

Физика плазмы и плазменные технологии

УДК 533.9

Генерации гармоник высокочастотного поля в частично ионизованном газе в процессе ударной ионизации атомов

М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе

Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, Москва, Россия

Теоретически исследована генерация гармоник сильного высокочастотного поля излучения в частично ионизованном газе в процессе ударной ионизации атомов осциллирующими электронами. Рассмотрены поля в условиях, когда энергия осцилляций электрона в поле излучения намного превосходит потенциал ионизации атома, но все еще остается нерелятивистской. Кроме того, поле излучения считается малым по сравнению с атомным полем ($E_a = 5,1 \cdot 10^9$ В/см), что позволяет пренебречь полевой ионизацией атомов и учитывать лишь ударную ионизацию атомов газа осциллирующими электронами. В этих условиях в индуцированном в плазме нелинейном токе наряду с упругим рассеянием электронов существенный вклад может внести неупругое рассеяние осциллирующих электронов, сопровождающееся ионизацией атомов газа. Проведено сравнение эффективностей генераций гармоник поля при указанных механизмах упругого и неупругого рассеяний электронов в частично ионизованном газе.

PACS: 42.65.Ky; 42.50.Hz

Введение

Настоящая работа уточняет и обосновывает некоторые результаты ранее проведенной работы [1]. Эти уточнения и изменения оказались столь существенными, что их необходимо опубликовать. Процесс генерации гармоник высокочастотного поля излучения в заранее заготовленной плазме, обусловленный упругим рассеянием осциллирующих электронов на ионах, был рассмотрен В. П. Силиным [2].

Предполагалось, что плазма находится в термодинамическом равновесии, полностью ионизована, и учитывались лишь упругие столкновения электронов с ионами. В настоящей работе рассмотрена плазма с произвольной степенью ионизации и наряду с упругими столкновениями учтены также неупругие (ионизирующие) столкновения электрона с нейтральными атомами. Известно [3, гл. 17 и 18], что при больших, но все еще нерелятивистских энергиях сечения неупругих столкновений электронов с атомами газа спадают с энергией медленнее, чем сечения упругих столкновений. Уже при энергиях, на порядок превышающих потенциал ионизации атома, неупругие (ионизационные) столкновения электронов с атомами становятся доминирующими. Кроме того, при ионизации атомов газа быстрыми электронами образованная плазма далека от термодинамического

равновесия [4], что также должно сказаться на результатах работы.

Постановка задачи

Для описания динамики электронов во внешнем сильном высокочастотном поле

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega_0 t) \quad (1)$$

воспользуемся кинетическим уравнением для функции распределения электронов f

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{e\vec{E}}{m} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = J_{n.el}(f) + J_{el}(f), \quad (2)$$

где $J_{n.el}$ и J_{el} — интегралы неупругих и упругих столкновений, соответственно.

При написании уравнения (2) мы пренебрегли магнитной составляющей силы Лоренца и градиентным слагаемым в левой части, что оправдано при условии нерелятивистских скоростей движения электронов в поле (1), т. е.

$$v_E \equiv \frac{eE_0}{m\omega_0} \ll c. \quad (3)$$

Вместе с тем поле считается большим, так что энергия осцилляций электронов намного больше потенциала ионизации атома I , т. е.

$$\varepsilon_E = \frac{mv_E^2}{2} \gg I. \quad (4)$$

Выражение поля в виде (1) не исключает его пространственной неоднородности. В частности, это может быть поле расходящейся или сходящейся волны либо плоской волны с отличным от нуля волновым вектором. К зависимости поля от координат вернемся, когда возникнет необходимость пространственного дифференцирования.

Неравенство (4) позволяет пренебречь хаотическим движением электронов после ионизации и записать интеграл неупругих столкновений в (2) в следующем виде [5]

$$J_{n.el} = n_0 \delta(\vec{v}) \int v_{n.el}(|\vec{v}'|) f(\vec{v}') d\vec{v}', \quad (5)$$

где $v_{n.el}(|\vec{v}|) = v\sigma(v)$ — частота ионизационных столкновений электрона;

$\sigma(v)$ — сечение ионизации атома электроном, $v = |\vec{v}|$;

n_0 — плотность атомов газа.

Для величины $\sigma(v)$ с хорошей точностью можно воспользоваться формулой борновского приближения [3]

$$\sigma(v) = \frac{\alpha}{v^2} \eta(v - v_I) \ln \frac{v}{v_I}, \quad (6)$$

где $v_I = \sqrt{2I/m}$ и α зависят от сорта газа (для водорода $I = 13,6$ эВ, $\alpha = 16,3$ см⁴/с²).

Что касается интеграла упругих столкновений, то при условии (4) характер рассеяния электрона на атоме не отличается от кулоновского рассеяния электрона на ядре, поэтому интеграл столкновений $J_{el}(f)$ можно записать в виде интеграла электрон-ионных столкновений Ландау, приведенного в работе [6]

$$J_{el}(f) = \frac{2\pi e^2 e_i^2 n_0 L_0}{m^2} \frac{\partial}{\partial v_k} \left(\frac{v^2 \delta_{k,j} - v_k v_j}{v^3} \frac{\partial f}{\partial v_j} \right), \quad (7)$$

где e_i — заряд ядра;

$L_0 = 10-20$ — кулоновский логарифм.

Ионизация газа

Прежде чем перейти к задаче генерации гармоник поля (1) в частично ионизованном газе в рассматриваемых условиях, исследуем исходя из приведенных уравнений ионизацию газа и получим выражение для закона нарастания плотности электронов $n_e(t)$. Из уравнения (2) с учетом (5) и (7) следует, что плотность электронов нарастает во времени экспоненциально по закону

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \gamma(E_0) n_e = n_0 \int v_{n.el}(|\vec{v}'|) f(\vec{v}') d\vec{v}'. \quad (8)$$

Для определения инкремента нарастания $\gamma(E_0)$ необходимо вычислить $f(\vec{v})$. Предположим, что выполнены неравенства

$$\omega_0 \gg \gamma(E_0); v_e(E_0), \omega_p, \quad (9)$$

где $v_e(E_0)$ — частота упругих столкновений; $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_e / m}$ — ленгмюровская частота электронов.

В этих предположениях правой частью уравнения (2) в первом приближении можно пренебречь и с учетом (3) представить решение в виде функции характеристики $\vec{v} - \vec{v}_E \cos \omega_0 t = \text{const}$ [7]:

$$f(t, \vec{v}) = n_e f_0(t, \vec{v}); \quad (10)$$

$$f_0 = \delta(\vec{v}_\perp) \delta[v_\parallel - v_E \sin(\omega_0 t - \varphi)],$$

где \vec{v}_\perp и v_\parallel — поперечная и продольная по отношению к электрическому полю \vec{E} составляющие скорости электрона;

φ — фаза поля в момент рождения электрона в результате ионизации;

f_0 — функция нормирована на единицу.

Учитывая неравенства (9), функцию (10) следует усреднить по фазам φ , что приводит к известной функции равнораспределения по фазам, полученной впервые в работе [4]

$$\langle f_0 \rangle = \frac{1}{\pi} \frac{\delta(\vec{v}_\perp)}{\sqrt{v_E^2 - (v_\parallel - v_E \sin \omega_0 t)^2}}. \quad (11)$$

Подставляя выражение (11) в (8), получим следующую формулу для постоянной развития лавины ионизации [5]:

$$\gamma(E_0) \approx \frac{2\alpha n_0}{\pi v_E} \ln^2 \frac{v_E}{v_I}. \quad (12)$$

Вычислим частоту столкновений, осциллирующих в сильном высокочастотном поле электронов с атомами газа. Для этого воспользуемся функцией распределения (11) и интегралом столкновений Ландау (7). Из кинетического уравнения (2) при учете только упругих столкновений находим уравнение для релаксации импульса

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -v_e \vec{u}, \quad (13)$$

где \vec{u} — средняя направленная скорость электронов, а

$$v_e(E_0) \approx 2 \frac{e^2 e_i^2 L_0 n_0}{\pi m^2 v_I v_E^2} \quad (14)$$

частота упругих кулоновских столкновений электронов.

Из (14) с учетом (12) следует, что при условии $v_E \gg v_I$ частота ионизации превосходит частоту упругих столкновений.

Генерация гармоник ВЧ-поля

Перейдем к задаче генерации гармоник сильно-го высокочастотного поля при ионизации газа. Механизмом генерации является излучение осциллирующими электронами в процессе ионизации атомов. Здесь уже нельзя пользоваться усредненной по фазам функцией распределения электронов (11), а надо решать уравнение (2) методом последовательных приближений и найти поправку f_1 к распределению (10). Согласно (2) имеем

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{e\vec{E}}{m} \frac{\partial f_1}{\partial \vec{v}} = J_{n.el}(f_0) + J_{el}(f_0), \quad (15)$$

где $J_{n.el}(f_0)$ и $J_{el}(f_0)$ даются выражениями (5) с учетом (6) и (7).

Уравнение (15) отличается от уравнения, исследованного в [2]*, наличием первого слагаемого, учитывающего неупругие столкновения электронов. Но поскольку решение уравнения (15) аддитивно по отношению к правой части, то мы ограничимся решением уравнения (15) с учетом только неупругих столкновений и к полученному таким образом решению добавим решение, найденное в работе [2]. С учетом только неупругих столкновений решение уравнения (15) имеет вид

$$f_1(\vec{v}) = n_0 \int_{-\infty}^t dt' J_{n.el} [f_0(\vec{v} - \vec{v}_E \sin \omega_0 t' + \vec{v}_E \sin \phi)]. \quad (16)$$

Учитывая, что плотность электронов меняется медленно, находим для (16):

$$\frac{\partial \vec{j}_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} e \int \vec{v} f_1 d\vec{v} = 2en_0 n_e \alpha \vec{L}_1 \times \int_{v_i}^{\infty} dv \ln \frac{v}{v_i} \delta[v - v_E (\sin \omega_0 t - \sin \phi)], \quad (17)$$

В соотношении (17) мы воспользовались сечением (6), считая величину n_e медленно меняющейся функцией с инкрементом нарастания (12).

Дальнейшие вычисления правой части подобны приведенным в [2] для интеграла столкновений Ландау. Именно представляем δ -функцию в виде интеграла, разлагаем подынтегральные выражения по гармоникам основной частоты ω_0 , считаем выполненным неравенство $v_E \gg v_I$ и выносим $\ln \frac{v}{v_I}$

из-под интеграла в виде $\ln \frac{v_E}{v_I} = L$. В результате получаем

$$\frac{\partial \vec{j}_1}{\partial t} = 2ien_0 n_e \alpha \vec{L}_1 \sum_{n \geq 1} e^{-in\omega_0 t} F(n); \quad (18)$$

$$F(n) = [1 - (-1)^n] \times \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} J_0(x) J_n(x) = \frac{2}{\pi n^2} \sin \frac{\pi}{2} n. \quad (19)$$

Из (18) видно, что в разложении тока \vec{j}_1 по гармоникам содержатся только нечетные гармоники лазерного поля, а поэтому только нечетные гармоники поля будут порождаться таким током. Важно отметить, что обрезание суммы по гармоникам при больших числах n в рассматриваемом случае отличается от рассмотренного в работе [2] случая, но ток (18) так же как в [2] является чисто активным. Однако интенсивность гармоник с ростом n в рассматриваемом случае быстрее падает, что обусловлено зависимостью функции (19) от n .

Для отношения амплитуд гармоник электрического поля имеем

$$\frac{E_n}{E_0} \approx \frac{4\omega_p^2 n_0 \alpha}{\pi \omega_0^3 v_E} \ln \frac{v_E}{v_I} \frac{1}{n^3 (n+1)} \sin \frac{\pi}{2} n. \quad (20)$$

При выводе этого отношения мы воспользовались уравнениями Максвелла с током (18)

$$\text{rot rot } \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \vec{j}_1}{\partial t},$$

причем поле лазерного импульса (1) считали плоской волной. Соотношение (20), как и все приведенные выше формулы, получены при учете в уравнениях (2) и (15) только неупругих столкновений, упругими столкновениями пренебрегали.

Учет упругих столкновений не представляет труда, для чего к полученным соотношениям (18) и (20) следует добавить соответствующие выражения из работы [2]. Так, при учете только упругих столкновений поправка к плазменному току дается соотношением (ср. с (18) и (19)):

$$\vec{j}_1^{el} = \vec{E}_0 \sum_{n \geq 0} \cos[(2n+1)\omega_0 t] \frac{e^2 n_e}{m \omega_0^2} \times \frac{16n_i e_i^2 \omega_0^3}{e E_0^3} L_0 \ln \frac{e E_0}{m \omega_0 v_T}.$$

Отсюда видно, что и в этом случае индуцированный в плазме ток чисто омический. Для отношения амплитуды n -й гармоники к основной при учете только упругих столкновений согласно [2] имеем

* В слагаемом с упругим интегралом рассеяния за плотность ионов принимается плотность всех нейтральных и ионизированных атомов, что оправдано условием (4).

$$\frac{E_n^{el}}{E_0} \approx \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{n_0 e^2 e_i^2 L_0}{m^2 \omega_0 v_E^3} \ln \frac{eE_0}{m\omega_0 v_T}. \quad (21)$$

Из сравнения соотношений (20) и (21) следует, что при условии

$$\frac{v_{ei}(E_0)}{v_e(E_0)} \approx \frac{v_i^2}{v_E^2} n^2 < 1, \quad (22)$$

где $v_e(E_0)$ дается формулой (14).

Доминирует излучение при упругих столкновениях, а в обратном пределе определяющую роль в излучении играют неупругие столкновения.

Заключение

Неравенство (22) определяет максимальный номер гармоники лазерного поля, генерируемой при тормозном излучении осциллирующими электронами [2]. Экспериментальное наблюдение гармоник, определяемых неравенством (22), свиде-

тельствует о преобладании механизма излучения электронами при ионизации атомов газа.

*Авторы выражают благодарность
В. П. Силину за плодотворные обсуждения.*

Литература

1. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. // Квантовая электроника. 2007. Т. 37. № 10. С. 924.
2. Силин В. П. // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. № 6 (12). С. 2254.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. // Квантовая механика. — М.: Физ.-матгиз., 1963.
4. Арутюнян С. Г., Рухадзе А. А. // Физика плазмы. 1979. Т. 5. № 3. С. 702.
5. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. // Там же. 2001. Т. 27. № 2. С. 170.
6. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. // Основы электродинамики плазмы. — М.: Высш. шк., 1978—1988.
7. Глазов Л. Г., Рухадзе А. А. // Физика плазмы. 1989. Т. 15. № 12. С. 1487.

Статья поступила в редакцию 29 мая 2008 г.

Generation of a strong high frequency field harmonics in a partially ionized gas upon impact ionizations of atoms

M. V. Kuzelev, A. A. Rukhadze

A. M. Prokhorov General Physics Institute of the RAS, Moscow, Russia

The generation of harmonics of a strong high frequency field in a partially ionized gas during impact ionizations of atoms by oscillating electrons is studied theoretically. Fields are considered under conditions when oscillation energy of electrons in the radiation field, remaining nonrelativistic, considerably exceeds the ionization potential of an atom. In addition, the radiation field is assumed weak compared to the atomic field ($E_a = 5.1 \cdot 10^9$ V/cm), which allowed us to neglect the field ionization of atoms, taking into account only the impact ionizations of atoms by oscillating electrons. Under such conditions, along with the elastic scattering of oscillating electrons, the inelastic scattering of oscillating electrons accompanied by ionization of gas atoms can make a significant contribution to a nonlinear current induced in the plasma. The efficiencies of field harmonic generation in the elastic and inelastic electron scattering are compared to each other and the dominant mechanism is determined.

PACS: 42.65.Ky; 42.50.Hz