - 1;$$

$$dU_N = \frac{U_0}{N} + \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I_k - I_N \right) \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3} + \\ + (I_{N-1} - I_N) \frac{r_2 r_3}{r_1 + r_3} + (dU_{N-1} - dU_N) \frac{r_2}{r_1 + r_3}.$$

Структура уравнений (6) отражает особенности протекания каждого из токов  $I_n$  по ветвям эквивалентной схемы. Составляющая тока  $I_n$  протекающая через резисторы  $n$ -го звена цепочки, снижает величину  $dU_n$ . Составляющие же остальных токов, протекающие через те же резисторы и через источник напряжения  $U_0$ , увеличивают значение  $dU_n$ .

Уравнения (6) приобретают наглядную форму при их упрощении. Учитывая неравенства (3, в) и (3, г), а также относительную малость конечных разностей, пренебрежем в (6) слагаемыми, содержащими конечные разности тока и потенциала. Тогда с учетом (3, а)

$$dU_n \approx \frac{U_0}{N} + \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I_k - I_n \right) \frac{R_1 R_3}{(R_1 + R_3) N}$$

или, учитывая также (4) будем иметь

$$\frac{dU_n}{U_0} N = \frac{E_n}{E_0} = 1 + \frac{I_{cp} - I_n}{I_0},$$

где  $E_n$  — напряженность поля в  $N$ -м отрезке канала;  
 $I_{cp}$  — усредненная по длине канала величина конвекционного тока.

Как видно, пока ток в канале меньше своего среднего значения, приращение потенциала на отрезке  $dz$  и напряженность электрического поля  $E_n = dU_n/dz$  больше, чем в линейном режиме. В выходной же части канала, где конвекционный ток больше своего среднего значения, приращения потенциала и напряженность поля снижаются.

**Итерационная процедура**

Для получения согласованных распределений тока и потенциала (поля) в канале необходимо совместное решение системы уравнений (6) и уравнения (2), что с учетом дискретизации задачи приводит к виду

$$I_n = I_{ent} \exp\left(\frac{n}{N} \ln M_0\right) \frac{dU_n}{U_0} N; \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (7)$$

Решение производится методом простых итераций. Начальное приближение для токов  $I_n$  выбирается из (7) при  $dU_n = U_0/N$ . На каждой итерации по уравнениям (6) уточняются значения  $dU_n$ , а по уравнениям (7) определяются новые значения токов.  $I_{1n}$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ). За новое начальное приближение принимается сумма  $aI_{1n} + (1-a)I_n$ , в которой релаксационный коэффициент  $a$  выбирается достаточно малым в целях обеспечения сходимости итерационного процесса. Итерации заканчиваются, когда наибольшее относительное расхождение между  $I_n$  и  $I_{1n}$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) становится малым (менее 1—2 %).

**Установившийся режим усиления постоянного тока**

Представленные здесь результаты получены при  $l_k = 400$  мкм,  $d_k = 10$  мкм,  $U_0 = 800$  В,  $M_0 = 1000$ , токе источника питания, приходящемся на один канал  $I_0 = 10^{-12}$  А, что соответствует величине сопротивления  $R_1 R_3 / (R_1 + R_3) = 8 \cdot 10^{14}$  Ом.

На рис. 2 показаны согласованные функции  $I(z)$  и  $E(z)$ , полученные для трех значений тока на входе канала. На рис. 3 представлены расчетные зависимости усиления от величины тока на входе канала. Параметрами этих кривых являются удельное сопротивление материала эмиссионного слоя и соответствующие значения сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ , определяемые из уравнений (3а)—(3г).

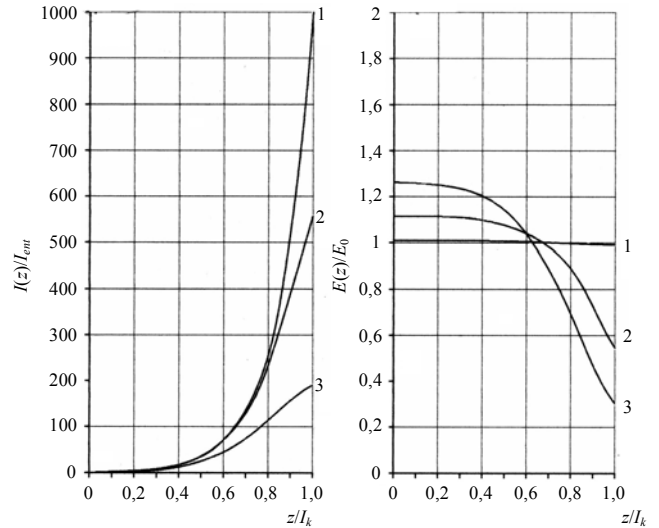


Рис. 2. Распределение конвекционного тока и напряжения электрического поля по длине канала:  
 1 —  $I_{ent} = 10^{-17}$  А; 2 —  $I_{ent} = 10^{-15}$  А; 3 —  $I_{ent} = 5 \cdot 10^{-15}$  А

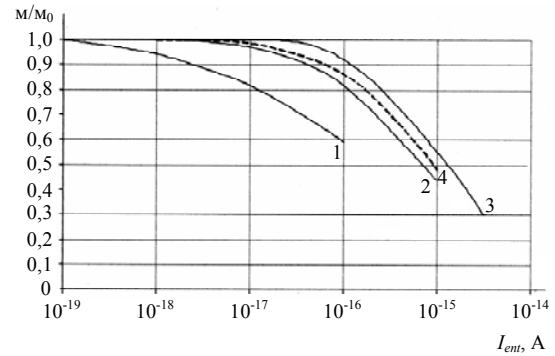


Рис. 3. График зависимости относительного усиления от величины тока на входе канала:  
 1 —  $R_1 = 8 \cdot 10^{14}$  Ом;  $\rho = 10^{16}$  Ом·см;  $R_2 = 8 \cdot 10^{13}$  Ом;  $R_3 = 1,28 \cdot 10^{23}$  Ом;  $\Delta = 0,01$  мкм; 2 —  $R_1 = 8 \cdot 10^{14}$  Ом;  $\rho = 10^{15}$  Ом·см;  $R_2 = 8 \cdot 10^{12}$  Ом;  $R_3 = 1,28 \cdot 10^{22}$  Ом;  $\Delta = 0,01$  мкм; 3 —  $R_1 = 8 \cdot 10^{14}$  Ом;  $\rho \leq 10^{13}$  Ом·см;  $R_2 = 8 \cdot 10^{10}$  Ом;  $R_3 = 1,28 \cdot 10^{20}$  Ом;  $\Delta = 0,01$  мкм; 4 —  $R_1 = 8 \cdot 10^{14}$  Ом;  $\rho = 10^{15}$  Ом·см;  $R_2 = 12 \cdot 10^{12}$  Ом;  $R_3 = 1,28 \cdot 10^{22}$  Ом;  $\Delta = 0,015$  мкм

Как видно, динамический диапазон линейного усиления тока заметно сужается при увеличении удельного сопротивления материала эмиссионного слоя, а также при увеличении его толщины. Это связано с падением напряжения на относительно больших поперечных сопротивлениях  $r_2$  (см. рис. 1) и снижением напряженности вытягивающего поля в выходной части канала. Напротив, уменьшение удельного сопротивления эмиссионного слоя, или же его толщины расширяет динамический диапазон. В пределе (см. кривая 3, когда  $r_2 \ll r_1$ ) строго линейное усиление сохраняется до значений выходного тока, составляющих  $(0,03—0,04)I_0$ . При этом форма кривой не меняется, если снижение сопротивления  $R_3$  сопровождается таким увеличением  $R_1$ , что ток  $I_0$  (4) остается без изменений.

**Переходные характеристики канала**

Сущность переходного процесса в канале МКП при включении и выключении входного тока состоит в постепенном изменении распределения потенциала  $U(z)$ , которое связано с перезарядкой емкостей МКП, и в соответствующем постепенном изменении конвекционного тока в канале. Типичная величина постоянной времени МКП, обусловленной полным (продольным) сопротивлением и полной емкостью пластины, составляет  $10^{-3}—10^{-2}$  с. Время пролета электронов через канал много меньше (порядка  $10^{-9}$  с), поэтому пролетные эффекты, помимо малой задержки, не влияют на форму переходных характеристик и могут не учитываться.

Для расчетов во временной области в эквивалентную схему канала введем емкости резистивного и эмиссионного слоев МКП, приходящиеся на один канал. Ограничимся случаем высокоомного эмиссионного слоя, когда можно пренебречь его большим продольным сопротивлением ( $R_3 \gg R_1, r_3 \gg r_1$ ) и малой продольной емкостью. При этом эквивалентная схема канала имеет вид, показанный на рис. 4. В случае же низкоомного эмиссионного слоя в силу неравенства  $r_2 \ll r_3$  в последующих выражениях можно исключить сопротивления  $r_2$  и  $z_2$ , а под  $z_1$  понимать результат параллельного соединения продольных сопротивлений резистивного и эмиссионного слоев.

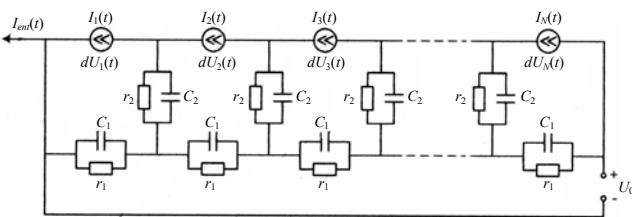


Рис. 4. Эквивалентная схема канала в переходном режиме при  $R_3 \gg R_1$

Переходные характеристики могут быть получены операторным методом. Пусть при включении входного тока в начальный момент времени ( $t = 0$ ) приращения потенциала  $dU_n = U_0/N$ . Тогда уравнения (6) можно рассматривать как операторные, полагая, что токи  $I_n$ , приращения потенциала  $dU_n$  и напряжение  $U_0$  являются соответствующими изображениями по Лапласу. Заменяв сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  ( $r_3 = \infty$ ) на операторные, получим:

$$z_1 = \frac{r_1}{1 + p\tau_1}, \quad z_2 = \frac{r_2}{1 + p\tau_2},$$

где  $\tau_1 = r_1 C_1, \tau_2 = r_2 C_2$  — постоянные времени;  
 $p$  — оператор Лапласа.

При этом решение для оригиналов имеет вид

$$dU_n(t) = \frac{U_0}{N} + \Phi_{1n}(t) + \Phi_{2n}(t), \quad (8)$$

где

$$\Phi_{1n}(t) = \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I_k(t) - I_n(t) \right] r_1 [1 - \exp(-t/\tau_1)]$$

при  $n = 1, 2, \dots, N$ ;

$$\Phi_{2n}(t) = [I_2(t) - I_1(t)] r_2 [1 - \exp(-t/\tau_2)]$$

при  $n = 1$ ;

$$\Phi_{2n}(t) = [I_{N-1}(t) - I_N(t)] r_2 [1 - \exp(-t/\tau_2)]$$

при  $n = N$ ;

$$\Phi_{2n}(t) = [I_{n-1}(t) - 2I_n(t) + I_{n+1}(t)] r_2 [1 - \exp(-t/\tau_2)]$$

при  $1 < n < N$ .

Выключение входного тока при  $t = t_1$  вызывает в схеме (см. рис. 4) переходный процесс с разомкнутыми генераторами тока и начальными условиями в виде ЭДС  $U_0/N + \Phi_{1n}(t_1)$ , включенных последовательно с емкостями  $C_1$ , и ЭДС  $\Phi_{2n}(t_1)$ , включенных последовательно с емкостями  $C_2$ , в каждом  $n$ -м звене. Анализ переходного процесса при  $t \geq t_1$  приводит к выражению

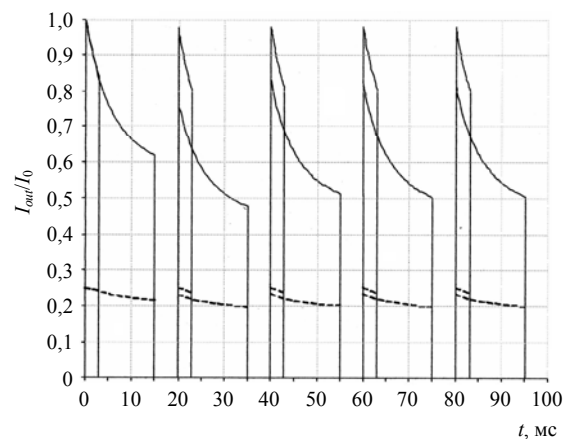
$$dU_n(t - t_1) = \frac{U_0}{N} + \Phi_{1n}(t_1) \exp(-(t - t_1)/\tau_1) + \Phi_{2n}(t_1) \exp(-(t - t_1)/\tau_2). \quad (9)$$

Повторное включение тока на входе канала в момент  $t_2 > t_1$  вызывает переходный процесс с начальными условиями (9) при  $t = t_2$ .

Совместное решение систем уравнений (7) и (8) с учетом (9) при  $t \geq t_2$  позволяет в ходе итерационной процедуры произвести расчет выходного тока во времени как после первого, так и после повторных включений тока на входе канала.

Анализ переходных характеристик показывает, что их форма определяется главным образом, величиной постоянной времени  $\tau_1 (10^{-2}—10^{-3}$  с). Влияние постоянной времени эмиссионного слоя  $\tau_2$ , которая может достигать 0,1—1,0 с и более, незначительно, что обусловлено малым вкладом ЭДС  $\Phi_{2n}(t)$  в величину приращения потенциала (особенно при  $r_2 \ll r_1$ ).

На рис. 5 представлены результаты расчета импульсного режима канала при подаче на его вход прямоугольных импульсов тока различной длительности, высоты и скважности.



**Рис. 5. Импульсы выходного тока при:**  
 $R_1 = 8 \cdot 10^{14}$  Ом;  $R_2 = 8 \cdot 10^{10}$  Ом;  $R_3 = 1,28 \cdot 10^{20}$  Ом;  $\tau_1 = 0,01$  с;  
 $\tau_2 = 0,1$  с; (----) —  $I_{\text{ent}} = 2,5 \cdot 10^{-16}$  А; (—) —  $I_{\text{ent}} = 10^{-15}$  А

*Особенности формы импульсов выходного тока:*

- при достаточно большой длительности паузы между импульсами их форма на выходе канала одинакова, поскольку к началу каждого импульса устанавливается линейное распределение потенциала ( $dU_n = U_0/N$ ). При этом для переднего фронта импульса усиление тока равно  $M_0$  независимо от величины входного тока;

- спад вершины выходных импульсов растет с увеличением входного тока. При малом входном токе режим работы канала далек от насыщения, импульсы выходного тока близки к прямоугольным.

- в случае короткой паузы между импульсами к началу очередного импульса величина  $dU_n$  отличается от  $U_0/N$ , а усиление тока в канале — от  $M_0$ . Поэтому в группе из нескольких выходных импульсов их высота и форма не одинаковы, а установление этих параметров происходит в течение нескольких периодов повторения.

Отмеченные особенности следует учитывать при реализации автоматической регулировки яркости путем изменения длительности импульсов тока на входе МКП.

#### Заключение

Представленная математическая модель и алгоритм позволяют произвести расчет установившегося и пере-

ходного режимов усиления тока в МКП. В результате расчета определяется распределение поля и тока по длине канала МКП. Модель позволяет установить прямую связь между технологическими характеристиками РЭС канала (удельное сопротивление, емкость и толщина слоев) и режимом усиления тока в канале.

Исследовано влияние сопротивлений эмиссионного и резистивного слоев на форму зависимости выходного тока от тока на входе МКП. Показано, что увеличение сопротивления (либо толщины) эмиссионного слоя сужает диапазон линейного усиления, напротив, его уменьшение (при фиксированной величине тока проводимости) — расширяет диапазон линейного усиления.

Исследовано влияние длительности, высоты и скважности прямоугольных импульсов входного тока на форму выходных импульсов.

Результаты работы могут быть использованы при разработке МКП и выборе режимов их применения.

#### Литература

1. Берковский А. Г., Гаванин В. А., Зайдель И. Н. Вакуумные фотоэлектронные приборы. — М.: Радио и связь, 1988. — 272 с.
2. Y. S. Choy, J. M. Kim Monte Carlo simulations for titled-channel electron multipliers// IEEE Transaction on Electron Devices. 2000. V. 47. № 6. P. 1293—1296.
3. Berkin A. B., Vasilyev V. V. Influence of deformation on amplification of the channel MCP: Proceeding conf. Microwave Electronics: Measurement, Identification, Application — MEMIA-2003, Desember 18—20, Novosibirsk, Russia, — NSTU, Novosibirsk, 2003. P. 14—18.

Статья поступила в редакцию 23 ноября 2004 г.

## Modeling of the modes MCP current amplification by methods of the theory electric circuits

A. B. Berkin, V. V. Vasilyev

Novosibirsk state technical university, Novosibirsk, Russia

*The mathematical model, algorithm and results of calculations of a convectional current in the channel of a microchannel plate are submitted in view of reaction channel to input action. Methods of the theory of electric circuits are used. Calculation in steady-stated and in the transition modes is possible. The model allows establish the relation between a gain condition and parameters of the resistive and emissive MCP layers.*

УДК 621.373.826

## Анализ возможностей обнаружения приземных аномальных концентраций окислов азота, аммиака и метана лидаром бортового базирования

О. А. Романовский

Томский государственный университет, Институт оптики атмосферы СО РАН,  
г. Томск, Россия

*Приведены результаты анализа возможностей обнаружения приземных аномальных концентраций окислов азота, аммиака и метана лидаром бортового базирования, в котором используется метод дифференциального поглощения (МДП). Приведено численное моделирование дистанционного определения выбросов окислов азота с использованием преоб*