

УДК 532.529: 532.517.4

Об уравнениях переноса корреляционных моментов пульсаций скоростей дисперсной фазы на стабилизированном участке осесимметричного двухфазного потока.

Часть II. Уравнения для третьих корреляционных моментов. Численные результаты*

Б. Б. Рохман

Институт угольных энерготехнологий НАН и Минтопэнерго Украины, г. Киев, Украина

Предложен метод определения третьих моментов пульсаций скоростей частиц, основанный на построении уравнений переноса искомым корреляций. Сформулированы граничные условия к дифференциальным уравнениям осредненных и пульсационных характеристик газозвеси. Приведены примеры численных результатов.

В части I настоящей работы [1] была получена замкнутая система уравнений аэродинамики газодисперсного турбулентного потока на стабилизированном участке трубы. Для замыкания приведенной системы уравнений использовались цепочка уравнений переноса вторых корреляционных моментов и алгебраические выражения для третьих моментов пульсационных характеристик скоростей дисперсной фазы в анизотропном поле энергии хаотического движения частиц. Ниже предлагается методика расчета третьих корреляционных моментов, основанная на построении уравнений переноса искомым корреляций. Рассмотрим этот вопрос более подробно на примере построения уравнения переноса величины $\langle u'_p w'_p w'_p \rangle$, фигурирующей в уравнении (20) части I [1]. Для этого умножим пульсационное уравнение (17) (см. ч. I) на величину $w'_p w'_p / 2$, а уравнение (16) (см. ч. I) — на $u'_p w'_p$ и сложим полученные уравнения

$$\begin{aligned} & \rho_p \beta \left[u_p \frac{\partial u'_p w'_p w'_p}{2 \partial z} + v_p \frac{\partial u'_p w'_p w'_p}{2 \partial r} + u'_p \frac{\partial u'_p w'_p w'_p}{2 \partial z} + \right. \\ & \left. + v'_p \frac{\partial u'_p w'_p w'_p}{2 \partial r} + u'_p w'_p w'_p \frac{\partial u_p}{2 \partial z} + v'_p w'_p w'_p \frac{\partial u_p}{2 \partial r} - \right. \\ & \left. - \frac{w'_p w'_p \partial \langle u'_p u'_p \rangle}{2 \partial z} - \frac{w'_p w'_p \partial \langle r \langle u'_p v'_p \rangle}{2 r \partial r} - \right. \\ & \left. - \frac{u'_p w'_p \partial \langle u'_p w'_p \rangle}{\partial z} - \frac{u'_p w'_p \partial \langle r \langle w'_p v'_p \rangle}{r \partial r} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. + \frac{v_p u'_p w'_p w'_p}{r} + \frac{v'_p u'_p w'_p w'_p}{r} - \frac{u'_p w'_p \langle w'_p v'_p \rangle}{r} \right] = \\ & = \frac{F'_{az} w'_p w'_p}{2} + F'_{a\varphi} u'_p w'_p. \end{aligned} \quad (1)$$

Преобразуем уравнение (1) с помощью выражений (18) из [1] и пульсационного уравнения неразрывности, предварительно умноженного на величину $u'_p w'_p w'_p / 2$, а затем произведем его осреднение. Пренебрегая смешанными корреляциями в приближении пограничного слоя на участке стабилизированного течения газозвеси, получим уравнение переноса для третьего момента $\langle u'_p w'_p w'_p \rangle$

$$\begin{aligned} & \rho_p \beta \left[\frac{\partial \langle r \langle v'_p u'_p w'_p w'_p \rangle}{2 r \partial r} + \langle v'_p w'_p w'_p \rangle \frac{\partial u_p}{2 \partial r} - \right. \\ & \left. - \frac{\langle w'_p w'_p \rangle \partial \langle r \langle u'_p v'_p \rangle}{2 r \partial r} - \frac{\langle u'_p w'_p \rangle \partial \langle r \langle w'_p v'_p \rangle}{r \partial r} + \right. \\ & \left. + \frac{\langle v'_p u'_p w'_p w'_p \rangle}{r} - \frac{\langle u'_p w'_p \rangle \langle w'_p v'_p \rangle}{r} \right] = \\ & = - \frac{3 \rho_p \beta \langle u'_p w'_p w'_p \rangle}{2 \tau}. \end{aligned} \quad (2)$$

В уравнении (2) присутствует четвертый корреляционный момент $\langle v'_p u'_p w'_p w'_p \rangle$, для которого необходимо получить свое уравнение переноса. Для этого умножим пульсационное уравнение (1) на величину v'_p , а уравнение (15) из [1] — на $u'_p w'_p w'_p / 2$ и сложим полученные уравнения

* Часть I данной статьи опубликована в журнале "Прикладная физика" № 2 за 2006 г.

$$\begin{aligned}
& \rho_p \beta \left[u_p \frac{\partial v'_p u'_p w'_p w'_p}{2 \partial z} + v_p \frac{\partial v'_p u'_p w'_p w'_p}{2 \partial r} + \right. \\
& + u'_p \frac{\partial v'_p u'_p w'_p w'_p}{2 \partial z} + v'_p \frac{\partial v'_p u'_p w'_p w'_p}{2 \partial r} + v'_p u'_p w'_p w'_p \frac{\partial u_p}{2 \partial z} + \\
& + \frac{v_p^2 w_p^2 \partial u_p}{2 \partial r} - \frac{v_p w_p^2 \partial \langle u'_p u'_p \rangle}{2 \partial z} - \\
& - \frac{v'_p w_p^2 \partial (r \langle u'_p v'_p \rangle)}{2 r \partial r} - \frac{u'_p w_p v'_p \partial \langle u'_p w'_p \rangle}{\partial z} - \\
& - \frac{u'_p w'_p v'_p \partial (r \langle w'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} + \frac{v_p v'_p u'_p w'_p w'_p}{r} + \\
& + \frac{v'_p v'_p u'_p w'_p w'_p}{r} - \frac{u'_p w'_p v'_p \langle w'_p v'_p \rangle}{r} + \frac{u_p^2 w_p^2 \partial v_p}{2 \partial z} + \\
& + \frac{v'_p u'_p w'_p w'_p \partial v_p}{2 \partial r} - \frac{w_p^4 u'_p}{2 r} - \frac{u'_p w_p^2 \partial \langle u'_p v'_p \rangle}{2 \partial z} - \\
& - \left. \frac{u'_p w_p^2 \partial (r \langle v'_p v'_p \rangle)}{2 r \partial r} + \frac{u'_p w_p^2 \langle w_p^2 \rangle}{2 r} \right] = \\
& = \frac{F'_{az} w'_p w'_p v'_p}{2} + F'_{a\varphi} u'_p w'_p v'_p + \frac{F'_{ar} u'_p w'_p w'_p}{2}.
\end{aligned} \quad (3)$$

Преобразуем полученное уравнение (3) с помощью выражений (18) из [1] и пульсационного уравнения неразрывности, предварительно умноженного на величину $v'_p u'_p w'_p w'_p / 2$, после чего в преобразованном уравнении произведем осреднение. Пренебрегая смешанными четвертыми корреляционными моментами, в приближении узкого канала на участке установившегося движения двухфазного потока приводим уравнение переноса величины $\langle v'_p u'_p w'_p w'_p \rangle$ к виду

$$\begin{aligned}
& \rho_p \beta \left[\frac{\partial (r \langle v'_p v'_p u'_p w'_p w'_p \rangle)}{2 r \partial r} + \right. \\
& + \langle v'_p v'_p w'_p w'_p \rangle \frac{\partial u_p}{2 \partial r} - \frac{\langle v'_p w'_p w'_p \rangle \partial (r \langle u'_p v'_p \rangle)}{2 r \partial r} - \\
& - \frac{\langle w'_p v'_p u'_p \rangle \partial (r \langle w'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} + \frac{\langle v'_p v'_p u'_p w'_p w'_p \rangle}{r} - \\
& - \frac{\langle w'_p v'_p u'_p \rangle \langle w'_p v'_p \rangle}{r} - \frac{\langle w_p^4 u'_p \rangle}{2 r} - \\
& - \left. \frac{\langle u'_p w_p^2 \rangle \partial (r \langle v'_p v'_p \rangle)}{2 r \partial r} + \frac{\langle u'_p w_p^2 \rangle \langle w_p^2 \rangle}{2 r} \right] = \\
& = - \frac{2 \rho_p \beta \langle v'_p u'_p w_p^2 \rangle}{\tau}.
\end{aligned} \quad (4)$$

В уравнении (4) фигурируют четвертые и пятые корреляционные моменты, которые могут быть выражены подобно [2], т. е.

$$\langle v'_p v'_p u'_p w'_p w'_p \rangle = \langle v'_p v'_p \rangle \langle u'_p w'_p w'_p \rangle +$$

$$+ \langle u'_p v'_p \rangle \langle v'_p w'_p w'_p \rangle + 2 \langle w'_p v'_p \rangle \langle w'_p v'_p u'_p \rangle; \quad (5)$$

$$\langle v'_p v'_p w'_p w'_p \rangle = \langle v'_p v'_p \rangle \langle w'_p w'_p \rangle + 2 \langle w'_p v'_p \rangle^2; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \langle w'_p w'_p w'_p w'_p u'_p \rangle = 3 \langle w'_p w'_p \rangle \langle w'_p w'_p u'_p \rangle + \\ & + \langle u'_p w'_p \rangle \langle w'_p w'_p w'_p \rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

Преобразовав уравнение (4) с учетом выражений (5)–(7), получим алгебраическое выражение для четвертого корреляционного момента

$$\begin{aligned}
& \langle v'_p u'_p w'_p w'_p \rangle = -\tau \left[\frac{\langle v'_p v'_p \rangle \partial \langle u'_p w'_p w'_p \rangle}{4 \partial r} + \right. \\
& + \frac{\langle u'_p v'_p \rangle \partial \langle v'_p w'_p w'_p \rangle}{4 \partial r} + \frac{\langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle w'_p v'_p u'_p \rangle}{2 \partial r} + \\
& + \frac{\langle v'_p v'_p \rangle \langle w'_p w'_p \rangle \partial u_p}{4 \partial r} + \frac{\langle w'_p v'_p \rangle^2 \partial u_p}{2 \partial r} + \\
& + \frac{\langle v'_p v'_p \rangle \langle u'_p w'_p w'_p \rangle}{2 r} + \frac{\langle u'_p v'_p \rangle \langle v'_p w'_p w'_p \rangle}{2 r} + \\
& + \frac{\langle w'_p v'_p u'_p \rangle \langle w'_p v'_p \rangle}{2 r} - \frac{\langle w'_p w'_p \rangle \langle u'_p w'_p w'_p \rangle}{2 r} - \\
& - \left. \frac{\langle u'_p w'_p \rangle \langle w_p^3 \rangle}{4 r} \right].
\end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя (8) в уравнения (2), получим окончательный вид уравнения переноса третьего корреляционного момента $\langle u'_p w'_p w'_p \rangle$.

$$\begin{aligned}
& \rho_p \beta \left[- \frac{\partial}{8 r \partial r} \left(r \tau \langle v'_p v'_p \rangle \frac{\partial \langle u'_p w_p^2 \rangle}{\partial r} \right) - \right. \\
& - \frac{\partial}{8 r \partial r} \left(r \tau \langle u'_p v'_p \rangle \frac{\partial \langle v'_p w_p^2 \rangle}{\partial r} \right) - \\
& - \frac{\partial}{4 r \partial r} \left(r \tau \langle w'_p v'_p \rangle \frac{\partial \langle w'_p v'_p u'_p \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{8 r \partial r} \times \\
& \times \left(r \tau \langle v_p^2 \rangle \langle w_p^2 \rangle \frac{\partial u_p}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{4 r \partial r} \times \\
& \times \left(r \tau \langle w'_p v'_p \rangle^2 \frac{\partial u_p}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{4 r \partial r} (\tau \langle v'_p v'_p \rangle \langle u'_p w_p^2 \rangle) - \\
& - \frac{\partial}{4 r \partial r} (\tau \langle u'_p v'_p \rangle \langle v'_p w_p^2 \rangle) - \\
& - \frac{\partial (\tau \langle w'_p v'_p \rangle \langle w'_p v'_p u'_p \rangle)}{4 r \partial r} + \frac{\partial}{4 r \partial r} \times \\
& \times (\tau \langle w_p^2 \rangle \langle u'_p w_p^2 \rangle) + \frac{\partial}{8 r \partial r} \times \\
& \times (\tau \langle u'_p w'_p \rangle \langle w_p^3 \rangle) + \frac{\langle v'_p w_p^2 \rangle \partial u_p}{2 \partial r} -
\end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\langle w_p'^2 \rangle}{2r\partial r} \partial(r \langle u_p'v_p' \rangle) - \frac{\langle u_p'w_p' \rangle}{r\partial r} \partial(r \langle w_p'v_p' \rangle) - \\
 & - \frac{\tau \langle v_p'v_p' \rangle}{4r\partial r} \langle u_p'w_p'^2 \rangle - \frac{\tau \langle u_p'v_p' \rangle}{4r\partial r} \partial \langle v_p'w_p'^2 \rangle - \\
 & - \frac{\tau \langle w_p'v_p' \rangle}{2r\partial r} \partial \langle w_p'v_p'u_p' \rangle - \frac{\tau \langle v_p'v_p' \rangle}{4r\partial r} \langle w_p'^2 \rangle \partial u_p - \\
 & - \frac{\tau \langle w_p'v_p' \rangle^2}{2r\partial r} \partial u_p - \frac{\tau \langle v_p'v_p' \rangle \langle u_p'w_p'^2 \rangle}{2r^2} \quad (9) \\
 & - \frac{\tau \langle u_p'v_p' \rangle \langle v_p'w_p'^2 \rangle}{2r^2} - \frac{\tau \langle w_p'v_p'u_p' \rangle \langle w_p'v_p' \rangle}{2r^2} + \\
 & + \frac{\tau \langle w_p'^2 \rangle \langle u_p'w_p'^2 \rangle}{2r^2} + \frac{\tau \langle u_p'w_p' \rangle \langle w_p'^3 \rangle}{4r^2} - \\
 & - \frac{\tau \langle u_p'w_p' \rangle \langle w_p'v_p' \rangle}{r} \Big] = - \frac{3\rho_p\beta \langle u_p'w_p'^2 \rangle}{2\tau}.
 \end{aligned}$$

В приближении пограничного слоя на стабилизированном участке течения газовой смеси общий вид уравнения переноса величины $\langle u_p'v_p'v_p' \rangle$ выглядит так:

$$\begin{aligned}
 & \rho_p\beta \left[\frac{\partial(r \langle u_p'v_p'^3 \rangle)}{2r\partial r} + \langle v_p'^3 \rangle \frac{\partial u_p}{2\partial r} - \frac{\langle v_p'u_p'w_p'^2 \rangle}{r} + \right. \\
 & + \frac{\langle w_p'^2 \rangle \langle u_p'v_p' \rangle}{r} - \frac{\langle v_p'^2 \rangle \partial(r \langle u_p'v_p' \rangle)}{2r\partial r} - \\
 & \left. - \frac{\langle u_p'v_p' \rangle \partial(r \langle v_p'v_p' \rangle)}{r\partial r} \right] = - \frac{3\rho_p\beta \langle u_p'v_p'v_p' \rangle}{2\tau}. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Преобразуем уравнение (10) с помощью формулы (8) и выражения $\langle u_p'v_p'v_p'v_p' \rangle = 3 \langle u_p'v_p' \rangle \times \langle v_p'v_p' \rangle$. Опуская громоздкие вычисления, запишем алгебраическое выражение для третьего корреляционного момента $\langle u_p'v_p'v_p' \rangle$

$$\begin{aligned}
 & \langle u_p'v_p'v_p' \rangle = -\tau \left[\frac{\langle u_p'v_p' \rangle \partial \langle v_p'v_p' \rangle}{3\partial r} + \right. \\
 & + \frac{2 \langle v_p'v_p' \rangle \partial \langle u_p'v_p' \rangle}{3\partial r} + \frac{\langle v_p'v_p'v_p' \rangle \partial u_p}{3\partial r} + \\
 & + \frac{\tau \langle v_p'v_p' \rangle \partial \langle u_p'w_p'w_p' \rangle}{6r\partial r} + \frac{\tau \langle u_p'v_p' \rangle \partial \langle v_p'w_p'w_p' \rangle}{6r\partial r} + \\
 & + \frac{\tau \langle w_p'v_p' \rangle \partial \langle w_p'v_p'u_p' \rangle}{3r\partial r} + \frac{\tau \langle v_p'v_p' \rangle \langle w_p'w_p' \rangle \partial u_p}{6r\partial r} + \\
 & + \frac{\tau \langle w_p'v_p' \rangle^2 \partial u_p}{3r\partial r} + \frac{\tau \langle v_p'v_p' \rangle \langle u_p'w_p'w_p' \rangle}{3r^2} \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\tau \langle u_p'v_p' \rangle \langle v_p'w_p'w_p' \rangle}{3r^2} + \frac{\tau \langle w_p'v_p'u_p' \rangle \langle w_p'v_p' \rangle}{3r^2} - \\
 & - \frac{\tau \langle w_p'w_p' \rangle \langle u_p'w_p'w_p' \rangle}{3r^2} - \frac{\tau \langle u_p'w_p' \rangle \langle w_p'^3 \rangle}{6r^2} + \\
 & + \frac{2 \langle w_p'w_p' \rangle \langle u_p'v_p' \rangle}{3r} \Big]. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Для того чтобы получить общий вид уравнения переноса касательного реинольдсова напряжения $\langle u_p'v_p' \rangle$, необходимо в уравнение (20) из [1] подставить выражение (11). В итоге получим

$$\begin{aligned}
 & \rho_p\beta \left[- \frac{2\partial}{3r\partial r} \left(r\tau \langle v_p'^2 \rangle \frac{\partial \langle u_p'v_p' \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{3r\partial r} \times \right. \\
 & \times \left(r\tau \langle u_p'v_p' \rangle \frac{\partial \langle v_p'^2 \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{3r\partial r} \left(r\tau \langle v_p'^3 \rangle \frac{\partial u_p}{\partial r} \right) - \\
 & - \frac{\partial}{6r\partial r} \left(\tau^2 \langle v_p'^2 \rangle \frac{\partial \langle u_p'w_p'^2 \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{6r\partial r} \times \\
 & \times \left(\tau^2 \langle u_p'v_p' \rangle \frac{\partial \langle v_p'w_p'^2 \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{3r\partial r} \times \\
 & \left(\tau^2 \langle w_p'v_p' \rangle \frac{\partial \langle w_p'v_p'u_p' \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{6r\partial r} \times \\
 & \times \left(\tau^2 \langle v_p'^2 \rangle \langle w_p'^2 \rangle \frac{\partial u_p}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{3r\partial r} \times \\
 & \times \left(\tau^2 \langle w_p'v_p' \rangle^2 \frac{\partial u_p}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{3r\partial r} \frac{(\tau^2 \langle v_p'^2 \rangle \langle u_p'w_p'^2 \rangle)}{r} - \\
 & - \frac{\partial}{3r\partial r} \frac{(\tau^2 \langle u_p'v_p' \rangle \langle v_p'w_p'^2 \rangle)}{r} - \\
 & - \frac{\partial}{3r\partial r} \frac{(\tau^2 \langle w_p'v_p'u_p' \rangle \langle w_p'v_p' \rangle)}{r} + \frac{\partial}{3r\partial r} \times \\
 & \times \frac{(\tau^2 \langle w_p'^2 \rangle \langle u_p'w_p'^2 \rangle)}{r} + \frac{\partial}{6r\partial r} \frac{(\tau^2 \langle u_p'w_p' \rangle \langle w_p'^3 \rangle)}{r} - \\
 & - \frac{2\partial(\tau \langle w_p'w_p' \rangle \langle u_p'v_p' \rangle)}{3r\partial r} + \frac{\langle v_p'v_p' \rangle \partial u_p}{\partial r} - \\
 & - \frac{\langle u_p'w_p'w_p' \rangle}{r} \Big] = \frac{\rho_p\beta}{\tau} \times \\
 & \times (\langle u_p'v_p' \rangle + \langle u_p'v_p' \rangle - 2 \langle u_p'v_p' \rangle). \quad (12)
 \end{aligned}$$

Граничные условия на оси потока для уравнений (1)–(3), (38)–(43) из [1] и (9), (12) задаются из соображения симметрии

$$(\partial u_g / \partial r)_0 = (\partial k_g / \partial r)_0 = 0; \quad (13)$$

$$(\partial \langle u'_p v'_p \rangle / \partial r)_o = (\partial \langle u'_p w'_p \rangle / \partial r)_o =$$

$$= (\partial \langle u'_p u'_p \rangle / \partial r)_o = (\partial \langle u'_p w'_p w'_p \rangle / \partial r)_o = 0; \quad (14)$$

$$(\partial u_p / \partial r)_o = (\partial \langle v'_p v'_p \rangle / \partial r)_o =$$

$$= (\partial \langle w'_p w'_p \rangle / \partial r)_o = (\partial \langle w'_p v'_p \rangle / \partial r)_o = 0, \quad (15)$$

а на стенке канала — следующими соотношениями:

$$u_{gw} = k_{gw} = 0; \quad (16)$$

$$u_{pw} = \frac{\delta}{24\sqrt{2}\beta(1-K_\tau)} \left(\frac{\partial u_p}{\partial r} \right)_w (7K_n - 2K_\tau - 5); \quad (17)$$

$$(\partial \langle u'_p v'_p \rangle / \partial r)_w = (\partial \langle u'_p w'_p \rangle / \partial r)_w =$$

$$= (\partial \langle u'_p u'_p \rangle / \partial r)_w = (\partial \langle u'_p w'_p w'_p \rangle / \partial r)_w = 0; \quad (18)$$

$$(\partial \langle v'_p v'_p \rangle / \partial r)_w = (\partial \langle w'_p w'_p \rangle / \partial r)_w =$$

$$= (\partial \langle w'_p v'_p \rangle / \partial r)_w = 0. \quad (19)$$

Таким образом, получены две замкнутые системы уравнений, в одной из которых для расчета переменных $\langle u'_p v'_p \rangle$ и $\langle u'_p w'_p w'_p \rangle$ используются уравнения (31), (38) из [1] (первый случай), в другой — (9), (12) (второй случай).

Приведенные системы уравнений (1)–(5), (38)–(43) из [1] (первый случай) и (1)–(5), (30), (35), (37), (39)–(43) из [1] и (9), (12) (второй случай) с граничными условиями (13)–(19) интегрировались методом прямой и обратной прогонки на неравномерной сетке, сгущающейся у стенки канала, при этом градиент давления исключался с помощью известного метода, описанного в работе [3]. В соответствии с приведенными алгоритмами были разработаны две программы для расчета двухфазных течений.

Обсудим результаты расчетов двух вариантов (первый случай) при следующих исходных данных: $\beta = 0,0012$; $\rho_g = 1,3 \text{ кг/м}^3$; $\rho_p = 1600 \text{ кг/м}^3$;

вариант I: $u_{gm} = 6,5 \text{ м/с}$, $\delta = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;

вариант II: $u_{gm} = 5 \text{ м/с}$, $\delta = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

На рис. 1–7 представлены некоторые результаты расчетов аэродинамики газодисперсного потока в канале радиусом $R = 0,1 \text{ м}$. Рис. 1 иллюстрирует распределение аксиальных осредненных скоростей газа и частиц на участке установившегося движения газозвеси. В ядре потока дисперсная фаза отстает от газа тем больше, чем больше скорость витания частиц. В пристеночной области, где скорость несущей среды резко снижается, частицы опережают газ — здесь сила аэродинамического сопротивления отрицательная, и взвешивание частиц обусловлено действием рейнольдсовых напряжений (см. рис. 1, кривые 3, 4). Повышение средней (по сечению) скорости несущей среды u_{gm} способствует генерации турбулентной энергии газа (см. рис. 2, кривые 1, 2), что в свою очередь приводит к выравниванию профиля аксиальных скоростей газа (см. рис. 1, кривые 1, 2).

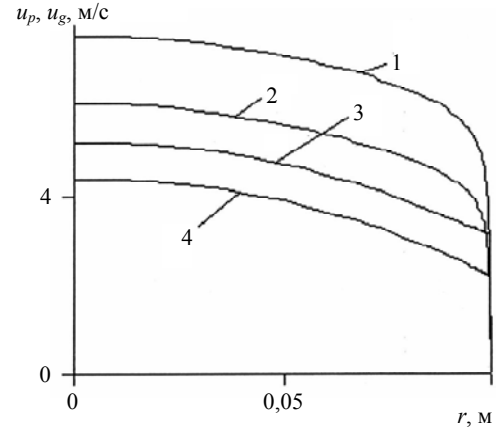


Рис. 1. Профили осредненных аксиальных скоростей газа и частиц:

вариант I: 1 — u_g , 3 — u_p ; вариант II: 2 — u_g , 4 — u_p

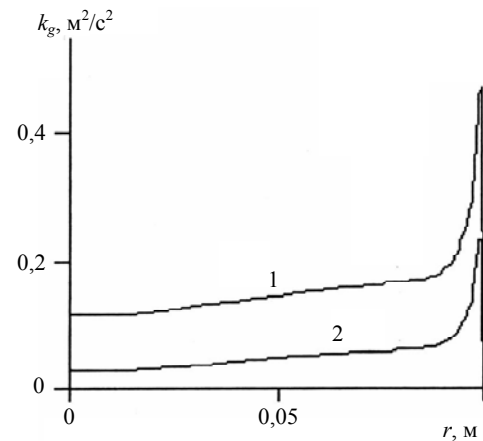


Рис. 2. Профили кинетических энергий турбулентных пульсаций скорости газа k_g :

1 — вариант I; 2 — вариант II

На рис. 3 приведены профили вторых корреляционных моментов пульсационных характеристик дисперсной фазы. Наличие минимума функции $\langle v'_p v'_p \rangle(r)$ в точке $r = 0,018 \text{ м}$ (см. кривую 4) можно объяснить влиянием второго, пятого, восьмого и девятого членов уравнения (41) из [1]. В частности, на участке $0,0095 \text{ м} < r < 0,018 \text{ м}$ скорость генерации псевдотурбулентной энергии частиц, обусловленная межчастичными столкновениями $2\delta^2 \rho_p (\partial u_p / \partial r)^2 N \times [0,5(1-K_n) - (1-K_\tau)/7]^2 / (6912\beta)$ (девятый член указанного уравнения), незначительна из-за малой величины производной $\partial u_p / \partial r$ (заметим, что частота соударений пропорциональна $|\partial u_p / \partial r|$, см. [4]). Кроме того, здесь второй член уравнения $\rho_p \beta 2\delta(\tau \langle w'_p v'_p \rangle^2) / (r \partial r)$ и производство турбулентной энергии дисперсной фазы $2\rho_p \beta \langle v'_p v'_g \rangle / \tau$ (восьмой член уравнения) меняются слабо, поэтому

убывание функции $\langle v'_p v'_p \rangle (r)$ связано со значительным уменьшением пятого члена уравнения $4\rho_p \beta \tau \times \times \langle w'_p w'_p \rangle >^2 / 3r^2$ ($\partial \langle w'_p w'_p \rangle / \partial r < 0$) см. рис. 3, кривая 3) в этой зоне. В интервале $0,018 \text{ м} < r < < 0,092 \text{ м}$ порождение турбулентной энергии дисперсной фазы, обусловленное межфазным взаимодействием, уменьшается, а скорость генерации псевдотурбулентной энергии частиц значительно увеличивается. При этом влияние второго и пятого членов уравнения (41) из [1] становится незначительным из-за увеличения радиальной координаты r . В результате функция $\langle v'_p v'_p \rangle (r)$ монотонно возрастает в этой области. В пристеночной зоне скорость производства энергии хаотического (турбулентного и псевдотурбулентного) движения частиц заметно снижается, что способствует убыванию кривой $\langle v'_p v'_p \rangle (r)$.

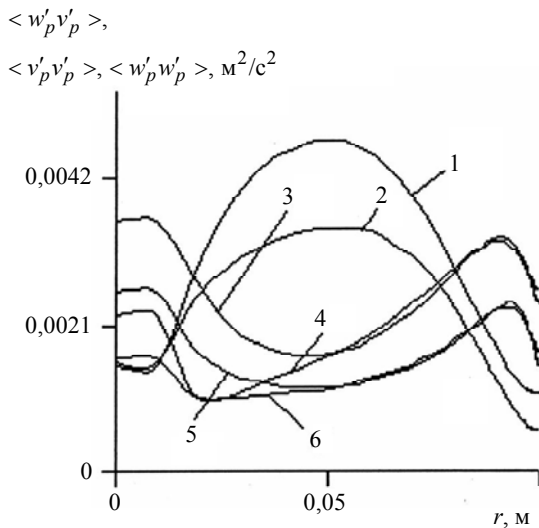


Рис. 3. Профили вторых корреляционных моментов пульсационных характеристик дисперсной фазы: вариант I: 1 — $\langle w'_p v'_p \rangle$; 3 — $\langle w'_p w'_p \rangle$; 4 — $\langle v'_p v'_p \rangle$; вариант II: 2 — $\langle w'_p v'_p \rangle$; 5 — $\langle w'_p w'_p \rangle$; 6 — $\langle v'_p v'_p \rangle$

Из рис. 3 видно, что функция $\langle w'_p v'_p \rangle (r)$ имеет максимум в точке $r = 0,05 \text{ м}$ (см. кривая 1). Анализ баланса членов уравнения (43) из [1] показывает, что на восходящей ветви поведение функции $\langle w'_p v'_p \rangle (r)$ определяется, главным образом, четвертым, шестым, десятым и одиннадцатым слагаемыми указанного уравнения. Резкое возрастание кривой $\langle w'_p v'_p \rangle (r)$ на участке $0,0095 \text{ м} < r < 0,026 \text{ м}$ обусловлено, с одной стороны, увеличением скорости генерации касательного реинольдсова напряжения $\langle w'_p v'_p \rangle$ за счет действия силы аэродинамического сопротивления (одиннадцатый член уравнения (43) из [1] $\rho_p \beta (\langle v'_g w'_p \rangle + \langle v'_p w'_g \rangle) / \tau$), а с другой — существенным уменьшением величины $2\tau \langle w'_p v'_p \rangle < \langle w'_p w'_p \rangle / r^2$ (шестой член уравнения (43) из [1]), которое связано с убыванием функции

$\langle w'_p w'_p \rangle (r)$ (см. кривая 3) в этой области и увеличением радиальной координаты r . При дальнейшем росте координаты r в интервале $0,026 \text{ м} < r < 0,05 \text{ м}$ влияние четвертого, шестого и десятого слагаемых уравнения (43) из [1] становится незначительным. При этом порождение, обусловленное межфазным взаимодействием, несколько уменьшается, вследствие чего скорость возрастания кривой $\langle w'_p v'_p \rangle (r)$ в этой зоне замедляется. На нисходящей ветви производство касательного реинольдсова напряжения значительно снижается за счет убывания функций $\langle v'_g w'_p \rangle (r)$ и $\langle v'_p w'_g \rangle (r)$ в рассматриваемом диапазоне, и в результате производная $\partial \langle w'_p v'_p \rangle / \partial r$ становится отрицательной.

Увеличение средней (по сечению) скорости несущей среды u_{gm} способствует возрастанию значений функций $\langle w'_p w'_p \rangle (r)$, $\langle w'_p v'_p \rangle (r)$ и $\langle v'_p v'_p \rangle (r)$ (см. рис. 3).

Рис. 4 иллюстрирует распределение касательных и нормальных реинольдсовых напряжений по поперечному сечению потока. Из сравнения зависимостей составляющих пульсационной энергии частиц (см. рис. 3, кривые 3, 4; рис. 4, кривая 1) следует, что в периферийной зоне кривая $\langle u'_p u'_p \rangle (r)$ подобна кривым $\langle w'_p w'_p \rangle (r)$, $\langle v'_p v'_p \rangle (r)$, а в приосевой зоне поведение функции $\langle u'_p u'_p \rangle (r)$ несколько отличается от характера кривых $\langle w'_p w'_p \rangle (r)$, $\langle v'_p v'_p \rangle (r)$. При этом значения функций $\langle w'_p w'_p \rangle (r)$ и $\langle v'_p v'_p \rangle (r)$ в пристеночной области близки, а в центральной части канала отличаются одна от другой. Что касается величины $\langle u'_p u'_p \rangle$, то в приосевой зоне она мало отличается от $\langle v'_p v'_p \rangle$, а у стенки на порядок выше, чем $\langle v'_p v'_p \rangle$, что говорит об анизотропии поля пульсационной энергии твердой фазы.

В отличие от характера распределения функции $\langle v'_p v'_p \rangle (r)$, который связан в основном с двумя составляющими генерации пульсационной энергии частиц $\langle v'_p v'_p \rangle$, обусловленными межфазным и межчастичным взаимодействиями, на поведение функции $\langle u'_p u'_p \rangle (r)$, кроме перечисленных факторов, оказывает влияние дополнительная генерация $\langle u'_p v'_p \rangle > \partial u_p / \partial r$ за счет перехода энергии осредненного движения в энергию пульсаций (см. (40) из [1]).

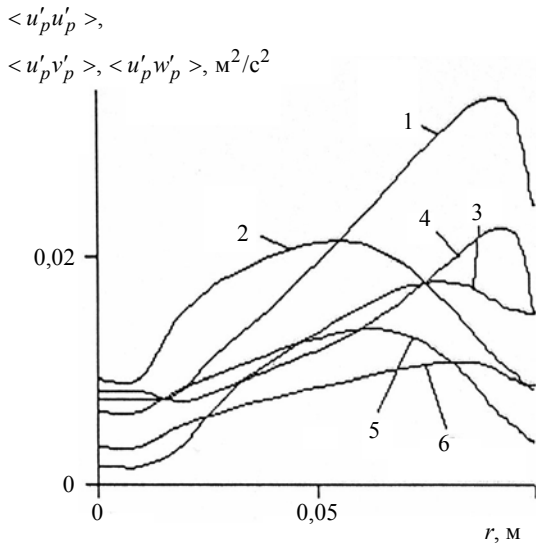


Рис. 4. Распределение вторых моментов пульсаций скоростей частиц по поперечному сечению потока:
 вариант I: 1 — $\langle u'_p u'_p \rangle$; 2 — $\langle u'_p w'_p \rangle$; 3 — $\langle u'_p v'_p \rangle$;
 вариант II: 4 — $\langle u'_p u'_p \rangle$; 5 — $\langle u'_p w'_p \rangle$; 6 — $\langle u'_p v'_p \rangle$

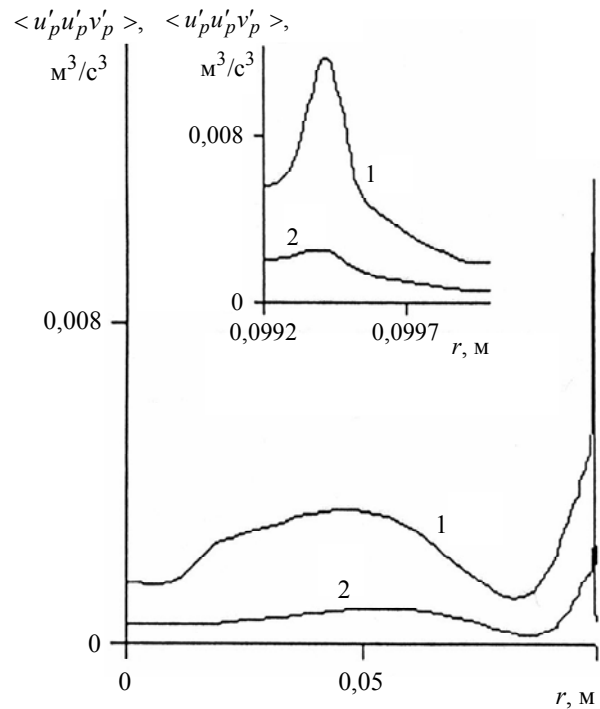


Рис. 5. Распределение третьего корреляционного момента $\langle u'_p u'_p v'_p \rangle$ по поперечному сечению потока:
 1 — вариант I; 2 — II

На рис. 5 приведены значения третьего корреляционного момента $\langle u'_p u'_p v'_p \rangle$ на участке установившегося движения газозвеси. Как показывают результаты расчетов, характер кривой $\langle u'_p u'_p v'_p \rangle(r)$ (см. кривая 1) определяется соотношением между генерацией третьего момента $\langle u'_p v'_p v'_p \rangle$ за счет перехода энергии осредненного движения в энергию пульсаций $2\tau \langle u'_p v'_p v'_p \rangle > \partial u_p / (3\partial r)$ (третий член уравнения (33) из [1]) и величиной $2\tau \langle u'_p w'_p \rangle^2 / (3r)$ (четвертый член уравнения (33) из [1]). Из рис. 5 видно, что на восходящей ветви $0,0095 \text{ м} < r < 0,05 \text{ м}$ можно выделить два участка. На первом ($0,0095 \text{ м} < r < 0,026 \text{ м}$) происходит резкое возрастание кривой $\langle u'_p u'_p v'_p \rangle(r)$ за счет увеличения $\langle u'_p v'_p v'_p \rangle$ (см. рис. 6, кривая 1), $|\partial u_p / \partial r|$ (см. рис. 1, кривая 3) и $\langle u'_p w'_p \rangle$ (см. рис. 4, кривая 2). На втором участке ($0,026 \text{ м} < r < 0,05 \text{ м}$) функция $\langle u'_p u'_p v'_p \rangle(r)$ слабо увеличивается, что связано со значительным уменьшением градиента касательного рейнгольдова напряжения $\langle u'_p w'_p \rangle$ в этой зоне и ростом координаты r . На участке $0,05 \text{ м} < r < 0,084 \text{ м}$ производные $\partial \langle u'_p v'_p v'_p \rangle / \partial r$ и $\partial \langle u'_p w'_p \rangle / \partial r$ становятся отрицательными, поэтому зависимость $\langle u'_p u'_p v'_p \rangle(r)$ в этой зоне убывает. У стенки канала градиент $\partial \langle u'_p v'_p v'_p \rangle / \partial r$ достигает максимального значения, что приводит к резкому возрастанию кривой $\langle u'_p u'_p v'_p \rangle(r)$ в пристеночной области.

На рис. 6 показано распределение третьего момента пульсаций скоростей частиц $\langle u'_p v'_p v'_p \rangle$ на участке установившегося движения двухфазного потока. Поведение функции $\langle u'_p v'_p v'_p \rangle(r)$ (см. кривая 1) зависит от скорости производства третьего момента $\langle u'_p v'_p v'_p \rangle$ (третий член уравнения (32) из [1] $\langle v'_p v'_p v'_p \rangle > \tau \partial u_p / (3\partial r)$) и величины $4\tau \langle w'_p v'_p \rangle > \langle u'_p w'_p \rangle / (3r)$ (четвертый член уравнения (32) из [1]). На восходящей ветви $0,0095 \text{ м} < r < 0,026 \text{ м}$ характер кривой $\langle u'_p v'_p v'_p \rangle(r)$ определяется возрастанием функций $\langle v'_p v'_p v'_p \rangle(r)$, $\langle u'_p w'_p \rangle(r)$, $\langle w'_p v'_p \rangle(r)$ и абсолютного значения градиента аксиальной скорости частиц $|\partial u_p / \partial r|$ на этом участке (см. рис. 1, кривая 3; рис. 3, кривая 1; рис. 4, кривая 2; рис. 7, кривая 1). Убывание функции $\langle u'_p v'_p v'_p \rangle(r)$ в интервале $0,04 \text{ м} < r < 0,086 \text{ м}$ связано с убыванием кривых $\langle v'_p v'_p v'_p \rangle(r)$, $\langle u'_p w'_p \rangle(r)$ и $\langle w'_p v'_p \rangle(r)$ в этой области. В пристеночной зоне наблюдается увеличение момента $\langle u'_p v'_p v'_p \rangle$, что обусловлено возрастанием функции $\langle v'_p v'_p v'_p \rangle(r)$ на этом участке.

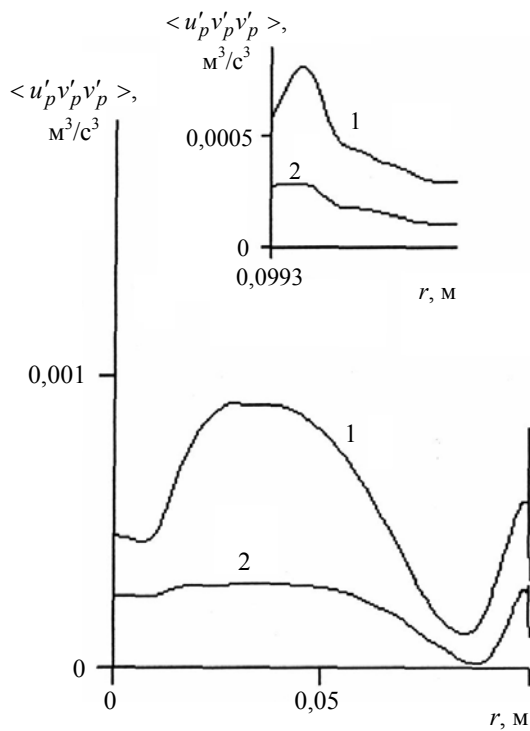


Рис. 6. Профили третьего корреляционного момента пульсаций скоростей частиц $\langle u'_p v'_p v'_p \rangle$:
1 — вариант I; 2 — II

На рис. 7 приведены значения третьего момента пульсаций радиальной скорости частиц $\langle v'_p v'_p v'_p \rangle$ на участке стабилизированного течения газозвеси (см. кривая 1). Анализ результатов расчетов показывает, что основную роль в формировании профиля $\langle v'_p v'_p v'_p \rangle (r)$ в диапазоне $0,0095 \text{ м} < r < 0,086 \text{ м}$ играет второе слагаемое уравнения (34) из [1] $2\tau \langle w'_p v'_p \rangle^2 / r$.

На участке $0,0095 \text{ м} < r < 0,033 \text{ м}$ функция $\langle v'_p v'_p v'_p \rangle (r)$ повышается. Это связано с быстрым ростом кривой $\langle w'_p v'_p \rangle (r)$ (см. рис. 3, кривая 1). В интервале $0,033 \text{ м} < r < 0,086 \text{ м}$ происходит убывание зависимости $\langle v'_p v'_p v'_p \rangle (r)$ за счет уменьшения величины $\langle w'_p v'_p \rangle$ и увеличения радиальной координаты r . В пристеночной зоне $0,086 \text{ м} < r < 0,099 \text{ м}$ наряду с влиянием второго слагаемого на характер кривой $\langle v'_p v'_p v'_p \rangle (r)$ значительно усиливается влияние первого члена уравнения (34) из [1] — $\tau \langle v'_p v'_p \rangle > \partial \langle v'_p v'_p \rangle / \partial r$ ($\partial \langle v'_p v'_p \rangle / \partial r < 0$), поэтому функция $\langle v'_p v'_p v'_p \rangle (r)$ возрастает в этой области.

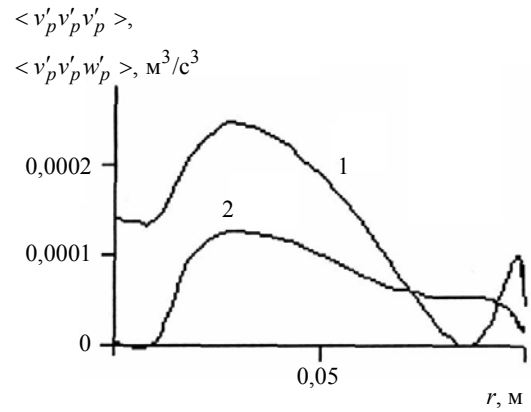


Рис. 7. Распределение третьих моментов пульсаций скоростей дисперсной фазы по поперечному сечению потока для варианта I:
1 — $\langle v'_p v'_p v'_p \rangle$; 2 — $\langle v'_p v'_p w'_p \rangle$

На рис. 8 представлены результаты расчетов по уравнению (9) третьего момента пульсаций скоростей частиц $\langle u'_p w'_p w'_p \rangle$ (второй случай). Рассматриваются три варианта при следующих исходных данных: $R = 0,1 \text{ м}$; $\beta = 0,0012$; $\rho_g = 1,3 \text{ кг}/\text{м}^3$; $\rho_p = 1600 \text{ кг}/\text{м}^3$. Вариант А: $u_{gm} = 10 \text{ м}/\text{с}$, $\delta = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; вариант В: $u_{gm} = 15 \text{ м}/\text{с}$, $\delta = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; вариант С: $u_{gm} = 8 \text{ м}/\text{с}$, $\delta = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

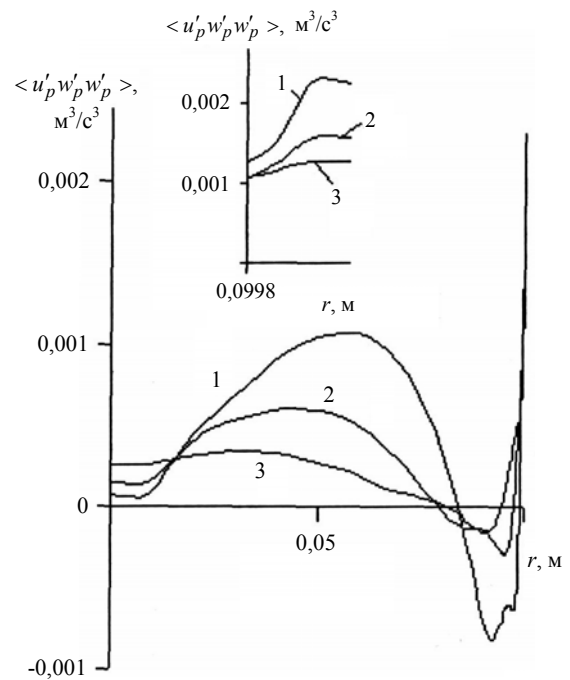


Рис. 8. Профили третьего момента пульсаций скоростей частиц $\langle u'_p w'_p w'_p \rangle$:
1 — вариант В; 2 — А; 3 — С

Приведенные результаты расчетов свидетельствуют о возрастании значений функции $\langle u'_p w'_p w'_p \rangle (r)$ при повышении скорости газа и уменьшении диаметра частиц.

Заключение

Представленные в настоящей работе методики расчета осредненных и пульсационных характеристик дисперсной фазы в анизотропном поле турбулентности отражают основные закономерности этого сложного класса двухфазных течений. Эти модели могут быть полезны при расчетах технических устройств, предназначенных для пневмотранспорта сыпучих материалов, очистки газов от твердых примесей, механической и термической обработки порошков, сжигания твердого топлива.

Обозначения

- F — сила, кг/(с²·м²);
 K — коэффициент восстановления скорости при ударе;
 k — кинетическая пульсационная энергия, м²/с²;
 N — частота ударов, 1/с;
 R — радиус канала, м;
 r, z, φ — радиальная, продольная и трансверсальная координаты, м;
 u, v, w — осредненные составляющие вектора скорости, м/с;
 β — истинная объемная концентрация частиц;
 δ — диаметр частицы, м;
 ρ — плотность, кг/м³;
 τ — время динамической релаксации, с.

Индексы нижние

- a — величина относится к силе аэродинамического сопротивления частицы;
 g — величина относится к газу;
 m — величина относится к средней (по сечению) скорости несущей среды;
 n — величина относится к коэффициенту восстановления нормальной составляющей скорости

- при ударе;
 o — величина относится к оси потока;
 p — величина относится к частицам;
 w — величина относится к стенке канала;
 r, z, φ — величины относятся к радиальной, продольной и трансверсальной осям;
 τ — величина относится к коэффициенту восстановления тангенциальной составляющей скорости при ударе.

Индексы верхние

- / — величина относится к пульсационной составляющей при временном осреднении;
 \diamond — величина относится к осреднению по времени.

Литература

1. Рохман Б. Б. Об уравнениях переноса корреляционных моментов пульсаций скоростей дисперсной фазы на стабилизированном участке осесимметричного двухфазного потока. Часть I. Уравнения для вторых моментов. Алгебраические соотношения для третьих корреляций// Прикладная физика. 2006. № 2. С. 11—18.
2. Hanjalić K., Launder B. E. A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows// J. Fluid. Mech. 1972. Т. 52. № 4. P. 609—638.
3. Симуни Л. М. Численное решение задачи о неизотермическом движении жидкости в плоской трубе// Инж.-физ. журнал. 1966. Т. 10. № 1. С. 85—91.
4. Рохман Б. Б., Шрайбер А. А. Математическое моделирование аэродинамики и физико-химических процессов в надслоевом пространстве топки с циркулирующим кипящим слоем// Там же. 1993. Т. 65. № 5. С. 521—526; 1994. Т. 66. № 2. С. 159—167.

Статья поступила в редакцию 4 мая 2005 г.

On transfer equations for the correlation moments of velocities fluctuations of the disperse phase on stabilized part of the axially symmetrical two phase stream.

Part II. Equations for the third correlation moments. Numerical results

B. B. Rokhman

Institute for Carbon Energy Technologies, Kiev, Ukraine

We propose a method for determining of the third moments of particles velocities fluctuations, based on the construction of transfer equations for the required correlations. Boundary conditions for the differential equations of averaged and fluctuation gas suspension characteristics are formulated. Examples of numerical results are given.