

Cherenkov detector of γ -radiation for high power proton beam current measurements

V. N. Pashentsev

Moscow Engineering Physics Institute (State University), Moscow, Russia

Detector for measurement of a high power ion beam current by a nuclear method with reaction $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}(\beta^+)^{15}\text{N}$ and 278 keV threshold is considered. Ion current in time is measured by cherenkov detector when ion energy is higher than the reaction threshold. Detector consists of cherenkov radiator, optical fiber and photo-electronic multiplier. Sensitivity of detector is 1.1 V/(A · sr).

УДК 533.537

Новые решения для нерелятивистских осесимметричных стационарных электронных и электронно-ионных потоков

В. А. Сыровой

Всероссийский электротехнический институт, Москва, Россия

Среди известных инвариантных решений уравнений нестационарного пучка выявлены варианты, описывающие стационарные осесимметричные потоки. Приведены новые решения в элементарных функциях. Решена внешняя задача для ранее неизвестного электронного течения.

Введение

В работе [1] на основе исследования групповых свойств уравнений нерелятивистского нестационарного пучка приведен ряд точных решений, описывающих трехмерные электронные потоки в декартовых или цилиндрических координатах. Однако дополнительный анализ показывает возможность существования и ряда других точных решений, исследованию которых и посвящена данная работа.

Новые точные решения

Исследование системы дифференциальных уравнений в цилиндрических координатах R, ψ, z для решения вида

$$v_R = RU(t, \psi), \quad v_\psi = RV(t, \psi),$$

$$v_z = \frac{h'}{h} \frac{t}{t} R + R^2 W(t, \psi),$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \frac{h''}{h} \frac{t}{t} z^2 + R^2 \Phi(t, \psi),$$

$$\rho = \rho(t, \psi), \quad v = \text{const}$$

при $h = e^{\alpha t}$ и отсутствии зависимостей от t, ψ дает два новых точных решения, определяемых формулами

$$\begin{aligned} v_R &= \alpha R, \quad v_\psi = -\frac{1}{2} H_z R, \quad v_z = -2\alpha z + W_0 R^2, \\ \varphi &= \alpha^2 \left(2z^2 - R^2 \right) + \frac{1}{4} \rho R^2, \\ \rho &= 6\alpha^2 + \frac{1}{2} H_z^2; \quad \alpha, W_0 = \text{const}. \end{aligned} \quad (1)$$

При $H_z = 0, W_0 = 0$ получаем известное моноэнергетическое электростатическое течение с гиперболоподобными траекториями $R^2 z = \text{const}$; при $H_z \neq 0, W_0 = 0$ — моноэнергетический поток с той же геометрией в меридиональной плоскости, но закрученный и имеющий увеличенное за счет H_z значение плотности пространственного заряда ρ ; это решение, как и его электростатический аналог, одновременно удовлетворяют как точным уравнениям пучка, так и параксиальному уравнению.

В общем случае приходим к течению с траекториями

$$z = aR^2 + \frac{C}{R^2}; \quad C = \text{const}, \quad a = \frac{1}{4} \frac{W_0}{\alpha}$$

и параболической траекторией-сепаратрисой $C = 0$. Экипотенциалами в плоскости R, z являются эллипсы.

Картина течения приведена на рисунке, a .

Решение (1) допускает обобщение на случай электронно-ионного потока с отрицательными ио-

нами плотности ρ_i . При этом формулы (1) модифицируются за счет замены ρ на $\rho + \rho_i$ и дополняются выражениями для компонент скорости ионного пучка

$$V_R = AR, \quad V_\psi = -\frac{1}{2}\mu^2 H_z R, \\ V_z = \mu \pm 2\alpha z + V_0 R^2, \quad (2)$$

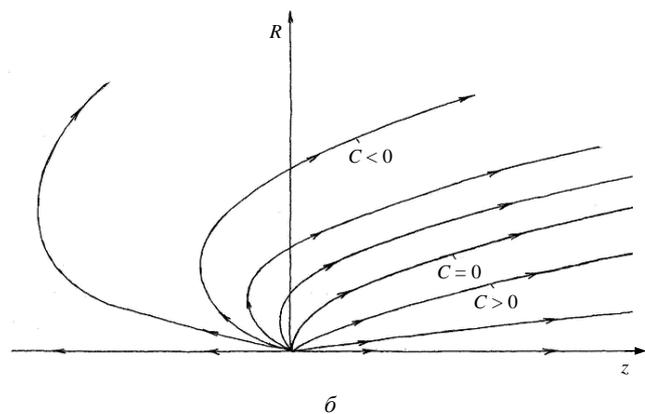
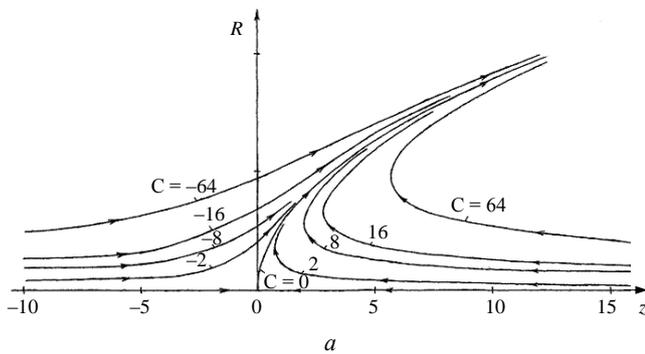
$$A = \mu \sqrt{\alpha^2 + \frac{1}{4}H_z^2} \sqrt{1 - \mu^2 H_z^2} \approx \mu \sqrt{\alpha^2 + \frac{1}{4}H_z^2},$$

где $\mu^2 = m/m_i$ — отношение масс электрона и иона.

Если пренебречь членом с μ^2 в формуле для A , то траектории ионов имеют вид

$$z = bR^2 + CR^{\pm\gamma}; \quad b = \frac{V_0}{2\mp\gamma \sqrt{\alpha^2 + H_z^2/4}}; \\ \gamma = \frac{2\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + H_z^2/4}}; \quad 0 < \gamma < 2. \quad (3)$$

При знаке минус в (3) качественная картина ионных траекторий та же, что и для электронов на рисунке, *а*. В противном случае получаем течение, изображенное на рисунке, *б*.



Картина ионных траекторий:
а — вариант 1; б — вариант 2

Для электронов, стартующих с плоскости $z = 0$ с нулевой скоростью, и положительных ионов, движущихся им навстречу при аналогичных усло-

виях старта с плоскости $z = z_1$, существует осесимметричное течение со следующими параметрами.

- *потенциальный электронный поток* имеет компоненты скорости и плотность вида

$$v_R = aR, \quad v_\psi = -\frac{1}{2}H_z R, \\ v_z = I_3 z, \quad \rho = I_5 z;$$

- *ионный поток соленоидален*, причем трубками тока для ионов являются цилиндры $R = \text{const}$:

$$V_R = 0, \quad V_\psi = -BR, \quad V_z = J_3 z, \quad \rho_i = J_5 z.$$

Для угловой скорости вращения, определяемой константой B , существуют два значения, различающиеся величинами порядка μ^2 :

$$B = \frac{1}{2}\mu \left[\pm \sqrt{8 a^2 + H_z^2/4} + \mu^2 H_z^2 - \mu H_z \right].$$

Потенциал описывается формулой

$$2\phi = \left(a^2 + \frac{1}{4}H_z^2 \right) R^2 + I_4 z.$$

Эволюция пучков в z -направлении задается дифференциальным уравнением второго порядка и несколькими алгебраическими соотношениями:

$$\ddot{I}_3 = I_0 e^{-2at} + \frac{J_0}{\mu} \frac{I_3}{\sqrt{2 - I_3^2}} - 4 \left(a^2 + \frac{1}{4}H_z^2 \right) I_3, \\ I_3 = \frac{dz}{dt} \equiv \dot{z};$$

$$2I_4 = I_3^2, \quad J_3^2 = 2\mu^2 (2 - I_3^2),$$

$$I_5 = \frac{I_0}{I_3} e^{-2at}, \quad J_5 = \frac{J_0}{J_3}; \quad I_0, J_0 = \text{const.}$$

Координата z_1 определяется условием $I_4 z_1 = 1$.

В плоскостях инжекции $z = 0$ и $z = z_1$, которые являются виртуальными катодом и анодом, могут быть выполнены условия эмиссии в ρ -режиме, причем электроны движутся по спиральям, а ионы — по окружностям. Возможно аналогичное решение, когда электроны и ионы меняются местами: электроны движутся по поверхности цилиндров, а ионы совершают более сложные перемещения.

Для электронного потока (2) можно указать точное решение внешней задачи, когда границей пучка является парабола $z = aR^2$. Для внешности параболы (пучок заполняет область с $z > 0$) пара-

метрические уравнения $R = R_e(u)$, $z = Z_e(u)$ границы $v = 0$, вспомогательные функции $\alpha_e = dR_e/du$, $\beta_e = dZ_e/du$, потенциал $\phi_e = V(u)$ и его производная $(\partial\phi/\partial v)_e = F(u)$, а также криволинейные координаты u, v определены соотношениями:

$$\begin{aligned} R_e &= u; & Z_e &= aR_e^2; & \alpha_e &= 1; & \beta_e &= 2aR_e; \\ z + iR &= aw^2 + iw; & w &= u + iv; & V &= \Phi_e R_e^2; \\ F &= 2a \frac{2A - B}{R_e^2 \alpha_e}; & \Phi_e &= A + aBR_e^2; & (4) \\ A &= \frac{1}{2} \left(\alpha^2 + \frac{1}{4} H_z^2 \right); & B &= 2\alpha^2. \end{aligned}$$

Для внутренности параболы (пучок заполняет область с $z < 0$) получаем

$$\begin{aligned} R_e &= -\frac{1}{a\pi} \ln \left(\frac{u}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{u^2}{2} + 1} \right), & Z_e &= aR_e^2, \\ \alpha_e &= -\frac{1}{a\pi\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\frac{u^2}{2} + 1}}, & \beta_e &= 2aR_e\alpha_e, & (5) \\ z + iR &= \frac{1}{4a} + \frac{1}{a} \left[\frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{w}{i\sqrt{2}} - \sqrt{-\frac{w^2}{2} - 1} \right) \right]^2. \end{aligned}$$

Потенциал для ситуаций (4), (5) можно описать одной формулой, если использовать общее решение задачи Коши для уравнения Лапласа в форме [2]:

$$\begin{aligned} \phi_{u,v} &= \frac{1}{\sqrt{R}} \operatorname{Re} \Phi_e w R_e^{5/2} w + \\ &+ \int_0^v R_e^{5/2} \zeta \alpha_e \zeta \left[a \frac{4A - 2B + \Phi_e \zeta}{R_e \zeta} \times \right. \\ &\quad \left. \times F \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; \lambda_e \right) - \frac{\Phi_e \zeta}{8R_e \zeta} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(a \left[R^2 - Z_e \zeta - z^2 \right] - z \right) F \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}; 2; \lambda_e \right) \right] d\xi, \\ \lambda_e &= -\frac{\left[R_e \zeta - R \right]^2 + \left[Z_e \zeta - z \right]^2}{4R_e \zeta R}, \quad \zeta = u + i\xi, \end{aligned}$$

где $F(a, b; c; \lambda)$ — гипергеометрическая функция Гаусса.

Заключение

Проведенный анализ показывает, что среди известных инвариантных решений уравнений нестационарного пучка выявлены варианты, описывающие стационарные осесимметричные потоки.

Литература

1. Сыровой В. А. // РЭ. 2003. Т. 48. № 3. С. 362.
2. Сыровой В. А. Введение в теорию интенсивных пучков заряженных частиц. — М.: Энергоатомиздат, 2004.

Статья поступила в редакцию 14 ноября 2007 г.

New solutions for non-relativistic stationary electron and electron-ion flows with axial symmetry

V. A. Syrovoy

All-Russian Electrotechnical Institute, Moscow, Russia

Some new solutions for stationary electron and electron-ion space-charge flows with axial symmetry are discussed.