

Для однозначного интегрирования уравнения теплопроводности к нему необходимо присоединить общеизвестные начальные и граничные условия теории теплопроводности твердых тел [7], которые в данной статье не приводятся.

Заключение

Предложенные модели теплопроводности в ортогонально армированных гибридных композитах демонстрируют удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных значений коэффициентов теплопроводности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президиума СО РАН (постановление № 54 от 09.02.06, номер проекта 2.2).

Л и т е р а т у р а

1. Гуров К. П. Феноменологическая термодинамика необратимых процессов. — М.: Наука, 1978.
2. Немировский Ю. В., Янковский А. П. // Теплофизика и аэромеханика. 1998. Т. 5. № 2. С. 215—235.
3. Композиционные материалы: Справочник/ Под ред. Д. М. Карпиноса. — Киев: Наук. думка, 1985.
4. Ванин Г. А. Микромеханика композитных материалов. — Киев: Наук. думка, 1985.
5. Шленский О. Ф. Тепловые свойства стеклопластиков. — М.: Химия, 1973.
6. Справочник по композитным материалам: В 2-х кн. Кн. 1/ Под ред. Дж. Любина: Пер. с англ. А. Б. Геллера, М. М. Гельмонта/ Под ред. Б. Э. Геллера. — М.: Машиностроение, 1988.
7. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Обобщенная термомеханика. — Киев: Наук. думка, 1976.

Статья поступила в редакцию 7 ноября 2007 г.

Modelling of processes of heat conductivity in the orthogonal reinforced hybrid composites with disperse hardening binding

Yu. V. Nemirovsky, A. P. Yankovsky

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Science, Novosibirsk, Russia

Models of heat conductivity the orthogonal reinforced fibrous environment with disperse hardening binding without taking into account are offered and in view of time of a relaxation of materials of phases of a composition. Comparison of settlement values of effective factors of heat conductivity is lead is unidirectional and the orthogonal reinforced composites with experimental data. The satisfactory coordination of settlement and experimental values of these sizes is shown.

УДК 532.529: 532.517.4

Математическое описание вращательного движения дисперсной фазы в турбулентном осесимметричном двухфазном потоке с учетом межчастичного взаимодействия

Б. Б. Рохман

Институт угольных энерготехнологий НАН и Минтопэнерго Украины, г. Киев, Украина

Получено замкнутое описание турбулентного и псевдотурбулентного переноса импульса и момента импульса в твердой фазе на основе уравнений для вторых моментов пульсаций линейной и угловой скоростей частиц с учетом сил аэродинамического сопротивления.

Введение

При турбулентном течении концентрированного газодисперсного потока в осесимметричном канале происходит интенсивное взаимодействие частиц между собой и стенкой трубы, которое оказывает существенное влияние на аэродинамическую структуру потока.

В настоящее время накоплен обширный экспериментальный материал по осредненным и пуль-

сационным параметрам турбулентного течения двухфазной смеси в трубе. Однако его теоретическое обобщение еще далеко от завершения, поскольку во многих работах, посвященных моделированию таких течений, не учтены должным образом анизотропия поля энергии хаотического движения твердой фазы и эффекты, связанные с взаимодействием частиц между собой и стенкой канала, их вращением, действием силы Магнуса (М).

Для расчета стационарного изотермического течения газозвеси в трубе в рамках так называемых двухжидкостных моделей предложена математическая модель, построенная с использованием осесимметричных уравнений переноса вторых моментов пульсаций поступательной и угловой скоростей дисперсной фазы с учетом межфазного и межчастичного взаимодействий. Замыкание уравнения движения несущей среды осуществляется на основе однопараметрической модели турбулентности, обобщенной на случай двухфазных турбулентных течений [1].

Уравнения движения газовой и дисперсной фаз

Система уравнений, описывающая в приближении узкого канала стационарное осесимметричное турбулентное течение газозвеси, имеет вид

$$\frac{\rho_g \partial u_g}{\partial z} + \frac{\rho_g \partial (rv_g)}{r \partial r} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\beta u_p)}{\partial z} + \frac{\partial [r \beta v_p + \langle \beta' v_p' \rangle]}{r \partial r} = 0; \quad (2)$$

$$\rho_g u_g \frac{\partial u_g}{\partial z} + \rho_g v_g \frac{\partial u_g}{\partial r} = \frac{\rho_g \partial}{r \partial r} \times \left[r \left(\eta_g \frac{\partial u_g}{\partial r} - \langle u_g' v_g' \rangle \right) \right] - \frac{\partial P}{\partial z} - F_{az} - F_{Mz}; \quad (3)$$

$$\rho_p \left[\beta u_p \frac{\partial u_p}{\partial z} + \beta v_p + \langle \beta' v_p' \rangle \frac{\partial u_p}{\partial r} \right] = - \frac{\rho_p}{r} \frac{\partial (\beta r \langle u_p' v_p' \rangle)}{\partial r} + F_{az} + F_{Mz} - \rho_p \beta g_z; \quad (4)$$

$$\rho_p \left[\beta u_p \frac{\partial v_p}{\partial z} + \beta v_p + \langle \beta' v_p' \rangle \frac{\partial v_p}{\partial r} \right] = - \frac{\rho_p}{r} \frac{\partial [r(v_p \langle \beta' v_p' \rangle + \beta \langle v_p'^2 \rangle)]}{\partial r} + F_{ar} + F_{Mr} + \frac{\rho_p \beta \langle w_p'^2 \rangle}{r}; \quad (5)$$

$$\rho_g u_g \frac{\partial k_g}{\partial z} + \rho_g v_g \frac{\partial k_g}{\partial r} = \frac{\rho_g \partial}{r \partial r} \left[r \left(\frac{\eta_{t,g}}{\sigma_k} + \eta_g \right) \frac{\partial k_g}{\partial r} \right] + \rho_g \eta_{t,g} \left(\frac{\partial u_g}{\partial r} \right)^2 - \rho_g (\varepsilon_g + \varepsilon_p) + G_g; \quad (6)$$

$$\beta u_p \frac{\partial \omega_\varphi}{\partial z} + \beta v_p + \langle \beta' v_p' \rangle \frac{\partial \omega_\varphi}{\partial r} = - \frac{\partial (r \beta \langle \omega_\varphi' v_p' \rangle)}{r \partial r} - \frac{\beta \langle \omega_r' w_p' \rangle}{r} - \gamma \beta \left(\omega_\varphi + \frac{\partial u_g}{2 \partial r} \right); \quad (7)$$

$$B_g = 2\pi \int_0^R \rho_g u_g r dr, \quad (8)$$

где

$$F_{Mr} = -\lambda_\omega \beta \rho_p (u_g - u_p) \left(\omega_\varphi + \frac{\partial u_g}{2 \partial r} \right);$$

$$F_{Mz} = \lambda_\omega \beta \rho_p \times \left[\langle \omega_r' w_p' \rangle - \langle \omega_\varphi' v_p' \rangle + (v_g - v_p) \left(\omega_\varphi + \frac{\partial u_g}{2 \partial r} \right) \right];$$

$$\langle \beta' v_p' \rangle = -L_p \partial \beta / \partial r; \quad \langle u_p' v_p' \rangle = -\eta_{t,p} \partial u_p / \partial r;$$

$$\lambda_\omega = 3\rho_g / 4\rho_p; \quad \langle u_g' v_g' \rangle = -\eta_{t,g} \partial u_g / \partial r;$$

$$\gamma = \frac{60\rho_g \eta_g}{\rho_p \delta^2}; \quad F_{ar} = \frac{\rho_p \beta}{\tau} (v_g - v_p); \quad (9)$$

$$F_{az} = \frac{\rho_p \beta}{\tau} (u_g - u_p)$$

(здесь и ниже пульсации концентрации частиц β' не учитываются).

Система уравнений (1)—(9) незамкнута, так как в ней фигурируют неизвестные корреляции второго порядка $\langle v_p'^2 \rangle$, $\langle w_p' w_p' \rangle$, $\langle \omega_\varphi' v_p' \rangle$, $\langle \omega_r' w_p' \rangle$, которые, в свою очередь, зависят от переменных $\langle w_p' v_p' \rangle$, $\langle u_p'^2 \rangle$, $\langle \omega_\varphi' \omega_r' \rangle$, $\langle \omega_\varphi'^2 \rangle$, $\langle \omega_r'^2 \rangle$, $\langle \omega_r' v_p' \rangle$, $\langle \omega_\varphi' w_p' \rangle$ и $\langle u_p' \omega_\varphi' \rangle$ (см. ниже). Для замыкания приведенной системы уравнений необходимо построить уравнения переноса искомых корреляций.

Уравнения переноса вторых моментов

Для вывода уравнений переноса корреляций второго порядка необходимо прежде всего получить пульсационные уравнения поступательного и вращательного движений дисперсной фазы. В работе [2] приведены пульсационные уравнения для поступательной и угловой скоростей частиц вдоль радиальной и трансверсальной осей в предположении о постоянстве объемной концентрации твердой фазы. Учитывая, что $\beta \neq \text{const}$, преобразуем некоторые из упомянутых уравнений к виду

$$\begin{aligned}
 & u_p \beta \frac{\partial w'_p}{\partial z} + u'_p \beta \frac{\partial w'_p}{\partial z} + v_p \beta \frac{\partial w'_p}{\partial r} + v'_p \beta \frac{\partial w'_p}{\partial r} + \\
 & + \frac{\beta(v_p w'_p + w'_p v'_p)}{r} - \frac{\partial(\beta \langle u'_p w'_p \rangle)}{\partial z} \quad (10) \\
 & - \frac{\partial(r\beta \langle v'_p w'_p \rangle)}{r \partial r} - \frac{\beta}{r} \langle w'_p v'_p \rangle = F'_{a\phi} + F'_{M\phi};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & u_p \beta \frac{\partial \omega'_r}{\partial z} + u'_p \beta \frac{\partial \omega'_r}{\partial z} + v_p \beta \frac{\partial \omega'_r}{\partial r} + v'_p \beta \frac{\partial \omega'_r}{\partial r} - \\
 & - \frac{\beta \omega_\phi w'_p}{r} - \frac{\beta \omega'_\phi w'_p}{r} - \frac{\partial(\beta \langle \omega'_r u'_p \rangle)}{\partial z} \quad (11) \\
 & - \frac{\partial(r\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle)}{r \partial r} + \frac{\beta \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{r} = -\gamma \beta \omega'_r,
 \end{aligned}$$

где

$$F'_{a\phi} = \frac{\beta}{\tau} (w'_g - w'_p); \quad F'_{M\phi} = \lambda_\omega \beta (u_g - u_p) \omega'_r. \quad (12)$$

Для того чтобы построить уравнение переноса корреляции $\langle \omega'_r w'_p \rangle$, необходимо умножить уравнение (11) на величину w'_p , а уравнение (10) — на ω'_r , а затем сложить полученные уравнения, т. е.

$$\begin{aligned}
 & u_p \beta \frac{\partial \omega'_r w'_p}{\partial z} + u'_p \beta \frac{\partial \omega'_r w'_p}{\partial z} + v_p \beta \frac{\partial \omega'_r w'_p}{\partial r} + \\
 & + v'_p \beta \frac{\partial \omega'_r w'_p}{\partial r} - \frac{\beta \omega_\phi w'_p^2}{r} - \frac{\beta \omega'_\phi w'_p^2}{r} + \frac{\beta w'_p \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{r} + \\
 & + \frac{\beta v_p \omega'_r w'_p}{r} + \frac{\beta v'_p \omega'_r w'_p}{r} - \frac{\beta \omega'_r \langle w'_p v'_p \rangle}{r} - \\
 & - w'_p \frac{\partial(\beta \langle \omega'_r u'_p \rangle)}{\partial z} - w'_p \frac{\partial(r\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle)}{r \partial r} - \\
 & - \omega'_r \frac{\partial(\beta \langle u'_p w'_p \rangle)}{\partial z} - \omega'_r \frac{\partial(r\beta \langle w'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} = \\
 & = F'_{a\phi} \omega'_r + F'_{M\phi} \omega'_r - \gamma \beta \omega'_r w'_p. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Преобразуем уравнение (13) с помощью выражений (12) и пульсационного уравнения неразрывности, предварительно умноженного на величину $\omega'_r w'_p$. Затем в полученном уравнении произведем осреднение. Пренебрегая смешанными корреляционными моментами (газ—частица), в приближении узкого канала представим уравнение переноса второго момента $\langle \omega'_r w'_p \rangle$ в виде

$$\begin{aligned}
 & \beta u_p \frac{\partial \langle \omega'_r w'_p \rangle}{\partial z} + \beta v_p \frac{\partial \langle \omega'_r w'_p \rangle}{\partial r} = \\
 & = - \frac{\partial(r\beta \langle \omega'_r w'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} + \frac{\beta \omega_\phi \langle w'_p^2 \rangle}{r} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\beta \langle \omega'_\phi w'_p{}^2 \rangle}{r} - \frac{\beta v_p \langle \omega'_r w'_p \rangle}{r} - \\
 & - \frac{\beta \langle \omega'_r w'_p v'_p \rangle}{r} - \beta \left(\frac{1}{\tau} + \gamma \right) \langle \omega'_r w'_p \rangle + \\
 & + \lambda_\omega \beta (u_g - u_p) \langle \omega'_r{}^2 \rangle. \quad (14)
 \end{aligned}$$

Для замыкания уравнения (14) необходимо вычислить тройные корреляции $\langle \omega'_r w'_p v'_p \rangle$ и $\langle \omega'_\phi w'_p{}^2 \rangle$. Для этого использовалась специально разработанная методика расчета [2], основанная на построении усеченных уравнений переноса искоемых моментов (уравнения для установившегося течения дисперсной фазы).

Замыкание уравнений для тройных корреляций производилось на основе представлений четвертых моментов, фигурирующих в этих уравнениях, в виде суммы произведений вторых. Это позволило получить из уравнений для корреляций третьего порядка алгебраические соотношения, выражающие тройные корреляции через вторые моменты и их градиенты. В работе [2] на основе указанной методики расчета была получена цепочка алгебраических выражений для третьих моментов. Приведем некоторые из них.

$$\begin{aligned}
 & \langle \omega'_\phi w'_p{}^2 \rangle = - \frac{1}{\Psi_{11}} \left[\frac{\langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{\partial r} + \right. \\
 & + \frac{\langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle w'_p{}^2 \rangle}{2 \partial r} + \frac{\langle w'_p{}^2 v'_p \rangle \partial \omega_\phi}{2 \partial r} + \quad (15) \\
 & + \frac{\langle w'_p{}^2 \rangle \langle \omega'_r w'_p \rangle}{r} + \frac{\langle w'_p v'_p \rangle \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{r} + \\
 & \left. + \frac{\langle w'_p{}^2 \rangle \langle \omega'_\phi v'_p \rangle}{r} - \lambda_\omega (u_g - u_p) \langle \omega'_\phi \omega'_r w'_p \rangle \right]; \\
 & \langle \omega'_r w'_p v'_p \rangle = - \frac{1}{\Psi_{12}} \left[\frac{\langle v'_p{}^2 \rangle \partial \langle \omega'_r w'_p \rangle}{\partial r} + \right. \\
 & + \frac{\langle \omega'_r v'_p \rangle \partial \langle w'_p v'_p \rangle}{\partial r} + \frac{\langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_r v'_p \rangle}{\partial r} + \\
 & + \frac{\langle \omega'_r v'_p \rangle \langle w'_p v'_p \rangle}{r} - \frac{\omega_\phi \langle w'_p{}^2 v'_p \rangle}{r} - \\
 & - \frac{\langle \omega'_\phi v'_p \rangle \langle w'_p{}^2 \rangle}{r} - \frac{\langle w'_p v'_p \rangle \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{r} + \\
 & + \frac{\langle v'_p{}^2 \rangle \langle \omega'_r w'_p \rangle}{r} - \frac{2 \langle w'_p{}^2 \rangle \langle \omega'_r w'_p \rangle}{r} - \\
 & \left. - \lambda_\omega (u_g - u_p) (\langle \omega'_r{}^2 v'_p \rangle - \langle \omega'_\phi \omega'_r w'_p \rangle) \right]. \quad (16)
 \end{aligned}$$

Численные исследования, проведенные с использованием модели [2], показывают, что во многих случаях при расчетах корреляций $\langle \omega'_\phi w'_p \rangle$ и $\langle \omega'_r w'_p v'_p \rangle$ можно ограничиться первыми двумя слагаемыми правой части выражения (15) и первыми тремя членами правой части уравнения (16). С учетом этого подставим (15) и (16) в уравнение (14). В результате приходим к параболическому уравнению переноса корреляции $\langle \omega'_r w'_p \rangle$.

$$\begin{aligned} & \beta u_p \frac{\partial \langle \omega'_r w'_p \rangle}{\partial z} + \beta v_p \frac{\partial \langle \omega'_r w'_p \rangle}{\partial r} = \\ & = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r\beta \langle v_p^2 \rangle \partial \langle \omega'_r w'_p \rangle}{\psi_{12} \partial r} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_r v'_p \rangle}{\psi_{12} \partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \times \\ & \times \left(\frac{r\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle \partial \langle w'_p v'_p \rangle}{\psi_{12} \partial r} \right) + \frac{\beta \omega_\phi \langle w_p'^2 \rangle}{r} - \\ & - \frac{\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{r\psi_{11} \partial r} - \frac{\beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle w_p'^2 \rangle}{2r\psi_{11} \partial r} - \\ & - \frac{\beta v_p \langle \omega'_r w'_p \rangle}{r} + \frac{\beta \langle v_p^2 \rangle \partial \langle \omega'_r w'_p \rangle}{r\psi_{12} \partial r} + \\ & + \frac{\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_r v'_p \rangle}{r\psi_{12} \partial r} + \frac{\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle \partial \langle w'_p v'_p \rangle}{r\psi_{12} \partial r} - \\ & - \beta \left(\frac{1}{\tau} + \gamma \right) \langle \omega'_r w'_p \rangle + \lambda_\omega \beta (u_g - u_p) \langle \omega_r'^2 \rangle + (G_{p1} - D_1). \end{aligned} \quad (17)$$

Таким же образом могут быть получены уравнения второго порядка для остальных искомым моментов: $\langle \omega'_r v'_p \rangle$, $\langle \omega'_\phi w'_p \rangle$, $\langle \omega'_\phi v'_p \rangle$, $\langle \omega_r'^2 \rangle$, $\langle \omega_\phi'^2 \rangle$, $\langle \omega'_\phi \omega'_r \rangle$, $\langle w_p'^2 \rangle$, $\langle v_p'^2 \rangle$, $\langle u_p'^2 \rangle$, $\langle u'_p \omega'_\phi \rangle$ и $\langle w'_p v'_p \rangle$.

Приведем без вывода эти уравнения.

$$\begin{aligned} & \bullet \quad 2\beta u_p \frac{\partial \langle \omega_r'^2 \rangle}{\partial z} + 2\beta v_p \frac{\partial \langle \omega_r'^2 \rangle}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \times \\ & \times \left(\frac{r\beta \langle v_p^2 \rangle \partial \langle \omega_r'^2 \rangle}{\psi_{14} \partial r} \right) + \\ & + \frac{2\partial}{\partial r} \left(\frac{r\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle \partial \langle \omega'_r v'_p \rangle}{\psi_{14} \partial r} \right) + \frac{4\beta \omega_\phi \langle \omega'_r w'_p \rangle}{r} - \\ & - \frac{4\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi \omega'_r \rangle}{r\psi_{13} \partial r} - \\ & - \frac{4\beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle \omega'_r w'_p \rangle}{r\psi_{13} \partial r} - \frac{4\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{r\psi_{13} \partial r} - \\ & - 4\gamma \beta \langle \omega_r'^2 \rangle + 4(G_{p2} - D_2); \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \bullet \quad 2\beta u_p \frac{\partial \langle \omega_\phi'^2 \rangle}{\partial z} + 2\beta v_p \frac{\partial \langle \omega_\phi'^2 \rangle}{\partial r} = \\ & = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r\beta \langle v_p^2 \rangle \partial \langle \omega_\phi'^2 \rangle}{\psi_{14} \partial r} \right) + \frac{2\partial}{\partial r} \times \\ & \times \left(\frac{r\beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi v'_p \rangle}{\psi_{14} \partial r} \right) - \frac{4\beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \omega_\phi}{\partial r} + \\ & + \frac{4\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi \omega'_r \rangle}{r\psi_{13} \partial r} + \\ & + \frac{4\beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle \omega'_r w'_p \rangle}{r\psi_{13} \partial r} + \frac{4\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{r\psi_{13} \partial r} - \\ & - 4\beta \gamma \langle \omega_\phi'^2 \rangle + 4(G_{p3} - D_3); \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \bullet \quad \beta u_p \frac{\partial \langle \omega'_\phi v'_p \rangle}{\partial z} + \beta v_p \frac{\partial \langle \omega'_\phi v'_p \rangle}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \times \\ & \times \left(\frac{r\beta \langle v_p^2 \rangle \partial \langle \omega'_\phi v'_p \rangle}{\psi_{11} \partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \times \\ & \times \left(\frac{r\beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle v_p'^2 \rangle}{\psi_{11} \partial r} \right) - \frac{\beta \langle v_p'^2 \rangle \partial \omega_\phi}{\partial r} + \\ & + \frac{\beta \langle v_p'^2 \rangle \partial \langle \omega'_r w'_p \rangle}{r\psi_{12} \partial r} + \\ & + \frac{\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle \partial \langle w'_p v'_p \rangle}{r\psi_{12} \partial r} + \frac{\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_r v'_p \rangle}{r\psi_{12} \partial r} - \\ & - \frac{\beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial v_p}{\partial r} - \frac{\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{r\psi_{11} \partial r} - \\ & - \frac{\beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle w_p'^2 \rangle}{2r\psi_{11} \partial r} - \beta \left(\frac{1}{\tau} + \gamma \right) \langle \omega'_\phi v'_p \rangle - \\ & - \lambda_\omega \beta (u_g - u_p) \langle \omega_\phi'^2 \rangle + (G_{p4} - D_4); \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \bullet \quad \beta u_p \frac{\partial \langle \omega'_\phi \omega'_r \rangle}{\partial z} + \beta v_p \frac{\partial \langle \omega'_\phi \omega'_r \rangle}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \times \\ & \times \left(\frac{r\beta \langle v_p^2 \rangle \partial \langle \omega'_\phi \omega'_r \rangle}{\psi_{13} \partial r} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r\beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle \omega'_r v'_p \rangle}{\psi_{13} \partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \times \\ & \times \left(\frac{r\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi v'_p \rangle}{\psi_{13} \partial r} \right) - \frac{\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle \partial \omega_\phi}{\partial r} + \\ & + \frac{\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega_r'^2 \rangle}{2r\psi_{14} \partial r} + \frac{\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle \partial \langle \omega'_r w'_p \rangle}{r\psi_{14} \partial r} + \\ & + \frac{\beta \omega_\phi \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{r} - \frac{\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega_\phi'^2 \rangle}{2r\psi_{14} \partial r} - \\ & - \frac{\beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{r\psi_{14} \partial r} - 2\beta \gamma \langle \omega'_\phi \omega'_r \rangle; \end{aligned} \quad (21)$$

$$\bullet \beta u_p \frac{\partial \langle \omega'_r v'_p \rangle}{\partial z} + \beta v_p \frac{\partial \langle \omega'_r v'_p \rangle}{\partial r} = \frac{\partial}{r \partial r} \times \left(\frac{r \beta \langle v_p'^2 \rangle \partial \langle \omega'_r v'_p \rangle}{\psi_{11} \partial r} \right) + \frac{\partial}{2r \partial r} \times \left(\frac{r \beta \langle \omega'_r v'_p \rangle \partial \langle v_p'^2 \rangle}{\psi_{11} \partial r} \right) + \frac{\beta \omega_\phi \langle w'_p v'_p \rangle}{r} - \frac{\beta \langle v_p'^2 \rangle \partial \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{r \psi_{15} \partial r} \quad (22)$$

$$\frac{\beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle w'_p v'_p \rangle}{r \psi_{15} \partial r} - \frac{\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi v'_p \rangle}{r \psi_{15} \partial r} - \frac{\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle \partial v_p}{\partial r} - \frac{\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_r w'_p \rangle}{r \psi_{11} \partial r} - \frac{\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle \partial \langle w_p'^2 \rangle}{2r \psi_{11} \partial r} - \beta \left(\frac{1}{\tau} + \gamma \right) \langle \omega'_r v'_p \rangle - \lambda_\omega \beta (u_g - u_p) \langle \omega'_\phi \omega'_r \rangle;$$

$$\bullet \beta u_p \frac{\partial \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{\partial z} + \beta v_p \frac{\partial \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{\partial r} = \frac{\partial}{r \partial r} \times \left(\frac{r \beta \langle v_p'^2 \rangle \partial \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{\psi_{15} \partial r} \right) + \frac{\partial}{r \partial r} \times \left(\frac{r \beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle w'_p v'_p \rangle}{\psi_{15} \partial r} \right) + \frac{\partial}{r \partial r} \times \left(\frac{r \beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi v'_p \rangle}{\psi_{15} \partial r} \right) - \frac{\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \omega_\phi}{\partial r} + \frac{\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_r w'_p \rangle}{r \psi_{11} \partial r} + \frac{\beta \langle \omega'_r v'_p \rangle \partial \langle w_p'^2 \rangle}{2r \psi_{11} \partial r} - \frac{\beta v_p \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{r} + \frac{\beta \langle v_p'^2 \rangle \partial \langle \omega'_\phi w'_p \rangle}{r \psi_{15} \partial r} + \frac{\beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle w'_p v'_p \rangle}{r \psi_{15} \partial r} + \frac{\beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi v'_p \rangle}{r \psi_{15} \partial r} - \beta \left(\frac{1}{\tau} + \gamma \right) \langle \omega'_\phi w'_p \rangle + \lambda_\omega \beta (u_g - u_p) \langle \omega'_\phi \omega'_r \rangle;$$

$$\bullet \beta u_p \frac{\partial \langle u'_p \omega'_\phi \rangle}{\partial z} + \beta v_p \frac{\partial \langle u'_p \omega'_\phi \rangle}{\partial r} = \frac{\partial}{r \partial r} \times \left(\frac{r \beta \langle v_p'^2 \rangle \partial \langle u'_p \omega'_\phi \rangle}{\psi_{15} \partial r} \right) + \frac{\partial}{r \partial r} \times \left(\frac{r \beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle u'_p v'_p \rangle}{\psi_{15} \partial r} \right) + \frac{\partial}{r \partial r} \times \left(\frac{r \beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle u'_p v'_p \rangle}{\psi_{15} \partial r} \right) + \frac{\partial}{r \partial r} \times \left(\frac{r \beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial \langle u'_p v'_p \rangle}{\psi_{15} \partial r} \right) \quad (24)$$

$$\times \left(\frac{r \beta \langle u'_p v'_p \rangle \partial \langle \omega'_\phi v'_p \rangle}{\psi_{15} \partial r} \right) - \frac{\beta \langle \omega'_\phi v'_p \rangle \partial u_p}{\partial r} - \frac{\beta \langle u'_p v'_p \rangle \partial \omega_\phi}{\partial r} - \beta \left(\frac{1}{\tau} + \gamma \right) \times \langle u'_p \omega'_\phi \rangle + (G_{p5} - D_5); \quad (24)$$

$$\bullet \beta u_p \frac{\partial \langle v_p'^2 \rangle}{\partial z} + \beta v_p \frac{\partial \langle v_p'^2 \rangle}{\partial r} = \frac{\partial}{r \partial r} \times \left(r \tau \beta \langle v_p'^2 \rangle \frac{\partial \langle v_p'^2 \rangle}{\partial r} \right) - \frac{2 \partial (\tau \beta \langle w'_p v'_p \rangle^2)}{r \partial r} - 2 \beta \langle v'_p v'_p \rangle \frac{\partial v_p}{\partial r} - \frac{2 \tau \beta \langle v'_p v'_p \rangle \partial \langle w_p'^2 \rangle}{3r} - \frac{4 \beta \tau \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle w_p'^2 \rangle}{3r} + \frac{4 \beta \tau \langle w_p'^2 \rangle^2}{3r^2} - \frac{4 \tau \beta \langle v_p'^2 \rangle \langle w_p'^2 \rangle}{3r^2} - \frac{4 \beta \tau \langle w'_p v'_p \rangle^2}{3r^2} + \frac{2 \beta (\langle v'_p v'_p \rangle - \langle v_p'^2 \rangle)}{\tau} - 2 \lambda_\omega \beta (u_g - u_p) \times \langle \omega'_\phi v'_p \rangle + 2(G_{p6} - D_6); \quad (25)$$

$$\bullet \beta u_p \frac{\partial \langle w_p'^2 \rangle}{\partial z} + \beta v_p \frac{\partial \langle w_p'^2 \rangle}{\partial r} = \frac{\partial}{3r \partial r} \times \left(r \tau \beta \langle v_p'^2 \rangle \frac{\partial \langle w_p'^2 \rangle}{\partial r} \right) + \frac{2 \partial}{3r \partial r} \left(r \tau \beta \langle w'_p v'_p \rangle \frac{\partial \langle w_p'^2 \rangle}{\partial r} \right) - \frac{2 \partial (\tau \beta \langle w_p'^2 \rangle^2)}{3r \partial r} + \frac{2 \partial (\tau \beta \langle v_p'^2 \rangle \langle w_p'^2 \rangle)}{3r \partial r} + \frac{2 \partial (\tau \beta \langle w'_p v'_p \rangle^2)}{3r \partial r} - \frac{2 \beta v_p \langle w_p'^2 \rangle}{r} + \frac{2 \tau \beta \langle v_p'^2 \rangle \partial \langle w_p'^2 \rangle}{3r \partial r} + \frac{4 \tau \beta \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle w_p'^2 \rangle}{3r \partial r} - \frac{4 \tau \beta \langle w_p'^2 \rangle^2}{3r^2} + \frac{4 \tau \beta \langle v_p'^2 \rangle \langle w_p'^2 \rangle}{3r^2} + \frac{4 \tau \beta \langle w'_p v'_p \rangle^2}{3r^2} + \frac{2 \beta}{\tau} (\langle w'_p w'_p \rangle - \langle w_p'^2 \rangle) + 2 \lambda_\omega \beta (u_g - u_p) \langle \omega'_r w'_p \rangle + 2(G_{p7} - D_7); \quad (26)$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet \beta u_p \frac{\partial \langle w'_p v'_p \rangle}{\partial z} + \beta v_p \frac{\partial \langle w'_p v'_p \rangle}{\partial r} = \frac{2\partial}{3r\partial r} \times \\
 & \quad \times \left(\beta r \tau \langle v_p'^2 \rangle \frac{\partial \langle w'_p v'_p \rangle}{\partial r} \right) - \\
 & - \beta \langle w'_p v'_p \rangle \frac{\partial v_p}{\partial r} + \frac{2\partial(\beta \tau \langle v_p'^2 \rangle \langle w'_p v'_p \rangle)}{3r\partial r} + \\
 & + \frac{\partial}{3r\partial r} \left(r \beta \tau \langle w'_p v'_p \rangle \frac{\partial \langle v_p'^2 \rangle}{\partial r} \right) - \quad (27) \\
 & - \frac{4\partial(\beta \tau \langle w'_p v'_p \rangle \langle w_p'^2 \rangle)}{3r\partial r} - \frac{\beta \tau \langle w'_p v'_p \rangle}{r} \frac{\partial \langle w_p'^2 \rangle}{\partial r} - \\
 & - \frac{10\beta \tau \langle w'_p v'_p \rangle \langle w_p'^2 \rangle}{3r^2} - \frac{\beta v_p \langle w'_p v'_p \rangle}{r} + \\
 & + \frac{2\tau \beta \langle v_p'^2 \rangle \partial \langle w'_p v'_p \rangle}{3r \partial r} + \frac{2\beta \tau \langle v_p'^2 \rangle \langle w'_p v'_p \rangle}{3r^2} + \\
 & + \frac{\beta \tau \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle v_p'^2 \rangle}{3r \partial r} + \frac{\beta}{\tau} (\langle v'_g w'_p \rangle + \langle v'_p w'_g \rangle - \\
 & - 2 \langle w'_p v'_p \rangle) + \lambda_\omega \beta (u_g - u_p) \times \\
 & \quad \times (\langle \omega'_r v'_p \rangle - \langle \omega'_\phi w'_p \rangle);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet \beta u_p \frac{\partial \langle u_p'^2 \rangle}{\partial z} + \beta v_p \frac{\partial \langle u_p'^2 \rangle}{\partial r} = \frac{\partial}{3r\partial r} \times \\
 & \times \left(\beta r \tau \langle v_p'^2 \rangle \frac{\partial \langle u_p'^2 \rangle}{\partial r} \right) + 2\beta \tau \langle v_p'^2 \rangle \left(\frac{\partial u_p}{\partial r} \right)^2 + \\
 & + \frac{2\beta}{\tau} \langle u'_p u'_g \rangle - \langle u_p'^2 \rangle + 2\lambda_\omega \beta (v_g - v_p) \times \\
 & \quad \times \langle u'_p \omega'_\phi \rangle + 2(G_{p8} - D_8), \quad (28)
 \end{aligned}$$

где $\Psi_{11} = \frac{1}{\tau} + \frac{\gamma}{2}$; $\Psi_{12} = \frac{1}{\tau} + \gamma$; $\Psi_{13} = \frac{1}{\tau} + 2\gamma$;

$\Psi_{14} = \frac{1}{2\tau} + \gamma$; $\Psi_{15} = \frac{2}{\tau} + \gamma$.

Смешанные моменты $\langle v'_p v'_g \rangle$, $\langle w'_p w'_g \rangle$, $\langle v'_g w'_p \rangle$, $\langle v'_p w'_g \rangle$ и $\langle u'_p u'_g \rangle$, присутствующие в уравнениях (25)—(28), определяются через корреляции газа в локально-однородном приближении по рекомендациям из работы [1]. Система уравнений (17)—(20), (24)—(26) и (28) незамкнута, так как в ней фигурируют дополнительные слагаемые нетурбулентного происхождения (последние члены уравнений), которые описывают генерацию G_{p1} — G_{p8} и диссипацию D_1 — D_8 псевдотурбулентности за счет межчастичных столкновений. Эти слагаемые не могут быть вычислены традиционными методами теории турбулентности,

так как пульсации, связанные с псевдотурбулентным механизмом переноса импульса и момента импульса, зависят в основном от случайного положения единичного вектора \vec{e} (рис. 1, а), направленного вдоль линии удара к центру обстреливаемой частицы.

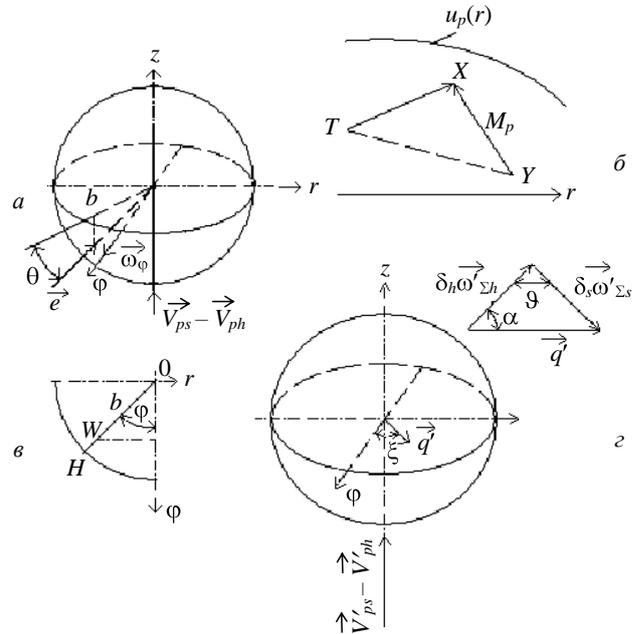


Рис. 1. К вычислению осредненного эффекта единичного удара:

а — геометрия удара; б — схема движения двух монодисперсных частиц до удара; в — миделево сечение; г — схема для определения диссипации псевдотурбулентности

В работах [3, 4] были получены выражения для производства и диссипации псевдотурбулентной энергии без учета вращения частиц. Здесь рассматривается случай, когда дисперсная фаза участвует в поступательном и вращательном движениях.

Генерация псевдотурбулентности

Примем следующую схему движения и взаимодействия монодисперсных частиц:

- дисперсная фаза участвует в осредненном поступательном и вращательном движениях со скоростями u_p , v_p и ω_ϕ (причем $v_p \ll u_p$);
- векторы \vec{V}_{ps} и \vec{V}_{ph} параллельны оси z , а вектор $\vec{\omega}$ направлен вдоль трансверсальной оси (см. рис. 1, а);
- частицы участвуют в хаотическом поступательном движении, характерная скорость которого равна $\langle \vec{V}_p'^2 \rangle^{0,5} = \sqrt{\langle v_p'^2 \rangle + \langle w_p'^2 \rangle + \langle u_p'^2 \rangle}$, при этом $\langle \vec{V}_p'^2 \rangle^{0,5} \ll u_p$.

В работе [5], где рассматривалось движение газозвеси с учетом коагуляции в анизотропном поле энергии хаотического движения твердой фазы, среднее значение относительной скорости $\langle |\vec{V}'_{ps,h}| \rangle = \langle |\vec{V}'_{ps} - \vec{V}'_{ph}| \rangle$ определялось двумя способами: по сфере (изотропия) и по эллипсу (анизотропия). Показано, что рассчитанные по двум методам значения $\langle |\vec{V}'_{ps,h}| \rangle$ близки. На основании этого будем использовать первый способ осреднения;

- частицы участвуют в хаотическом вращательном движении. Численные исследования показывают, что аксиальной составляющей пульсационной энергии вращательного движения твердой фазы можно пренебречь ($\langle \omega_z'^2 \rangle \ll \langle \omega_\phi'^2 \rangle$; $\langle \omega_z'^2 \rangle \ll \langle \omega_r'^2 \rangle$). Поэтому вектор флуктуационной угловой скорости частиц $\vec{\omega}'_\Sigma$ ($\langle \vec{\omega}'_\Sigma{}^2 \rangle^{0,5} = \sqrt{\langle \omega_\phi'^2 \rangle + \langle \omega_r'^2 \rangle}$) находится в плоскости, перпендикулярной оси z , и может иметь любое направление, причем эти направления распределены равномерно;

- главными причинами столкновений частиц, пришедших в точку взаимодействия X из некоторых точек T и Y (см. рис. 1, б), являются: различие в значениях линейных осредненных скоростей ($u_p(T) \neq u_p(Y)$), а также пульсации \vec{V}'_p . Предполагается, что $TX = YX = M_p = \delta / (6\sqrt{2}\beta)$, а распределение направлений векторов \vec{TX} и \vec{YX} равномерно [3];

- считаем частицы сплошными однородными шариками;

- рассматриваются только бинарные соударения.

Для вычисления величины G_p необходимо прежде всего определить среднее значение генерации псевдотурбулентности, которое приобретает частица h в результате столкновения с частицей s . В качестве примера построим уравнение для порождения псевдотурбулентного напряжения $\langle (\omega_{\phi h}^0 - \langle \omega_{\phi h}^0 \rangle)(v_{ph}^0 - \langle v_{ph}^0 \rangle) \rangle$. Согласно [6] поступательная и угловая скорости частицы h после столкновения с частицей s будут равны:

$$\begin{aligned} \vec{V}'_{ph}{}^0 &= \vec{V}_{ph} + Q\mu_{s,h}(\vec{V}_{ps} - \vec{V}_{ph}) + \\ &+ A\mu_{s,h} \left[\vec{e}(\vec{V}_{ps} - \vec{V}_{ph}) \right] \vec{e} - E\mu_{s,h} \vec{e}(\vec{\omega}_h \delta_h + \vec{\omega}_s \delta_s); \\ A &= 1 - K_n - 2(1 - K_\tau)/7; \quad Q = 2(1 - K_\tau)/7; \\ E &= Q/2; \quad \mu_{s,h} = m_s / (m_h + m_s); \quad K_n < 0; \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \vec{\omega}'_h{}^0 &= \vec{\omega}_h - Y\mu_{s,h} \left\{ \vec{\omega}_h + \frac{\delta_s}{\delta_h} \vec{\omega}_s + \frac{2}{\delta_h} (\vec{e}\vec{V}_{ps} - \vec{e}\vec{V}_{ph}) - \right. \\ &\left. - \left[(\vec{e}\vec{\omega}_h) + \frac{\delta_s}{\delta_h} (\vec{e}\vec{\omega}_s) \right] \vec{e} \right\}; \quad Y = \frac{(1 - K_\tau)}{1,4}. \end{aligned} \quad (30)$$

Спроектируем уравнение (29) на ось r , а выражение (30) — на ось ϕ (см. рис. 1 а, в)

$$\begin{aligned} v_{ph}^0 &= v_{ph} + A\mu_{s,h}(u_{ps} - u_{ph}) \sin \theta \cos \theta \sin \phi - \\ &- E\mu_{s,h}(\omega_{\phi h} \delta_h + \omega_{\phi s} \delta_s) \sin \theta; \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \omega_{\phi h}^0 &= \omega_{\phi h} - Y\mu_{s,h} \left\{ \omega_{\phi h} + \frac{\delta_s}{\delta_h} \omega_{\phi s} + \frac{2}{\delta_h} (u_{ps} - u_{ph}) \times \right. \\ &\times \cos \theta \sin \phi - \left. \left[\omega_{\phi h} + \frac{\delta_s}{\delta_h} \omega_{\phi s} \right] \cos^2 \theta \cos^2 \phi \right\}; \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \cos \theta &= b/d; \quad b = OW; \quad d = OH = (\delta_h + \delta_s)/2; \\ \sin \theta &= \sqrt{d^2 - b^2} / d. \end{aligned} \quad (33)$$

Проинтегрируем уравнения (31) и (32) с учетом (33), полагая, что вероятность пересечения частицей s любого элемента площади миделева сечения частицы h пропорциональна только площади этого элемента. В итоге будем иметь

$$\begin{aligned} \langle \omega_{\phi h}^0 \rangle &= \omega_{\phi h} - \frac{\mu_{s,h} Y}{\pi d^2} \times \\ &\times \int_0^{2\pi} \int_0^d \left\{ \omega_{\phi h} + \frac{\delta_s}{\delta_h} \omega_{\phi s} + \frac{2}{\delta_h} (u_{ps} - u_{ph}) \frac{b}{d} \sin \phi - \right. \\ &\left. - \left[\omega_{\phi h} + \frac{\delta_s}{\delta_h} \omega_{\phi s} \right] \frac{b^2}{d^2} \cos^2 \phi \right\} b db d\phi = \\ &= \omega_{\phi h} - \frac{3\mu_{s,h} Y}{4\delta_h} (\delta_h \omega_{\phi h} + \delta_s \omega_{\phi s}); \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \langle v_{ph}^0 \rangle &= v_{ph} + \frac{\mu_{s,h}}{\pi d^2} \times \\ &\times \int_0^{2\pi} \int_0^d \left[A(u_{ps} - u_{ph}) \frac{b}{d} \sin \phi - E(\omega_{\phi h} \delta_h + \omega_{\phi s} \delta_s) \right] \times \\ &\times \frac{\sqrt{d^2 - b^2}}{d} b db d\phi = v_{ph} - \\ &- \frac{2E\mu_{s,h}(\omega_{\phi h} \delta_h + \omega_{\phi s} \delta_s)}{3}. \end{aligned} \quad (35)$$

Вычитая из уравнения (31) выражения (35), а из (32) — формулу (34), получим

$$v_{ph}^0 - \langle v_{ph}^0 \rangle = A\mu_{s,h}(u_{ps} - u_{ph}) \sin \theta \cos \theta \sin \varphi + E\mu_{s,h}(\omega_{\varphi h} \delta_h + \omega_{\varphi s} \delta_s)(2/3 - \sin \theta); \quad (36)$$

$$\omega_{\varphi h}^0 - \langle \omega_{\varphi h}^0 \rangle = -\frac{\mu_{s,h} Y}{\delta_h} \left\{ \frac{(\delta_h \omega_{\varphi h} + \delta_s \omega_{\varphi s})}{4} + 2(u_{ps} - u_{ph}) \cos \theta \sin \varphi - (\delta_h \omega_{\varphi h} + \delta_s \omega_{\varphi s}) \cos^2 \theta \cos^2 \varphi \right\}. \quad (37)$$

Интегрируя произведение выражений (36) и (37) с учетом (33) по области изменения величин b и φ , получим формулу для среднего значения генерации смешанного корреляционного момента $\langle (\omega_{\varphi h}^0 - \langle \omega_{\varphi h}^0 \rangle)(v_{ph}^0 - \langle v_{ph}^0 \rangle) \rangle$, приобретенной частицей h в результате единичного удара

$$\langle (\omega_{\varphi h}^0 - \langle \omega_{\varphi h}^0 \rangle)(v_{ph}^0 - \langle v_{ph}^0 \rangle) \rangle = \frac{4Y\mu_{s,h}^2}{15\delta_h} \times \left[\frac{E(\omega_{\varphi h} \delta_h + \omega_{\varphi s} \delta_s)^2}{8} - A(u_{ps} - u_{ph})^2 \right]. \quad (38)$$

Скорость генерации псевдотурбулентности монодисперсных частиц G_{p4} пропорциональна $\langle (\omega_{\varphi h}^0 - \langle \omega_{\varphi h}^0 \rangle)(v_{ph}^0 - \langle v_{ph}^0 \rangle) \rangle N_{\Sigma}$ или после подстановки (29), (30), (38) и величин $2\omega_{\varphi} \delta$ и $M_{pr} \partial u_p / \partial r$ ($M_{pr} = M_p / 2$ — средняя по всем возможным направлениям векторов \overline{TX} и \overline{YX} проекция отрезка TU на ось r [3, 4] (см. рис. 1, б)) вместо $\omega_{\varphi h} \delta_h + \omega_{\varphi s} \delta_s$ и $u_{ps} - u_{ph}$

$$G_{p4} = \frac{\beta \delta (1 - K_{\tau})}{21} \left\{ \frac{(1 - K_{\tau})}{14} \omega_{\varphi}^2 - \frac{(1 - K_n)/2 - (1 - K_{\tau})/7}{144\beta^2} \left(\frac{\partial u_p}{\partial r} \right)^2 \right\} N_{\Sigma}, \quad (39)$$

где N_{Σ} — суммарная частота соударений монодисперсных частиц [3, 4], которая включает соударения за счет разности осредненных аксиальных скоростей частиц [3, 4] и их хаотическое движение [4].

Подобным образом могут быть получены формулы для величин G_{p1} — G_{p3} и G_{p5} — G_{p8} . Приведем без вывода эти выражения

$$G_{p1} = \frac{\delta (1 - K_n)/2 - (1 - K_{\tau})/7 (1 - K_{\tau})}{3024\beta} \left(\frac{\partial u_p}{\partial r} \right)^2 N_{\Sigma};$$

$$G_{p2} = \frac{\beta(1 - K_{\tau})^2}{94,08} \left[\frac{1}{48\beta^2} \left(\frac{\partial u_p}{\partial r} \right)^2 + \omega_{\varphi}^2 \right] N_{\Sigma};$$

$$G_{p3} = \frac{\beta(1 - K_{\tau})^2}{62,72} \left[\frac{1}{72\beta^2} \left(\frac{\partial u_p}{\partial r} \right)^2 + \omega_{\varphi}^2 \right] N_{\Sigma};$$

$$G_{p5} = -\frac{(1 - K_{\tau})\omega_{\varphi}\delta}{806,4\sqrt{2}} \left(\frac{\partial u_p}{\partial r} \right) \left[1 - K_n + \frac{5(1 - K_{\tau})}{3,5} \right] N_{\Sigma};$$

$$G_{p6} = \left\{ \frac{(1 - K_n)/2 - (1 - K_{\tau})/7}{6912\beta} \left(\frac{\partial u_p}{\partial r} \right) + \frac{\beta(1 - K_{\tau})^2 \omega_{\varphi}^2}{1764} \right\} \delta^2 N_{\Sigma}; \quad (40)$$

$$G_{p7} = \frac{(1 - K_n)/2 - (1 - K_{\tau})/7}{6912\beta} \delta^2 \left(\frac{\partial u_p}{\partial r} \right)^2 N_{\Sigma};$$

$$G_{p8} = \left\{ \frac{(1 - K_n)/2 - (1 - K_{\tau})/7}{6912\beta} \left(\frac{\partial u_p}{\partial r} \right) + \frac{\beta(1 - K_{\tau})^2 \omega_{\varphi}^2}{392} \right\} \delta^2 N_{\Sigma}.$$

Диссипация псевдотурбулентности

Для вычисления диссипации псевдотурбулентной энергии необходимо определить суммарные потери энергии обеими сталкивающимися частицами. Будем считать, что вектор относительной скорости $\vec{V}'_{ps,h}$ параллелен оси z (это не должно изменить характер зависимости диссипации псевдотурбулентности от K_n и K_{τ}), а векторы $\vec{\omega}'_{\Sigma h}$ и $\vec{\omega}'_{\Sigma s}$, как отмечалось ранее, находятся в плоскости, перпендикулярной продольной оси (см. рис. 1, з). В качестве примера построим выражение для диссипации радиальной составляющей псевдотурбулентной энергии вращательного движения частиц. Для этого по-прежнему будем использовать уравнение (30), которое для данного случая может быть представлено в виде

$$\vec{\omega}'_{\Sigma h} = \vec{\omega}'_{\Sigma h} - \frac{Y\mu_{s,h}}{\delta_h} \vec{q}' + 2 \left[\vec{e} (\vec{V}'_{ps} - \vec{V}'_{ph}) \right] - (\vec{e} \vec{q}') \vec{e}; \quad \vec{q}' = \delta_h \vec{\omega}'_{\Sigma h} + \delta_s \vec{\omega}'_{\Sigma s}. \quad (41)$$

С помощью выражения (41) найдем значения $(\omega'_{\Sigma rh})^2$ для двух вариантов (см. рис. 1 а, з):

i) $K_{\tau} = 1$ (абсолютно гладкие поверхности)

$$(\omega_{\Sigma rhi}^0)^2 = (\omega_{\Sigma rh}^0)^2, \quad \omega'_{\Sigma rh} = \langle \bar{\omega}_{\Sigma h}^2 \rangle^{0.5} (\sin \alpha \cos \xi + \cos \alpha \sin \xi); \quad (42)$$

j) $K_\tau \neq 1$ (имеет место диссипация псевдотурбулентной энергии)

$$(\omega_{\Sigma rhj}^0)^2 = \left\{ \omega'_{\Sigma rh} - \frac{Y\mu_{s,h}}{\delta_h} \times \right. \quad (43)$$

$$\left. \times \left[\langle |\vec{q}'| \rangle \sin \xi + 2 \langle |\vec{V}'_{ps} - \vec{V}'_{ph}| \rangle \cos \theta \cos \varphi - \langle |\vec{q}'| \rangle \cos^2 \theta \sin \varphi (\sin \xi \sin \varphi - \cos \xi \cos \varphi) \right]^2, \right.$$

где средняя относительная скорость $\langle |\vec{V}'_{ps} - \vec{V}'_{ph}| \rangle$ определяется согласно выражению [3, 4]

$$\langle |\vec{V}'_{ps} - \vec{V}'_{ph}| \rangle = \begin{cases} |\vec{V}'_{ps}| + |\vec{V}'_{ph}|^2 / (3|\vec{V}'_{ps}|), & |\vec{V}'_{ps}| > |\vec{V}'_{ph}| \\ |\vec{V}'_{ph}| + |\vec{V}'_{ps}|^2 / (3|\vec{V}'_{ph}|), & |\vec{V}'_{ps}| \leq |\vec{V}'_{ph}| \end{cases}$$

$$|\vec{V}'_{ps}| = \sqrt{\langle v_{ps}'^2 \rangle + \langle w_{ps}'^2 \rangle + \langle u_{ps}'^2 \rangle}, \quad (44)$$

$$|\vec{V}'_{ph}| = \sqrt{\langle v_{ph}'^2 \rangle + \langle w_{ph}'^2 \rangle + \langle u_{ph}'^2 \rangle}.$$

Осредняя разность величин $(\omega_{\Sigma rhi}^0)^2 - (\omega_{\Sigma rhj}^0)^2$ с учетом (33), (42) и (43) по всему диапазону изменения параметров b , φ и ξ , получим выражение для среднего значения диссипации радиальной составляющей псевдотурбулентной энергии вращательного движения частицы h за счет единичного удара

$$\langle (\omega_{\Sigma rhi}^0)^2 - (\omega_{\Sigma rhj}^0)^2 \rangle = \frac{3Y\mu_{s,h} \langle \bar{\omega}_{\Sigma h}^2 \rangle^{0.5} \langle |\vec{q}'| \rangle \cos \alpha}{4\delta_h} - \left(\frac{Y\mu_{s,h}}{\delta_h} \right)^2 \left[\frac{\langle |\vec{q}'| \rangle^2}{3} + \langle |\vec{V}'_{ps} - \vec{V}'_{ph}| \rangle^2 \right]. \quad (45)$$

В соответствии с принятой физической моделью хаотического вращательного движения монодисперсных частиц вычислим среднее значение $\langle |\vec{q}'| \rangle$ при $\langle \bar{\omega}_{\Sigma h}^2 \rangle^{0.5} = \langle \bar{\omega}_{\Sigma s}^2 \rangle^{0.5}$ и $\delta_h = \delta_s$

$$\langle |\vec{q}'| \rangle = \frac{4 \langle \bar{\omega}_{\Sigma}^2 \rangle^{0.5} \delta}{\pi} \int_0^\pi \sin \frac{\vartheta}{2} d \frac{\vartheta}{2} = \frac{4 \langle \bar{\omega}_{\Sigma}^2 \rangle^{0.5} \delta}{\pi}, \quad (46)$$

где ϑ — угол между векторами $\bar{\omega}'_{\Sigma h}$ и $\bar{\omega}'_{\Sigma s}$ (см. рис. 1, з).

Скорость диссипации псевдотурбулентной энергии монодисперсных частиц D_2 пропорциональна $2 \langle (\omega_{\Sigma ri}^0)^2 - (\omega_{\Sigma rj}^0)^2 \rangle N_\Sigma$, или после подстановки формул (29), (30), (44) (при условии $|\vec{V}'_{ps}| = |\vec{V}'_{ph}|$), (45) и (46)

$$D_2 = 8U\beta N_\Sigma \left\{ \frac{3(1-K_\tau) \langle \bar{\omega}_{\Sigma}^2 \rangle \cos \alpha}{11,2\pi} - \frac{4(1-K_\tau)^2}{23,52} \left[\frac{\langle \bar{\omega}_{\Sigma}^2 \rangle}{\pi^2} + \frac{\langle \vec{V}'_p{}^2 \rangle}{3\delta^2} \right] \right\};$$

$$\cos \alpha = 2/\pi.$$

Нетрудно убедиться, что в силу симметрии задачи относительно оси z $D_2 = D_3$. Аналогичным путем могут быть получены формулы для $D_1, D_4 - D_8$. Приведем без вывода эти выражения:

$$D_1 = 4C\beta N_\Sigma \left\{ \frac{4\delta(1-K_\tau)^2 \langle \bar{\omega}_{\Sigma}^2 \rangle}{147\pi^2} - \frac{(1-K_\tau) \langle \bar{\omega}_{\Sigma}^2 \rangle \delta \cos \alpha}{42\pi} - \frac{4(1-K_\tau) [1-K_n - 2(1-K_\tau)/7] \langle \vec{V}'_p{}^2 \rangle}{189\delta} \right\};$$

$$D_4 = 4W\beta N_\Sigma \left\{ \frac{(1-K_\tau) \langle \bar{\omega}_{\Sigma}^2 \rangle \delta \cos \alpha}{42\pi} + \frac{4(1-K_\tau) [1-K_n - 2(1-K_\tau)/7] \langle \vec{V}'_p{}^2 \rangle}{189\delta} - \frac{4\delta(1-K_\tau)^2 \langle \bar{\omega}_{\Sigma}^2 \rangle}{147\pi^2} \right\}; \quad D_5 = 0;$$

$$D_6 = D_7 = D_8 = X \times \left\{ \frac{8 \left[1 - (1-K_n)/2 - (1-K_\tau)/7 \right]^2 \langle \vec{V}'_p{}^2 \rangle}{27} - \frac{(1-K_\tau)^2 \delta^2 \langle \bar{\omega}_{\Sigma}^2 \rangle}{24,5\pi^2} \right\} \beta N_\Sigma. \quad (48)$$

Граничные условия и алгоритм расчета

Граничные условия на оси потока для уравнений (1)–(7), (17)–(28) задаются из соображений симметрии ($r = 0$).

$$\begin{aligned}
\partial u_g / \partial r = \partial k_g / \partial r = \partial \beta / \partial r = \partial \langle \omega_r'^2 \rangle / \\
\partial r = v_g = v_p = \omega_\varphi = \partial \langle \omega_\varphi'^2 \rangle / \\
\partial r = \partial \langle \omega_\varphi' v_p' \rangle / \partial r = 0; \\
\partial \langle \omega_\varphi' \omega_r' \rangle / \partial r = \partial \langle \omega_r' v_p' \rangle / \partial r = \\
= \partial \langle \omega_\varphi' w_p' \rangle / \partial r = \partial \langle \omega_r' w_p' \rangle / \partial r = \quad (49) \\
= \partial \langle u_p' \omega_\varphi' \rangle / \partial r = 0; \\
\partial u_p / \partial r = \partial \langle v_p' v_p' \rangle / \partial r = \partial \langle w_p' w_p' \rangle / \partial r = \\
= \partial \langle u_p' u_p' \rangle / \partial r = \partial \langle w_p' v_p' \rangle / \partial r = 0.
\end{aligned}$$

На стенке канала ($r = R$), очевидно,

$$v_{p,w} = u_{g,w} = k_{g,w} = (\partial \beta / \partial r)_w = 0. \quad (50)$$

Для построения граничных условий на стенке трубы для уравнений (4), (7), (17)—(28) в рамках эйлера подхода будем использовать представления динамики разреженных газов подобно [7]. Продемонстрируем вывод граничного условия для корреляции $\langle \omega_\varphi'^2 \rangle$. На пути свободного пробега M_p величина $\langle \omega_\varphi'^2 \rangle$ меняется слабо, поэтому зависимость $\langle \omega_\varphi'^2 \rangle(r)$ можно разложить в ряд Тейлора, ограничившись при этом двумя первыми членами ряда

$$\langle \omega_\varphi'^2 \rangle = \langle \omega_\varphi'^2 \rangle_w - \frac{M_p}{2} \left(\frac{\partial \langle \omega_\varphi'^2 \rangle}{\partial r} \right)_w. \quad (51)$$

После отражения частиц от стенки канала согласно (30) трансверсальная составляющая пульсационной энергии вращательного движения частиц $\langle \omega_\varphi'^2 \rangle^0$ будет равна

$$\langle \omega_\varphi'^2 \rangle^0 = \frac{(2+5K_\tau)^2}{49} \langle \omega_\varphi'^2 \rangle. \quad (52)$$

Среднее значение корреляционного момента $\langle \omega_\varphi'^2 \rangle_w$ определяется из балансового уравнения потоков дисперсной фазы

$$\langle \omega_\varphi'^2 \rangle^0 - \langle \omega_\varphi'^2 \rangle K_n = (1 - K_n) \langle \omega_\varphi'^2 \rangle_w, \quad (53)$$

или после подстановки (51), (52) в (53) и простых преобразований — из уравнения

$$\begin{aligned}
\langle \omega_\varphi'^2 \rangle_w = \frac{[K_n - (2+5K_\tau)^2/49] \delta}{12\sqrt{2}\beta [1 - (2+5K_\tau)^2/49]} \times \\
\times \left(\frac{\partial \langle \omega_\varphi'^2 \rangle}{\partial r} \right)_w. \quad (54)
\end{aligned}$$

Подобным образом могут быть получены граничные условия на стенке трубы для остальных искомым переменных u_p , $\langle \omega_r' v_p' \rangle$, $\langle \omega_\varphi' w_p' \rangle$, $\langle \omega_\varphi' v_p' \rangle$, $\langle \omega_r'^2 \rangle$, ω_φ , $\langle \omega_\varphi' \omega_r' \rangle$, $\langle \omega_r' w_p' \rangle$, $\langle w_p'^2 \rangle$, $\langle v_p'^2 \rangle$, $\langle u_p'^2 \rangle$, $\langle u_p' \omega_\varphi' \rangle$ и $\langle w_p' v_p' \rangle$.

Приведем эти выражения:

$$\begin{aligned}
u_{p,w} = \frac{\delta}{24\sqrt{2}\beta(1-K_\tau)} \left(\frac{\partial u_p}{\partial r} \right)_w (7K_n - 2K_\tau - 5) + \frac{\delta \omega_{\varphi w}}{2}; \\
\langle v_p' v_p' \rangle_w = \frac{K_n \delta}{12\sqrt{2}\beta(1+K_n)} \left(\frac{\partial \langle v_p' v_p' \rangle}{\partial r} \right)_w; \\
\langle w_p' w_p' \rangle_w = \frac{[K_n - (5+2K_\tau)^2/49] \delta}{12\sqrt{2}\beta [1 - (5+2K_\tau)^2/49]} \times \\
\times \left(\frac{\partial \langle w_p' w_p' \rangle}{\partial r} \right)_w; \\
\langle \omega_r' w_p' \rangle_w = \frac{(2K_\tau - 7K_n + 5)\delta}{24\sqrt{2}\beta(K_\tau - 1)} \left(\frac{\partial \langle \omega_r' w_p' \rangle}{\partial r} \right)_w; \\
\langle \omega_\varphi' \omega_r' \rangle_w = \frac{(5K_\tau - 7K_n + 2)\delta}{60\sqrt{2}\beta(K_\tau - 1)} \left(\frac{\partial \langle \omega_\varphi' \omega_r' \rangle}{\partial r} \right)_w; \\
\langle \omega_\varphi' v_p' \rangle_w = \frac{(9+5K_\tau)K_n \delta}{12\sqrt{2}\beta [7+K_n(2+5K_\tau)]} \times \\
\times \left(\frac{\partial \langle \omega_\varphi' v_p' \rangle}{\partial r} \right)_w; \\
\langle \omega_r' v_p' \rangle_w = \frac{K_n \delta}{6\sqrt{2}\beta(1+K_n)} \left(\frac{\partial \langle \omega_r' v_p' \rangle}{\partial r} \right)_w; \\
\langle w_p' v_p' \rangle_w = \frac{K_n(6+K_\tau)\delta}{6\sqrt{2}\beta [7+K_n(5+2K_\tau)]} \left(\frac{\partial \langle w_p' v_p' \rangle}{\partial r} \right)_w; \\
\omega_{\varphi w} = \frac{(7K_n - 5K_\tau - 2)\delta}{60\sqrt{2}\beta(1-K_\tau)} \left(\frac{\partial \omega_\varphi}{\partial r} \right)_w + \frac{2u_{p,w}}{\delta}; \\
\langle u_p' u_p' \rangle_w = \frac{[(5+2K_\tau)^2/49 - K_n] \delta}{12\sqrt{2}\beta [(5+2K_\tau)^2/49 - 1]} \left(\frac{\partial \langle u_p' u_p' \rangle}{\partial r} \right)_w; \\
(\partial \langle \omega_r'^2 \rangle / \partial r)_w = 0; \\
\langle \omega_\varphi' w_p' \rangle_w = \frac{(2+5K_\tau)(5+2K_\tau) - 49K_n}{12\sqrt{2}\beta (2+5K_\tau)(5+2K_\tau) - 49} \times \\
\times \left(\frac{\partial \langle \omega_\varphi' w_p' \rangle}{\partial r} \right)_w; \\
\langle u_p' \omega_\varphi' \rangle_w = \frac{(2+5K_\tau)(5+2K_\tau) - 49K_n}{12\sqrt{2}\beta (2+5K_\tau)(5+2K_\tau) - 49} \times \\
\times \left(\frac{\partial \langle u_p' \omega_\varphi' \rangle}{\partial r} \right)_w. \quad (55)
\end{aligned}$$

Полная система уравнений (1)–(7), (17)–(28) с граничными условиями (49), (50), (54) и (55) содержит уравнения трех типов.

Параболические уравнения (2)–(4), (6), (17)–(28) и гиперболические (5), (7) с учетом выражений (9), (39), (40), (47), (48) интегрировались методом прямой и обратной прогонки на неравномерной сетке, сгущающейся у стенки канала. При этом для решения системы (2)–(4), (6), (17)–(28) использовался метод итераций, а для уравнений первого порядка (5), (7) применение итераций не требовалось. Уравнение неразрывности несущей среды (1) аппроксимируется по неявной четырехточечной схеме. В соответствии с приведенным алгоритмом была разработана программа для расчета двухфазных течений.

Некоторые результаты расчетов

Обсудим результаты расчетов пяти вариантов при следующих исходных данных:

I) $\rho_p = 1020 \text{ кг/м}^3$, $R = 15 \text{ мм}$, $u_{g,m} = 14 \text{ м/с}$, $\delta = 0,2 \text{ мм}$, $\chi = 4,2$ (вертикальная труба);

II) $\rho_p = 3960 \text{ кг/м}^3$, $R = 16,8 \text{ мм}$, $u_{g,m} = 45 \text{ м/с}$, $\delta = 0,088 \text{ мм}$, $\chi = 0,34$ (горизонтальная труба);

в вариантах III–V рассматривались горизонтальные течения газозвеси при $\rho_p = 8500 \text{ кг/м}^3$, $R = 8 \text{ мм}$, $u_{g,m} = 30,5 \text{ м/с}$ и $\delta = 0,067 \text{ мм}$, различающиеся расходной концентрацией дисперсной фазы χ : III) $\chi = 1,92$; IV) $\chi = 6$; V) $\chi = 14$.

На рис. 2–4 представлены расчетные значения осредненных аксиальных скоростей фаз и продольной составляющей пульсационной энергии частиц для вариантов I, II в сравнении с экспериментальными данными [8–10] и моделями [4, 8, 11]. Видно, что учет вращения частиц способствует более точному описанию опытных данных [8, 10] (см. рис. 2, сравниваются кривые 1, 2 и 3; рис. 4, сравниваются кривые 2 и 3, 4). Что касается результатов расчета продольных скоростей частиц (см. вариант I), то настоящая модель несколько уступает в точности методике расчета, приведенной в работе [8] (см. рис. 3, сравниваются кривые 2 и 3).

Рис. 5 иллюстрирует особенности аэродинамики газа и частиц $\delta = 0,067 \text{ мм}$ в горизонтальном канале при различных значениях χ в сравнении с экспериментальными данными [12]. Здесь наблюдаются два характерных вида зависимостей $u_g(r)$: с максимумом на оси потока (кривая 2) или на периферии (кривая 1).

Коренная перестройка профиля $u_g(r)$ происходит при изменении параметра χ от 1,92 до 14. Это объясняется следующим. Как показывают резуль-

таты расчетов, при высоких значениях χ максимум функции $\beta(r)$ находится на оси потока, вследствие чего аксиальная составляющая аэродинамической силы в приосевой зоне больше, чем в периферийной (см. (9)). Поэтому скорость газа у оси уменьшается, а в пристеночной области — возрастает.

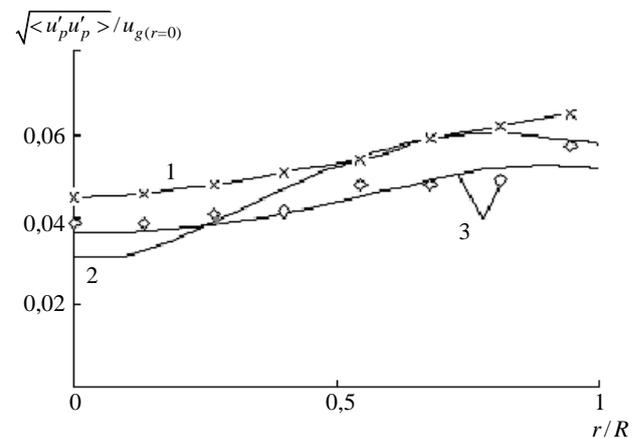


Рис. 2. Распределение аксиальной составляющей энергии хаотического движения частиц $\delta = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ по поперечному сечению потока в сравнении с опытными данными [8] и моделями [4, 8]: вариант I: 1 — [8]; 2 — [4]; 3 — настоящая модель; \diamond — эксперимент

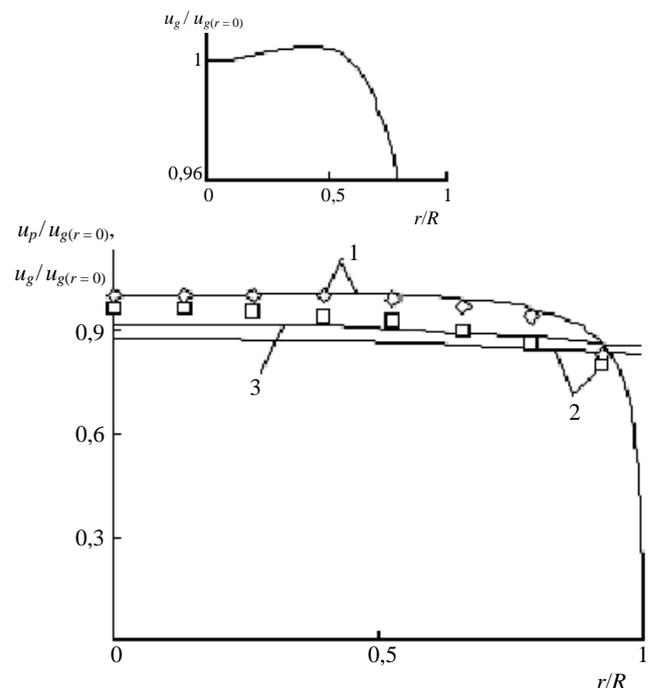


Рис. 3. Распределение осредненных аксиальных скоростей газа и частиц $\delta = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ по поперечному сечению потока в сравнении с опытными данными [9] и моделью [8]: вариант I: 1 — $u_g/u_g(r=0)$; 2 — $u_p/u_g(r=0)$; 3 — То же [8], $\chi = 4,2$; \diamond , \square — эксперимент

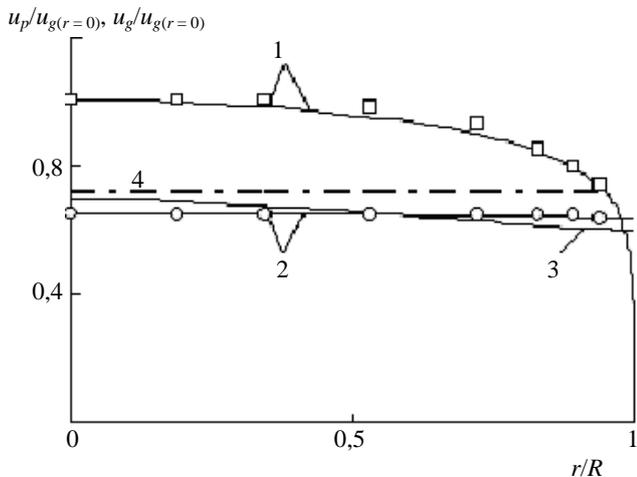


Рис. 4. Профили аксиальных скоростей газа и частиц $\delta = 0,008 \cdot 10^{-3}$ м в сравнении с опытными данными [10] и моделями [4, 11]:

вариант II: 1 — $u_g/u_g(r=0)$; 2 — $u_p/u_g(r=0)$;
3 — То же [4]; 4 — То же [11]; о, □ — эксперимент

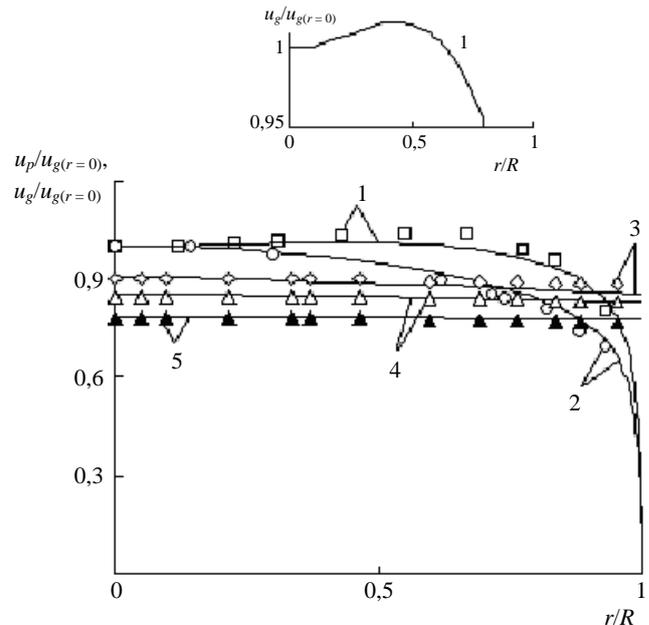


Рис. 5. Распределение аксиальных скоростей газа и частиц $\delta = 0,067 \cdot 10^{-3}$ м по поперечному сечению потока в сравнении с опытными данными [12]:

вариант III: 2 — $u_g/u_g(r=0)$; 5 — $u_p/u_g(r=0)$;
вариант IV: 4 — $u_p/u_g(r=0)$; вариант V: 1 — $u_g/u_g(r=0)$;
3 — $u_p/u_g(r=0)$; □, ◇, △ — эксперимент

На рис. 6, 7 приведены результаты расчетов вторых моментов пульсаций линейной и угловой скоростей частиц. Обращает на себя внимание то, что в вариантах II, III поле пульсационной энергии вращательного движения твердой фазы приближа-

ется к изотропному, а в вариантах I и IV — существенно анизотропно (см. рис. 6, сравниваются кривые 1 и 2, 4 и 5, 7 и 8; рис. 7, сравниваются кривые 1 и 4).

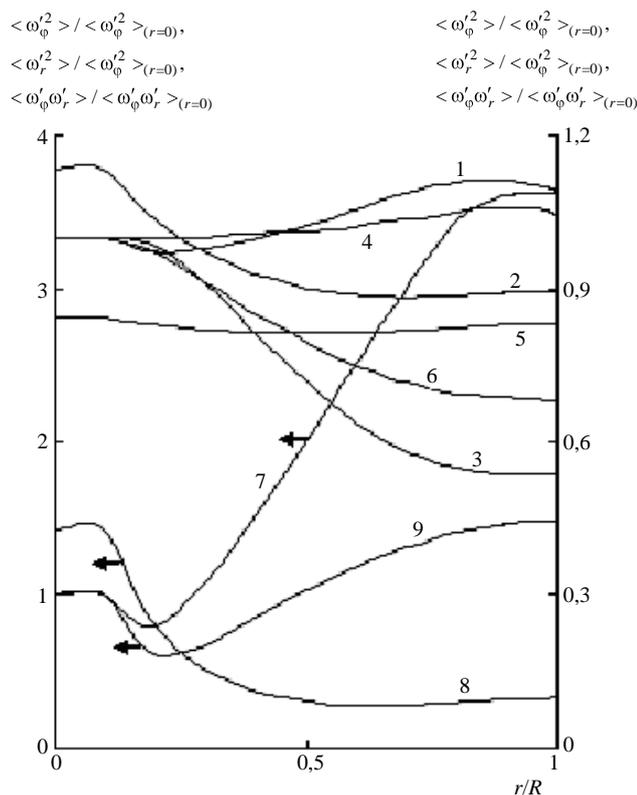
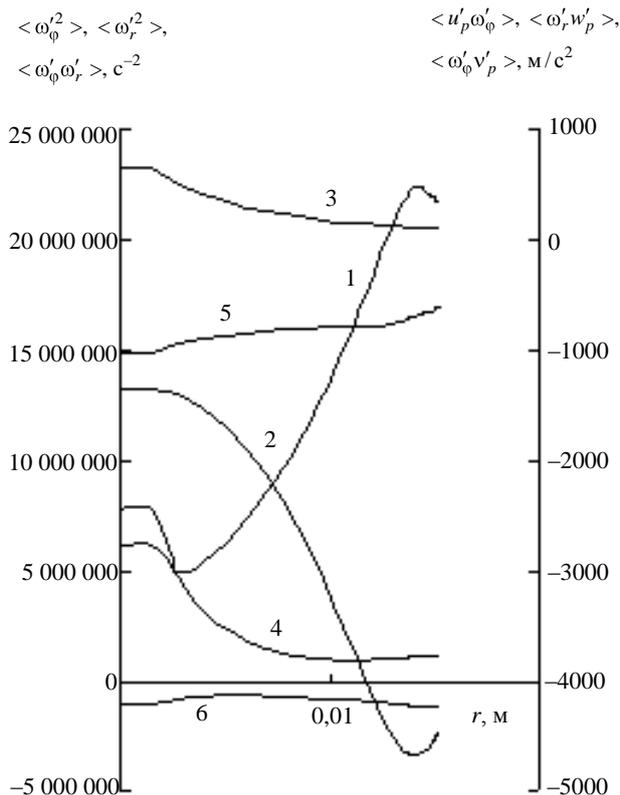


Рис. 6. Распределение вторых моментов пульсаций угловой скорости частиц по поперечному сечению потока:

вариант III: 1 — $\langle \omega_\phi'^2 \rangle / \langle \omega_\phi'^2 \rangle_{(r=0)}$; 2 — $\langle \omega_r'^2 \rangle / \langle \omega_\phi'^2 \rangle_{(r=0)}$;
3 — $\langle \omega_\phi' \omega_r' \rangle / \langle \omega_\phi' \omega_r' \rangle_{(r=0)}$;
вариант II: 4 — $\langle \omega_\phi'^2 \rangle / \langle \omega_\phi'^2 \rangle_{(r=0)}$; 5 — $\langle \omega_r'^2 \rangle / \langle \omega_\phi'^2 \rangle_{(r=0)}$;
6 — $\langle \omega_\phi' \omega_r' \rangle / \langle \omega_\phi' \omega_r' \rangle_{(r=0)}$;
вариант IV: 7 — $\langle \omega_\phi'^2 \rangle / \langle \omega_\phi'^2 \rangle_{(r=0)}$; 8 — $\langle \omega_r'^2 \rangle / \langle \omega_\phi'^2 \rangle_{(r=0)}$;
9 — $\langle \omega_\phi' \omega_r' \rangle / \langle \omega_\phi' \omega_r' \rangle_{(r=0)}$

Рис. 7. Распределение вторых моментов пульсаций поступательной и угловой скоростей частиц $\delta = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м по поперечному сечению потока:
 вариант I: 1 — $\langle \omega_\phi'^2 \rangle$; 2 — $\langle u_p' \omega_\phi' \rangle$; 3 — $\langle \omega_r' w_p' \rangle$;
 4 — $\langle \omega_r'^2 \rangle$; 5 — $\langle \omega_\phi' v_p' \rangle$; 6 — $\langle \omega_\phi' \omega_r' \rangle$



На рис. 8 показано распределение нормальных рейнولدсовых напряжений $\langle w_p' w_p' \rangle$, $\langle v_p' v_p' \rangle$ и $\langle u_p' u_p' \rangle$ по поперечному сечению канала. Здесь наблюдается несколько иная картина. В вариантах II и III значения вторых моментов $\langle w_p' w_p' \rangle$ и $\langle v_p' v_p' \rangle$ близки, в то время как среднее (по сече-

нию) отношение $\langle u_p' u_p' \rangle / \langle w_p' w_p' \rangle$ в варианте II составляет 1,36, а в III — 4.

Следовательно, поле пульсационной энергии поступательного движения дисперсной фазы в варианте II можно считать изотропным, а в III — анизотропным.

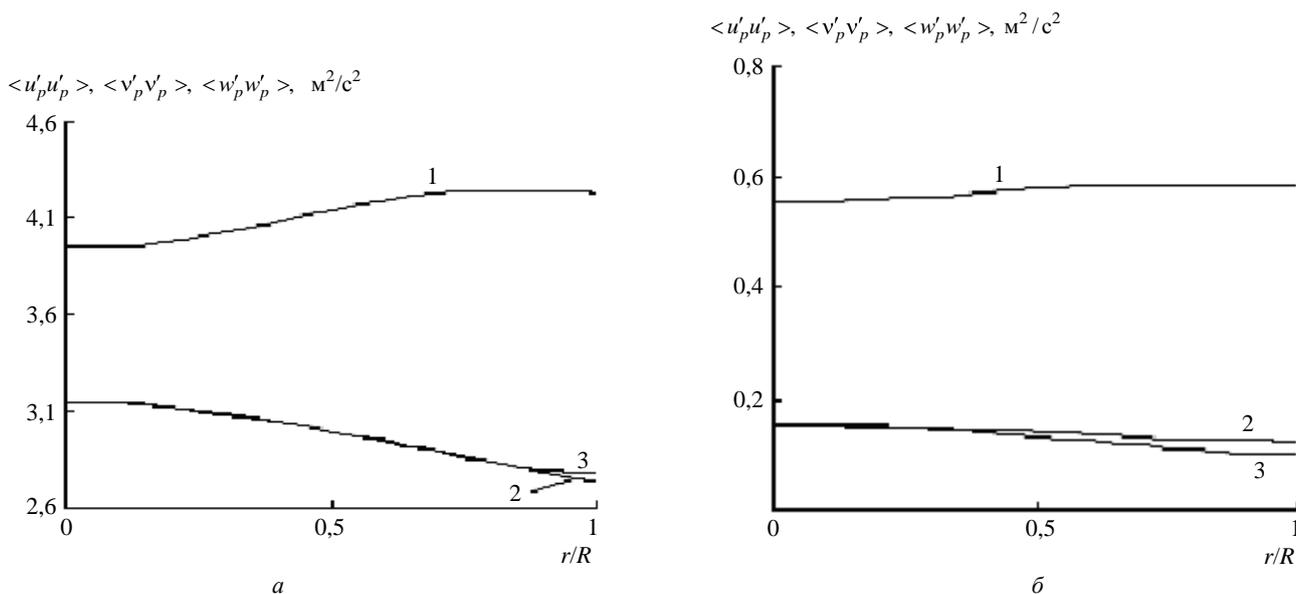


Рис. 8. Распределение вторых моментов пульсаций поступательной скорости частиц по поперечному сечению потока:
 а — вариант II; б — вариант III; 1 — $\langle u_p'^2 \rangle$; 2 — $\langle v_p' v_p' \rangle$; 3 — $\langle w_p' w_p' \rangle$

На рис. 9 представлены профили осредненных угловых скоростей частиц $\delta = 0,088$ мм (кривая 4) и $\delta = 0,067$ мм (кривая 5). Резкий рост зависимости $\omega_\phi(r)$ в пристеночной зоне происходит за счет быстрого убывания кривых $u_g(r)$ на этом участке (см. рис. 4, кривая 1; рис. 5, кривая 1) и взаимодействия частиц со стенкой канала, в результате которого частицы приобретают дополнительное вращательное движение (см. (55)).

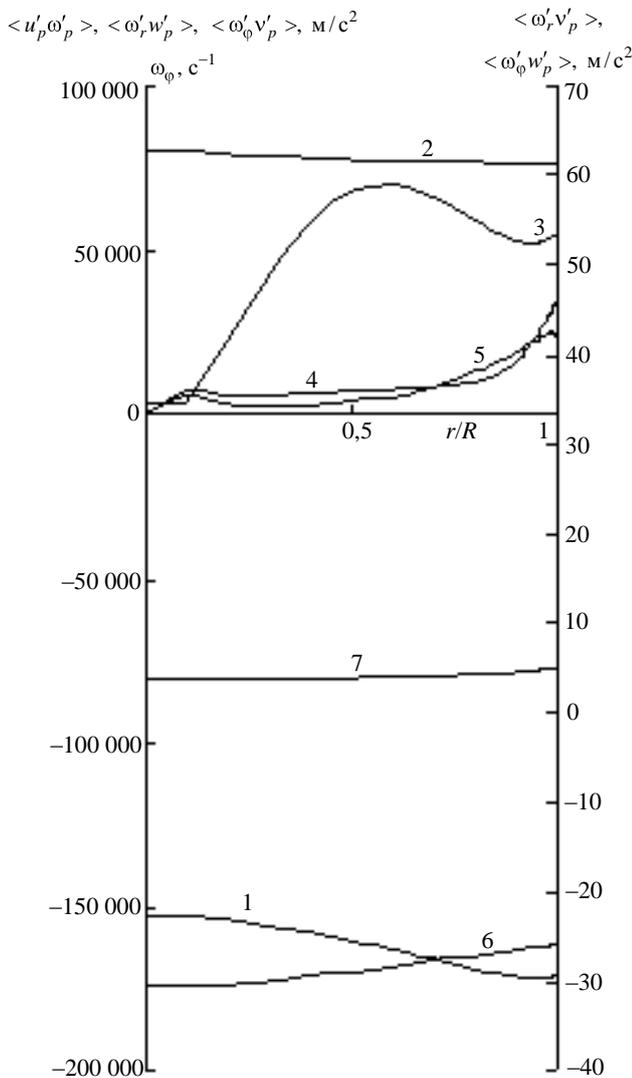


Рис. 9. Распределение вторых моментов и осредненных угловых скоростей частиц по поперечному сечению потока:

вариант II: 1 — $\langle u'_p \omega'_\phi \rangle$; 2 — $\langle \omega'_r w'_p \rangle$; 3 — $\langle \omega'_\phi w'_p \rangle$; 4 — ω_ϕ ; 6 — $\langle \omega'_r v'_p \rangle$; 7 — $\langle \omega'_\phi v'_p \rangle$; вариант V: 5 — ω_ϕ

На рис. 10 представлены расчетные значения пульсационной энергии k_g . Видно, что с увеличением параметра χ происходит уменьшение турбулентной энергии несущей среды. Это связано с ростом скорости диссипации пульсационной энергии $\rho_g \epsilon_p$, обусловленной присутствием в газе твердой фазы (см. (6)).

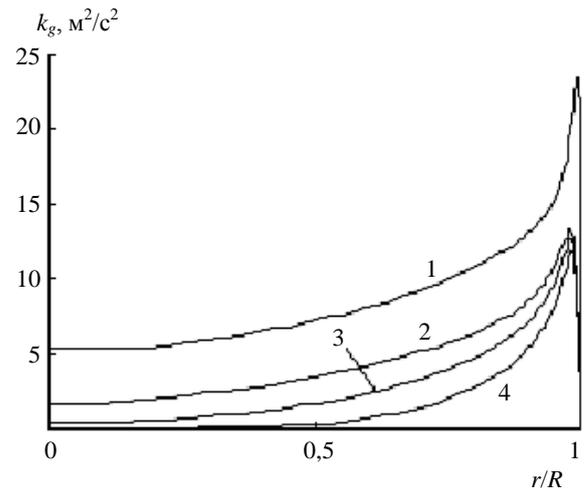


Рис. 10. Распределение кинетической пульсационной энергии газа k_g по поперечному сечению потока: 1 — II; 2 — III; 3 — IV; 4 — V

Обозначения

- A, Q, E, μ, Y — коэффициенты;
- B — расход, кг/с;
- b — расстояние между векторами аксиальных скоростей частиц в момент удара, м;
- C, U, W, X, σ — эмпирические постоянные;
- D — диссипация псевдотурбулентности, $\text{м}^2/\text{с}^3$, $\text{м}/\text{с}^3$, с^{-3} ;
- d — радиус сечения столкновений, м;
- e — модуль единичного вектора;
- F — сила, $\text{кг}/(\text{с}^2 \cdot \text{м}^2)$;
- G — генерация турбулентной энергии газа в следах за частицами (генерация псевдотурбулентности), $\text{кг}/(\text{с}^3 \cdot \text{м})$ ($\text{м}^2/\text{с}^3$, $\text{м}/\text{с}^3$, с^{-3});
- g — ускорение свободного падения, $\text{м}/\text{с}^2$;
- K — коэффициент восстановления скорости при ударе;
- k — кинетическая пульсационная энергия, $\text{м}^2/\text{с}^2$;
- L — коэффициент диффузии, $\text{м}^2/\text{с}$;
- M — длина свободного пробега, м;
- m — масса частицы, кг;
- N — частота ударов, 1/с;
- P — давление газа, $\text{Н}/\text{м}^2$;
- q — параметр, м/с;
- R — радиус канала, м;
- r, z — радиальная и продольная координаты, м;
- u, v, w — осредненные составляющие вектора скорости, м/с;
- V — модуль вектора скорости, м/с;
- $\alpha, \xi, \phi, \theta, \vartheta$ — углы;
- β — истинная объемная концентрация частиц;
- γ — коэффициент, с^{-1} ;
- δ — диаметр частицы, м;
- ϵ — диссипация пульсационной энергии газа, $\text{м}^2/\text{с}^3$;
- η — кинематическая вязкость, $\text{м}^2/\text{с}$;
- λ — коэффициент;
- ρ — плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$;
- τ — время динамической релаксации, с;
- $\chi = \beta_p/\beta_g$ — массовая расходная концентрация дисперсной фазы;

Ψ_{11} — Ψ_{15} — коэффициенты, c^{-1} ;
 ω — угловая скорость частицы, c^{-1} ;
 $\langle \rangle$ — осреднение по времени (пространству).

Индексы нижние:

a — сила аэродинамического сопротивления частицы;
 g — газ;
 h, s — номера частиц;
 k — кинетическая пульсационная энергия газа;
 m — среднее значение;
 M — сила Магнуса;
 n — нормальный;
 p — частица;
 r, z, ϕ — радиальная, продольная и трансверсальная координаты;
 t — турбулентные пульсации;
 w — стенка;
 τ — тангенциальный;
 ω — угловая скорость частицы;
 Σ — сумма;
 1 — $\langle \omega'_r \omega'_p \rangle$;
 2 — $\langle \omega'^2_r \rangle$;
 3 — $\langle \omega'^2_\phi \rangle$;
 4 — $\langle \omega'_\phi v'_p \rangle$;
 5 — $\langle u'_p \omega'_\phi \rangle$;
 6 — $\langle v'^2_p \rangle$;
 7 — $\langle w'^2_p \rangle$;
 8 — $\langle u'^2_p \rangle$;
 i, j, I, II, III, IV, V — номера вариантов.

Индексы верхние:

' (штрих) — пульсационная составляющая при временном осреднении;
 \rightarrow — вектор;
 0 — параметры движения частицы после столкновения.

Заключение

Предложенный метод построения математической модели течения газозвеси в трубе благодаря учету столкновений частиц между собой и стенкой канала, их вращению позволяет получить хорошее

совпадение результатов расчета с опытными данными и дает возможность описать аэродинамику двухфазного потока в широком диапазоне условий течения.

Литература

1. Шрайбер А. А., Гавин Л. Б., Наумов В. А., Яценко В. П. Турбулентные течения газозвеси. — Киев: Наукова думка, 1987.
2. Рохман Б. Б. Моделирование вращательного движения дисперсной фазы с использованием уравнений переноса вторых и третьих моментов пульсаций поступательной и угловой скоростей частиц// ИФЖ. 2007. Т. 80. № 5. С. 148—159.
3. Рохман Б. Б., Шрайбер А. А. Математическое моделирование аэродинамики и физико-химических процессов в надслоевом пространстве топки с циркулирующим кипящим слоем// Там же. 1994. Т. 66. № 2. С. 159—167 (II).
4. Рохман Б. Б. Исследование кинематической картины газодисперсного турбулентного течения с учетом соударений частиц между собой и стенкой осесимметричного канала// Прикладная физика. 2008. № 3. С. 12—22.
5. Шрайбер А. А., Баитовой А. И. К теории турбулентной коагуляции: влияние анизотропии пульсационных скоростей// Доповіді НАН України. Математика, природознавство, технічні науки. 2000. № 4. С. 114—118.
6. Бабуха Г. Л., Шрайбер А. А. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. — Киев: Наукова думка, 1972.
7. Рохман Б. Б., Шрайбер А. А. Математическое моделирование аэродинамики и физико-химических процессов в надслоевом пространстве топки с циркулирующим кипящим слоем// ИФЖ. 1994. Т. 66. № 6. С. 681—688 (III).
8. Bolio E. J., Yasuna J. A. and Sinclair J. L. Dilute turbulent gas-solid flow in risers with particle-particle interactions// J. AIChE. 1995. V. 41. № 6. P. 1375—1388.
9. Tsuji Y., Morikawa Y., Shiomi H. LDV measurements of an air-solid two-phase flow in a vertical pipe// Fluid Mech. 1984. V. 139. P. 417—434.
10. Лаатс М. К., Мутьги А. С. Экспериментальное исследование кинематической картины мелкодисперсного трубного течения// Турбулентные двухфазные течения. — Таллин, 1979. С. 32—46.
11. Zaichik L. I., Pershukov V. A., Kozelev M. V., Vinberg A. A. Modeling of Dynamics, Heat Transfer, and Combustion in Two-Phase Turbulent Flows. Isothermal Flow// Experimental Thermal and Fluid Science. 1997. V. 15. P. 291—310 (I).
12. Мутьги А. С. Экспериментальное исследование течения газа с однородными сферическими частицами в трубе// Турбулентные двухфазные течения. — Таллин, 1979. С. 47—59.

Статья поступила в редакцию 7 ноября 2007 г.

The mathematical description of rotary movement of a disperse phase in the turbulent axial-symmetric biphasic stream in view of interpartial interaction

B. B. Rokhman

Institute for Coal Energotechnologies, Kiev, Ukraine

Received is the closed description of turbulent and pseudo-turbulent carry of the impulse and the angular momentum in a firm phase on the basis of the equations for the second moments of pulsations for linear and angular speeds of particles in view of aerodynamic resistance forces.