

## Stability zones of quadrupole mass spectrometer in longitudinal magnetic field

*Yu. K. Golikov, N. K. Krasnova, K. V. Solovyev*  
St.-Petersburg State Polytechnic University, St.-Petersburg, Russia

*V. A. Elokhin, V. I. Nikolayev*  
Scientific instruments Plc, St.-Petersburg, Russia

*The method to build stability zones of the charged particle motion equation system for the of electric quadrupole field and the constant magnetic field is considered.*

УДК 621.385.001

## Адекватность теории сферического диода

*В. М. Белкин, М. А. Завьялов, В. А. Сыровой, А. С. Чихачев*  
ГУП "ВЭИ им. Ленина", Москва, Россия

*Рассмотрены пределы справедливости теории сферического диода при нерелятивистских и релятивистских скоростях в качестве инструмента математического и физического тестирования программ траекторного анализа, предназначенных для расчета существенно разномасштабных потоков. Исследовано влияние собственного магнитного поля и тепловых скоростей, определяющих эти пределы.*

В последнее время опубликованы работы, посвященные расчету интенсивных пучков с высокой компрессией. Так, в работе [1] обсуждается формирование пучка с компрессией по площади 1000, в [2], где используется пакет траекторного анализа SAM [3—5], называются почти вдвое более высокие цифры.

При описании пучка с линейной компрессией  $L$  модель должна уверенно отслеживать величины порядка  $L^{-1}$ , что при названных выше компрессиях требует, чтобы уровень ошибки составлял десятые доли процента. Ни одна из существующих программ траекторного анализа открыто не декларирует такой точности, хотя, как было сказано, некоторые из них использованы для решения подобных задач.

В работе [5] проведены тестовые расчеты для сходящегося нерелятивистского конического пучка с углом раствора  $\theta = 40^\circ$  и компрессией  $L = 5$  ( $r, \theta, \psi$  — сферические координаты). Следует отметить, что эта задача относится к числу простейших, так как имеет дело с одномерным течением по радиальным лучам при однородной плотности тока эмиссии  $J = \text{const}$ . Многие блоки программы по этой причине работают в щадящем режиме. Указанные обстоятельства и невысокая компрессия не позволяют говорить о надежных расчетах с использованием комплекса SAM [2], когда речь идет о системах с  $L \cong 40\text{—}60$  при  $J \neq \text{const}$ .

Подчеркнем, что необходимо различать математическое и физическое тестирование численных моделей. Так, нерелятивистский сферический диод может быть

эффективно использован в первом из них при сколь угодно высокой компрессии, когда скорость превышает скорость света, а потенциал  $\phi$  стремится к бесконечности при пренебрежении действием собственного магнитного поля  $H_\psi$ , в то время как физическое тестирование должно проходить при учете соответствующих ограничений.

Известно [6], что теория плоского диода внутренне противоречива: бесконечно широкий поток имеет бесконечное собственное магнитное поле при прямолинейных траекториях. Противоречие разрешается введением ограничений на относительные размеры цилиндрической вырезки радиуса  $R$  ( $R, \psi, z$  — цилиндрические координаты) из плоского диода, для которой справедливо неравенство, означающее малость силы Лоренца по сравнению с силой со стороны электрического поля. В релятивистском случае эти ограничения оказываются более жесткими.

Цель данной работы — оценка влияния собственного магнитного поля  $H_\psi$  пучка при высоких компрессиях (а также декомпрессиях) или, другими словами, в установлении предельной компрессии при заданных параметрах потока, когда влиянием  $H_\psi$  можно пренебречь. Задача о сферическом диоде представляется более интересной по сравнению с течением между параллельными плоскостями благодаря изменению геометрии потока. Влияние тепловых скоростей на компрессию пучка и распределение потенциала в сферическом дио-

де можно оценить на основании сформулированных в работе моделей.

Изучение сферического потока способствует решению проблемы адекватности приближенных и численных методов исследования [7] и позволяет разрешить следующие вопросы: получение тестового эталона для математического моделирования существенно разномасштабных потоков (сходящихся и расходящихся) при нерелятивистских и релятивистских скоростях; возможность оценки необходимой точности численной модели при фиксированных параметрах пучка и заданном высоком значении  $L$  в вариантах "электростатической" компрессии [2]; установление уровня точности в нерелятивистской области для сходящихся и расходящихся потоков при пренебрежении собственным магнитным полем.

Результаты серии расчетов, проведенных для катода радиусом 5 см при плотностях тока эмиссии от 0,1 до 10 А/см<sup>2</sup>, представлены на рис. 1—3.

На рис. 1 приведены кривые  $\phi(L)$  для сходящегося (кривые I, релятивистский случай) и расходящегося потоков (кривые II, нерелятивистские скорости). Точки, отмеченные крестиками, соответствуют нерелятивистской модели. Видно, что до 750 кВ максимальное различие  $\delta$  при  $J = 10$  А/см<sup>2</sup> составляет менее 5 %, при  $J = 5$  А/см<sup>2</sup> имеем  $\delta \sim 1$  %. Если принять за границу релятивистской области  $\phi = 100$  кВ,  $\gamma = 1 + \phi \sim 1,2$ ,  $v/c \sim 0,55$ , то теория нерелятивистского диода для сходящегося пучка справедлива при относительно невысоких компрессиях:  $J = 10$  А/см<sup>2</sup>,  $L = 1,6$ ;  $J = 2$  А/см<sup>2</sup>,  $L = 2,5$ ;  $J = 0,5$  А/см<sup>2</sup>,  $L = 4,4$ .

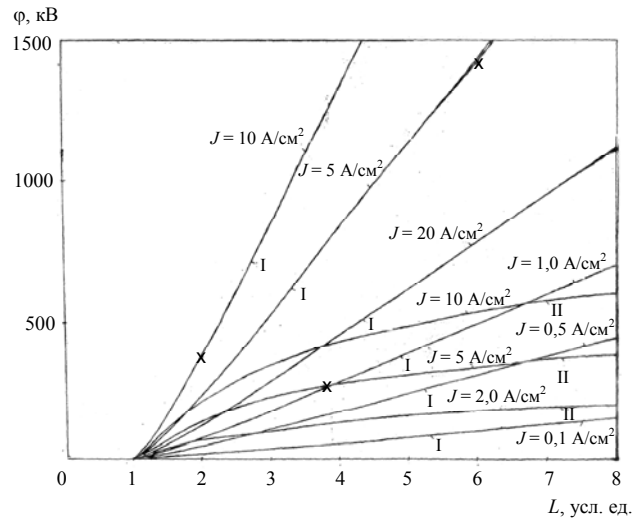
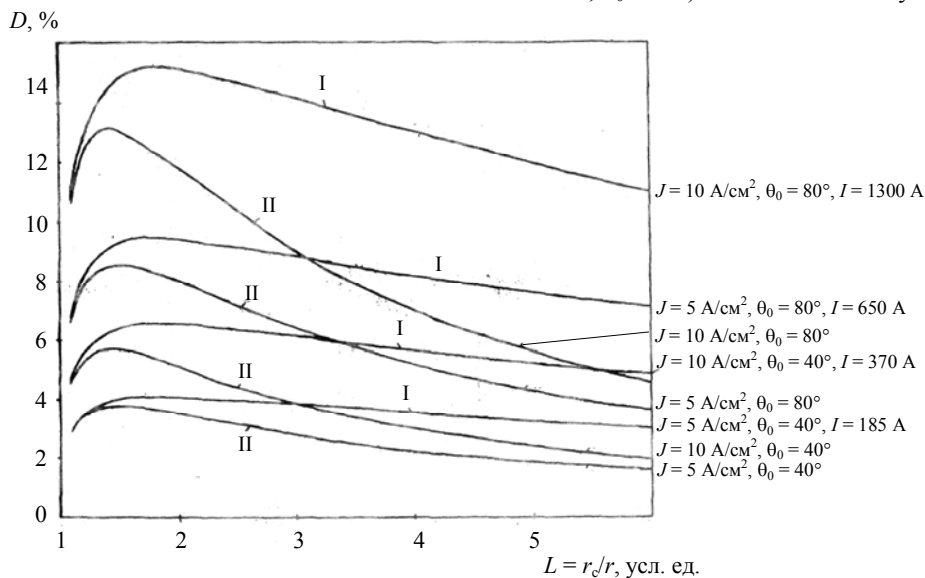


Рис. 1. Расчет функции  $\phi(L)$ :

I — релятивистский случай; II — нерелятивистский случай

На рис. 2, а, б изображена функция  $D$ , представляющая собой отношение силы Лоренца к силе со стороны электрического поля, для нерелятивистского (кривые I) и релятивистского (кривые II) случаев в зависимости от компрессии  $L$  и потенциала. Для сходящегося пучка вне зависимости от значения  $J$  качественный характер кривых один и тот же: отношение сил  $D$  достигает максимума при невысоких значениях  $L = 1,4—1,8$ , причем величина максимума в релятивистском случае меньше, а сам максимум сдвинут в сторону меньших компрессий. Максимум имеет место не только при малой компрессии, но и при относительно невысоких значениях потенциала (см. рис. 2, б):  $\phi = 100—150$  кВ в нерелятивистском случае,  $\phi = 50—70$  кВ — при учете релятивизма. При токе пучка  $I \sim 200$  А ( $J = 5$  А/см<sup>2</sup>,  $\theta_0 = 40^\circ$ ) значение  $D$  не опускается ниже 2 %.



а

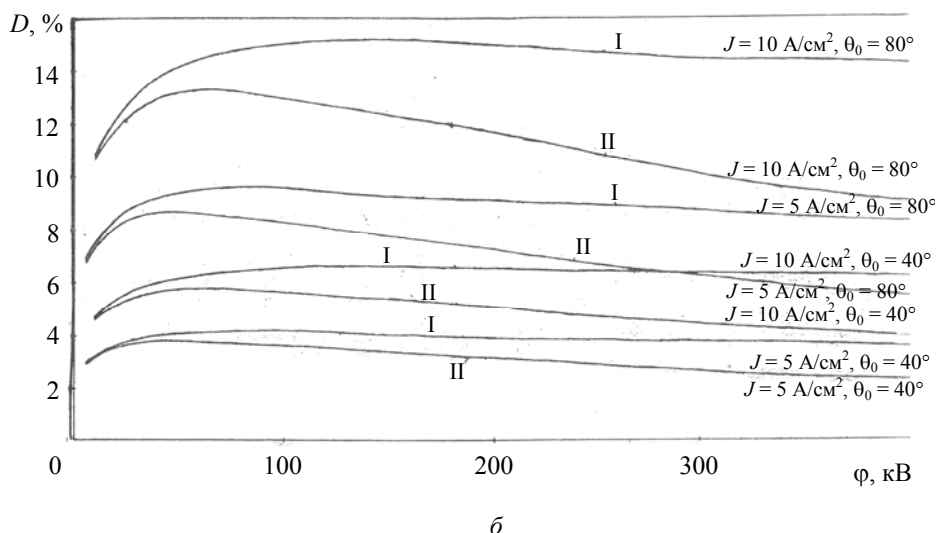


Рис. 2. Расчет функции  $D$  от:  
 $a$  — компрессии;  $b$  — потенциала  
 (I — релятивистский случай; II — нерелятивистский случай)

Для плоского релятивистского диода максимум  $D$  при всех  $J$  приходился на 220 кВ [6].

Из рис. 1 и характера кривых на рис. 2, б можно, например, заключить, что при  $\varphi = 100$  кВ,  $J = 0,5$  А/см<sup>2</sup>,  $I = 65$  А,  $\theta_0 = 80^\circ$ ,  $L \sim 4$  неучет собственного магнитного поля может дать ошибку на уровне 2 %.

При компрессии  $L = 6$  релятивистский диод перестает быть инструментом физического тестирования ( $D \sim D_{\max}/2$  для  $L = 6$ ) при  $J = 5$  А/см<sup>2</sup>,  $\theta_0 = 40^\circ$ ,  $I = 180$  А (ошибка  $0,1 L^{-1} = 1,8$  %), а при прецизионном счете (ошибка  $0,01 L^{-1} = 0,18$  %) необходимо взять пучок с  $J = 1$  А/см<sup>2</sup>,  $\theta_0 = 10^\circ$ ,  $I \sim 2$  А.

Исследование функции  $D(L)$  для расходящегося потока обнаруживает ее неожиданный монотонный рост: электрическое поле уменьшается быстрее, чем член  $v_r H_\psi$ , в котором  $v_r$  растет, а  $H_\psi$  убывает. При  $J = 10$  А/см<sup>2</sup>,  $\theta_0 = 80^\circ$ ,  $L = 17,5$  обе силы сравниваются, а в дальнейшем магнитная компонента становится больше.

Анализ поведения  $D(L)$  дополнен расчетом возмущенной под действием собственного магнитного поля траектории. На рис. 3 построена функция  $\delta = \theta/\theta_0$ , %, где  $\theta$  — отклонение от начального угла  $\theta_0$ , в зависимости от  $L$  для сходящегося пучка (сплошные и прерывистые линии — нерелятивистские и релятивистские скорости, соответственно).

Для сходящегося потока значения  $\delta$  по релятивистской и нерелятивистской моделям различаются почти в полтора раза при  $L \sim 15$ , в то время как для расходящихся пучков максимальное различие составляет  $\sim 15$  %.

Отметим, что как при компрессии, так и при декомпрессии при  $\varphi \sim 100$  кВ и  $L \sim 2,5$  величина  $\delta$  имеет порядок 5 %.

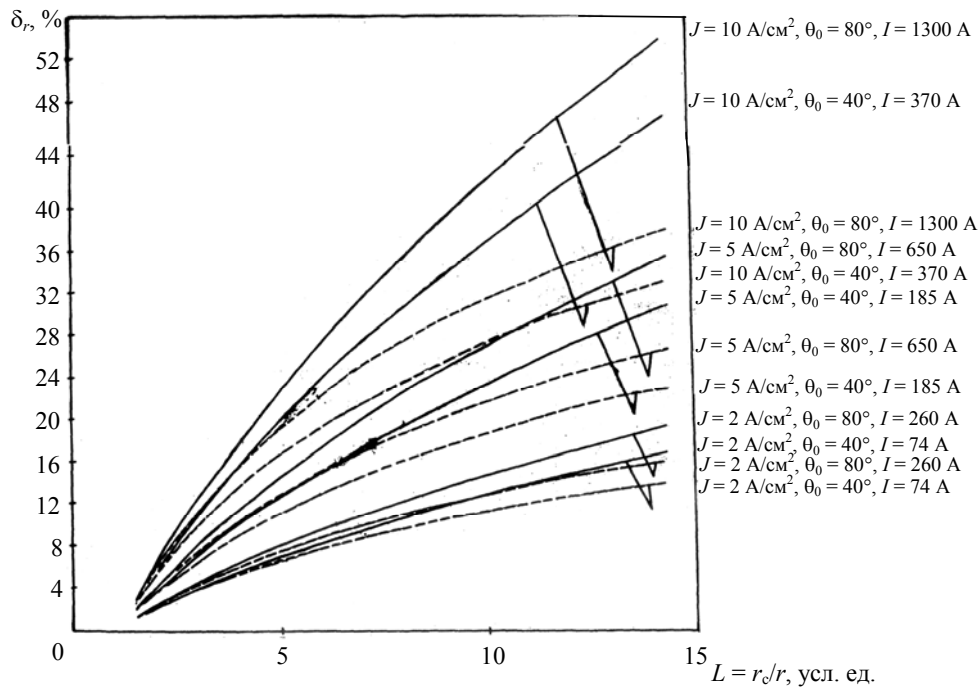


Рис. 3. Расчет функции  $\delta = \theta/\theta_0, \%$

Из сказанного выше следует, что для прецизионного счета при  $\varphi \sim 50 \text{ кВ}$  необходимо не только пользоваться релятивистской моделью, но и учитывать собственное магнитное поле.

Проведенное исследование позволяет строить суждения относительно адекватности результатов траекторного анализа. Так, если реальная ЭОС [2] при заданном анодном напряжении обеспечивает тот же ток, что и сферический диод с теми же параметрами, но при этом минимальное расстояние между катодом и анодом на 10 % больше, чем в сферическом диоде, то это может явиться основанием для озабоченности и проверки алгоритмов, составляющих программу.

Для изучения влияния собственного магнитного поля и начальных тепловых скоростей при ускорении потока электронов в сферическом диоде удобно использовать модельное кинетическое описание ансамбля частиц. Стационарный пучок с переменным радиусом в модели Капчинского-Владимирского описывается уравнением [8]:

$$\begin{aligned}
 p_0(z) \frac{d}{dz} \left[ p_0(z) \frac{dR}{dz} \right] + \Omega^2(z) R &= \frac{\varepsilon_0^2}{R^3}; \\
 p_0 &= \sqrt{\gamma_0^2 - 1}; \\
 \gamma_0 &= 1 + \varphi_0; \quad v_0(z) = \sqrt{1 - 1/\gamma_0^2}; \\
 \Omega^2(z) &= \frac{\gamma_0 \gamma_0''}{2} - \frac{I}{\gamma_0 v_0(z) R},
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где  $I$  — ток;  
 $R(z)$  — радиус пучка;  
 $p_0$  — продольный импульс;  
 $\varphi_0(z)$  — потенциал;

$\varepsilon_0$  — эмиттанс (величина, характеризующая разброс поперечных скоростей).

Если перейти от цилиндрических координат  $R, z$  к сферическим  $r, \theta$ , то для конического пучка  $\theta_0 = \text{const}$ ,  $R = r \sin \theta_0$  из (1) следует уравнение для потенциала

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\gamma_0}{dr} \right) = \frac{I}{\gamma_0 \sqrt{\gamma_0^2 - 1}} + \frac{\varepsilon_*}{r^2 \gamma_0},$$

где последний член соответствует слагаемому с  $\varepsilon_0^2$  в (1) и создает добавочное ограничение для тока. В случае плоской геометрии аналогичное уравнение решалось в работе [9], где показано, что при ненулевом эмиттансе величина тока уменьшается в сравнении с величиной, получаемой по закону 3/2. При

$$\varphi_a < \frac{r_c W_T}{r_a} \tag{2}$$

ток равен нулю, здесь  $\varphi_a$  — потенциал анода,  $W_T$  — тепловая энергия.

При  $\varphi_a \gg \frac{r_c W_T}{r_a}$  влияние теплового разброса не существенно. Отметим, что в (2) вошло отношение радиусов катода и анода.

В качестве модели может быть рассмотрен сферический диод, в котором распределение частиц описывается тремя интегралами движения: энергией  $H = \sqrt{p^2 + 1} + \varphi$ , моментом относительно произвольно выбранной оси  $L_\psi = \gamma r \psi \sin \theta = p_\psi r \sin \theta$  и квадратом полного момента

момента

$$L^2 = r^2 (p_0^2 + p_\psi^2) = \gamma^2 (r^2 \dot{\theta})^2 + \frac{L_\psi^2}{\sin^2 \theta}.$$

Плотность частиц определяется интегралом в фазовом пространстве. Представляется естественным принять для функции распределения выражение  $f = \kappa \exp\{-H/T\}$ , где  $T$  — температура. При этом плотность имеет вид

$$\rho = \frac{\kappa}{2} \int_1^\infty e^{-\frac{H}{T}} (H + \varphi) \left\{ \sqrt{(H - \varphi)^2 - 1} - \sqrt{(H - \varphi)^2 - \frac{r_c^2}{r^2} H^2 + \left(\frac{r_c^2}{r^2} - 1\right)} \right\} dH.$$

Уравнение для потенциала

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\varphi}{dr} \right) = \rho$$

может быть решено численными методами.

В результате такого решения можно учесть тепловые эффекты и оценить таким образом точность гидродинамической теории.

#### Литература

1. Абдулманов В. Г., Короткова В. А., Невский П. В. и др. // Прикладная физика. 1999. № 3—4. С. 111.
2. Запрягаев И. А. Исследование 100 МВт источника электронов с высокой компрессией пучка: Дис. ... на соискание канд. физ.-мат. наук/ ИЯФ им. Г. И. Будкера. — Новосибирск, 2004.
3. Тиунов М. А., Фомель Б. М., Яковлев В. П. SAM-интерактивная программа для расчета электронных пушек на мини-ЭВМ: Препринт 87—35, ИЯФ СО АН СССР. — Новосибирск, 1987.
4. Кузнецов Г. И., Тиунов М. А., Яковлев В. П. Дюнная пушка с высокой компрессией пучка и повышенной электрической прочностью: Препринт 89—161, ИЯФ СО АН СССР. — Новосибирск, 1989.
5. Fomel B. M., Tiunov M. A., Yakovlev V. P., SAM — an Interactive Code for Evaluation of Electron Guns: Preprint 89-159, INP. — Novosibirsk, 1989.
6. Meltzer B. // J. Electr. Contr. 1958. V. 4. № 4. P. 350.
7. Сыровой В. А. // РЭ. 2003. Т. 48. № 4. С. 467.
8. Чихачев А. С. Кинетическая теория квазистационарных состояний пучков заряженных частиц. — М.: Физматиз, 2001.
9. Азарова О. Н., Чихачев А. С. // РЭ. 1990. Т. 35. № 2. С. 410.

Статья поступила в редакцию 22 декабря 2005 г.

## Adequacy of spherical diode theory

V. M. Belkin, M. A. Zavjalov, V. A. Syrovoy, A. S. Chikchachev  
All-Russian Electrotechnical Institute (VEI), Moscow, Russia

*The limits of validity for non-relativistic and relativistic spherical diode theory as instrument of mathematical and physical testing for trajectory analysis programs in case of essentially many-scaled electron flows are discussed. The influence of self magnetic field and initial thermal velocities which determine these limits are investigated.*

УДК 621.385.001

## Моделирование характеристик плазмозаполненных ЛБВ

П. В. Боровиков, В. Ю. Григорьев  
ГУП ВЭИ им. Ленина, Москва, Россия

*Предложена методика расчета основных характеристик плазмозаполненных ламп бегущей волны (ПЛБВ) и представлены результаты. Рассмотрены качественно и подтверждены расчетами основные особенности плазменного и вакуумного режимов работы ПЛБВ.*

Реализация преимуществ гибридных плазменно-резонаторных систем потребовала детального исследования их дисперсионных характеристик и динамики взаимодействия электронного пучка с гибридными волнами, в частности, актуальной проблемой является создание достаточно достоверной математической модели плазменно-волноводной системы, адекватно представляющей рабочие характеристики таких систем. С другой стороны, очень важна задача разработки методов и принципов конструирования и технологии пучково-плазменных приборов, обеспечивающих требуе-

мые рабочие характеристики и достаточно большой срок службы при наличии в приборах плазмы высокой концентрации и интенсивных электронных и ионных потоков. В настоящей статье рассмотрена модель, кажущаяся нам наиболее удобной для расчета таких систем, и приведены некоторые результаты расчетов с ее использованием.

#### Расчетная модель