

УДК 533.9

## **Особенности бесстолкновительных дрейфовых неустойчивостей в полоидальных магнитных конфигурациях**

*В. И. Хвесюк, А. Ю. Чирков*

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

*Представлены результаты численного анализа бесстолкновительных дрейфовых неустойчивостей применительно к магнитным конфигурациям с чисто полоидальным магнитным полем. Рассмотрены неустойчивости, связанные с градиентами ионной и электронной температур, а также плотности плазмы в широком диапазоне волновых чисел.*

Для конфигураций с неоднородным магнитным полем сформулирована электромагнитная модель с учетом конечного давления плазмы и кривизны магнитных силовых линий.

PACS: 52.35.Kt; 52.55.Lf

**Ключевые слова:** плазма, дрейфовая неустойчивость, магнитная конфигурация, плотность, давление.

### Введение

Бесстолкновительные дрейфовые неустойчивости (БДН), вызываемые градиентами температуры ионов, температуры электронов и плотности плазмы, образуют фундаментальный класс явлений, присущих плазме, удерживаемой магнитным полем. Они являются одними из важнейших причин турбулентных транспортных процессов, определяющих удержание частиц и энергии в плазменной конфигурации. Эти неустойчивости хорошо изучены для плазмы в однородном магнитном поле и плазмы токамака [1—7]. Применительно к некоторым магнитным конфигурациям свойства таких неустойчивостей ранее не обсуждались, среди таких систем — обращенная магнитная конфигурация (*FRC*, field reversed configuration), показанная на рис. 1. Наиболее важные особенности *FRC* выражаются в возможности удержания плазмы предельно высокого давления в полоидальном магнитном поле [8, 9].

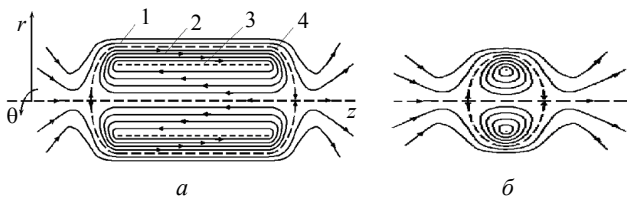


Рис. 1. Схема магнитного поля:

*a* — вытянутой *FRC*; *b* — сжатой; 1 — область открытых силовых линий; 2 — область замкнутых силовых линий; 3 — область слабого магнитного поля  $B \approx 0$ ; 4 — сепаратриса

Во внутренних областях *FRC* отношение давления плазмы к давлению магнитного поля в плазме

$$\beta = 2\mu_0 p / B^2 > 1,$$

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная;

$p$  — давление плазмы;

$B$  — индукция магнитного поля в плазме.

Параметр  $\beta$  показывает, что в *FRC* энергия в плазме превышает энергию магнитного поля [8]. Чтобы представить, насколько давление плазмы близко к теоретическому пределу, удобно использовать параметр  $\beta_0 = 2\mu_0 p / B_e^2$ , где  $B_e$  — внешнее магнитное поле (за сепаратрисой). Максимальное значение  $\beta_0 = 1$  в *FRC* достигается на оси плазменного витка (см. рис. 1), средние по объему

внутри сепаратрисы значения  $\beta_0$  могут составлять 0,7—0,9 [8, 9].

Магнитная конфигурация *FRC* сочетает свойства как замкнутых, так и открытых ловушек: плазма практически полностью расположена в области замкнутых силовых линий магнитного поля, ограниченной сепаратрисой; за сепаратрисой находится область открытых силовых линий. Давление плазмы максимально на нейтральной линии, где индукция магнитного поля  $B = 0$ . Практический интерес к *FRC* и другим системам с  $\beta_0 \sim 1$  во многом связан с возможностью их использования для малорадиоактивного реактора на D—<sup>3</sup>He-топливе.

Одна из наиболее серьезных и малоизученных проблем *FRC* — аномальный транспорт частиц и энергии поперек линий магнитного поля. На данный момент нет однозначного понимания в вопросе о том, какие неустойчивости вызывают аномальный транспорт в *FRC*. В некоторых работах для анализа аномального транспорта рассматривались теории, основанные на дрейфово-диссипативных неустойчивостях [10—12]. Однако, согласно [12], этот тип неустойчивостей не должен развиваться в *FRC*. Большое число теоретических работ было посвящено анализу нижнегибридных дрейфовых неустойчивостей (ДН) в *FRC* [13—15], так как такой тип неустойчивости наблюдался в тэта-пинчах — разрядах, близких по свойствам к *FRC*. Однако ряд экспериментальных данных не подтверждает наличие такого рода неустойчивостей в *FRC* [16, 17]. Достаточно подробные данные о колебаниях в поверхностном слое *FRC*-плазмы можно найти в работе [16], посвященной экспериментам на установке TRX-2. Но на вопрос о типе колебаний, вызывающих транспорт, в указанной работе однозначного ответа не дано. Вопрос о БДН применительно к *FRC* практически не исследовался.

В настоящей работе рассматривается электромагнитная модель ДН плазмы в неоднородном полоидальном магнитном поле. Для сравнения с особенностями электромагнитных ДН рассмотрены простейшие свойства ДН в однородном магнитном поле. Представлены результаты численных расчетов электромагнитной неустойчивости в *FRC*.

Условно можно выделить три типа БДН: ионная температурно-градиентная неустойчивость (*ITG*);

электронная температурно-градиентная неустойчивость (ETG); неустойчивость, вызываемая градиентом плотности, ранее называемая "универсальной".

Характерные значения поперечного волнового числа и инкремента ITG-неустойчивости  $k_{\perp} \sim 1/\rho_{Ti}$ ,  $\gamma \sim \omega_{*i}$ , где  $\rho_{Ti}$  — циклотронный радиус ионов, вычисленный по тепловой скорости;  $\omega_{*i}$  — частота диамагнитного дрейфа ионов. Для ETG  $k_{\perp} \sim 1/\rho_{Te}$ ,  $\gamma \sim \omega_{*e}$ , где  $\rho_{Te}$  — циклотронный радиус электронов, вычисленный по тепловой скорости;  $\omega_{*e}$  — частота диамагнитного дрейфа электронов.

Часто при рассмотрении ITG отклик электронов принимается адиабатическим, т. е.  $n_e \sim / n_e = e\phi / (k_B T_e)$ , где  $n_e \sim$  — возмущение концентрации электронов;  $n_e$  — невозмущенная концентрация электронов;  $e$  — заряд электрона;  $k_B$  — постоянная Больцмана;  $T_e$  — температура электронов.

Для ETG используется адиабатическое приближение для ионов  $n_i \sim / n_i = -q\phi / (k_B T_i)$  ( $n_i \sim$  — возмущение концентрации ионов;  $n_i$  — невозмущенная концентрация ионов;  $q$  — заряд иона;  $T_i$  — температура ионов).

Для неустойчивости, вызываемой градиентом плотности при нулевых градиентах  $T_i$  и  $T_e$ , необходимо учитывать неадиабатичность ионов и электронов [3]. Отметим, что в рамках модели дрейфовых ITG/ETG-неустойчивостей также могут рассматриваться неустойчивости, связанные с наличием запертых частиц.

Характерные значения частот и инкрементов ДН сравнимы с частотами диамагнитного дрейфа электронов или ионов  $\omega_{*e} = k_{\perp} \frac{k_B T_e}{e B L_n}$ ,

$$\omega_{*i} = k_{\perp} \frac{k_B T_i}{q_i B L_n}, \quad L_n = -\frac{n_i}{\nabla_{\perp} n_i} = -\frac{n_e}{\nabla_{\perp} n_e} > 0$$

— характерный масштаб неоднородности плазмы,  $\nabla_{\perp}$  — оператор производной в направлении градиентов.

Данные неустойчивости являются низкочастотными, так как для характерных частот выполняются соотношения  $|\omega| \ll \omega_{ci}$ , где  $\omega_{ci}$  — ионная циклотронная частота. Длины волн этих неустойчивостей, как правило, много больше дебаевского радиуса, поэтому колебания можно считать квазинейтральными.

В настоящей работе указанные неустойчивости рассматриваются на основе системы уравнений Власова—Максвелла с учетом неадиабатичности возмущенных функций распределения как ионов, так и электронов. Силовые линии полоидального магнитного поля не перекрещиваются, поэтому для анализа неустойчивостей может быть использован локальный подход.

При анализе ДН в FRC необходимо рассматривать полностью электромагнитную систему уравнений, так как давление плазмы предельно высоко ( $\beta_0 \sim 1$ ). Для предварительного анализа ряд общих свойств ДН рассмотрен в рамках электростатического приближения, которое для FRC соответствует условиям на границе плазмы.

### Электростатические моды в однородном магнитном поле

Однородное магнитное поле означает, что  $\beta = 0$  и нет кривизны. При  $\beta \rightarrow 0$  применимо электростатическое приближение, в рамках которого дисперсионное уравнение получается из условия квазинейтральности  $\sum_{j=i,e} q_j n_j \sim = 0$ . Такое уравнение с учетом неадиабатичности ионов и электронов рассматривалось в работе [18]. Если использовать для  $n_i \sim$  и  $n_e \sim$  выражения, полученные в [19] с учетом продольных сдвиговых течений ионного и электронного компонентов плазмы, то из условия квазинейтральности следует дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} & 1 + \left[ 1 - \frac{\omega_{*e}}{\omega} \left( 1 - \frac{3}{2} \eta_e \right) \right] \xi_e Z(\xi_e) \Gamma_0(b_e) + \\ & + \frac{\omega_{*e}}{\omega} \frac{L_{ne}}{L_{ue}} \frac{2u_{0||e}}{v_{Te}} \xi_e [1 + \xi_e Z(\xi_e)] \Gamma_0(b_e) - \\ & - \frac{\omega_{*e}}{\omega} \eta_e \xi_e [\xi_e + \xi_e^2 Z(\xi_e)] \Gamma_0(b_e) - \\ & - \frac{\omega_{*e}}{\omega} \eta_e \xi_e Z(\xi_e) \Gamma_0(b_e) - \\ & - \frac{\omega_{*e}}{\omega} \eta_e \xi_e Z(\xi_e) b_e [\Gamma_1(b_e) - \Gamma_0(b_e)] = \\ & = -\tau \left\{ 1 + \left[ 1 + \frac{\omega_{*i}}{\omega} \left( 1 - \frac{3}{2} \eta_i \right) \right] \xi_i Z(\xi_i) \Gamma_0(b_i) - \right. \\ & - \frac{\omega_{*i}}{\omega} \frac{L_{ni}}{L_{ui}} \frac{2u_{0||i}}{v_{Ti}} \xi_i [1 + \xi_i Z(\xi_i)] \Gamma_0(b_i) + \frac{\omega_{*i}}{\omega} \eta_i \xi_i \times \\ & \times [\xi_i + \xi_i^2 Z(\xi_i)] \Gamma_0(b_i) + \frac{\omega_{*i}}{\omega} \eta_i \xi_i Z(\xi_i) \Gamma_0(b_i) + \\ & \left. + \frac{\omega_{*i}}{\omega} \eta_i \xi_i Z(\xi_i) b_i [\Gamma_1(b_i) - \Gamma_0(b_i)] \right\}, \end{aligned} \tag{1}$$

где  $\omega$  — комплексная частота волны;

$$\tau = T_e / T_i;$$

$$\eta_e = L_n / L_{Te};$$

$$\eta_i = L_n / L_{Ti};$$

$$L_{Te} = -T_e / \nabla_{\perp} T_e;$$

$$L_{Ti} = -T_i / \nabla_{\perp} T_i;$$

$$L_{ui} = -u_{0zi} / \nabla_{\perp} u_{zi}; \quad L_{ue} = -u_{0ze} / \nabla_{\perp} u_{ze};$$

$u_{zi}$  и  $u_{ze}$  — скорости течений ионного и электронного компонентов вдоль силовых линий магнитного поля, соответственно;

$u_{0zi}$  и  $u_{0ze}$  — значения скоростей на рассматриваемой поверхности;

$$\Gamma_n(b) = I_n(b) \exp(-b);$$

$I_n(b)$  — модифицированные функции Бесселя;

$$b_i = k_{\perp}^2 \rho_{Ti}^2; \quad b_e = k_{\perp}^2 \rho_{Te}^2;$$

$$Z(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-u^2}}{u - \xi} du \quad \text{— плазменная дисперсионная функция аргумента } \xi_i = \frac{\omega}{k_{\parallel} \sqrt{2k_B T_i / m_i}} \text{ или}$$

$$\xi_e = \frac{\omega}{k_{\parallel} \sqrt{2k_B T_e / m_e}};$$

$k_{\parallel}$  — продольное волновое число;

$m_i$  и  $m_e$  — массы иона и электрона, соответственно.

Отметим, что в данном случае плазменная дисперсионная функция рассчитывалась численно, не прибегая к разложениям в ряды для предельных случаев малых ( $|\xi| \ll 1$ ) и больших ( $|\xi| \gg 1$ ) аргументов.

Как показали расчеты, приближение малых аргументов дает практически приемлемую точность при  $|\xi| \ll 0,1$ , больших — при  $|\xi| > 2$ .

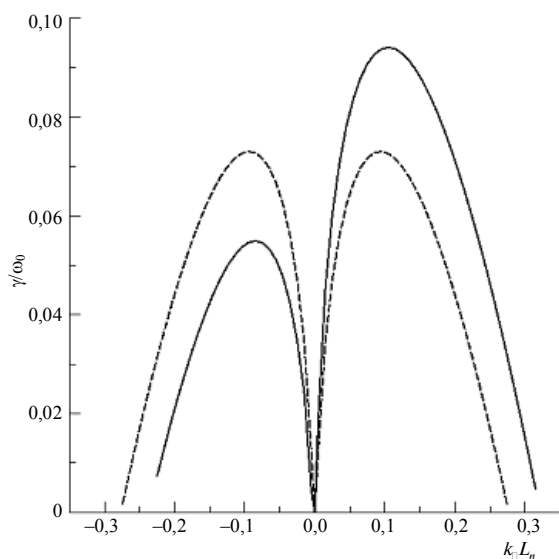
При отсутствии сдвиговых течений дисперсионное уравнение (1) обладает определенной симметрией. Так, например, оно остается неизменным при замене  $k_{\parallel}$  на  $-k_{\parallel}$ . Примеры зависимостей инкремента  $\gamma = \text{Im}(\omega)$  и действительной частоты  $\omega_R = \text{Re}(\omega)$  приведены на рис. 2.

В качестве масштаба используется величина  $\omega_0 = k_B T_i / (e B L_n \rho_{Ti})$ . При физически реализуемых значениях параметра сдвига значения инкремента изменяются несильно по сравнению со случаем без сдвига, при этом в одном диапазоне волновых чисел  $k_{\parallel}$  инкремент уменьшается, в другом — увеличивается.

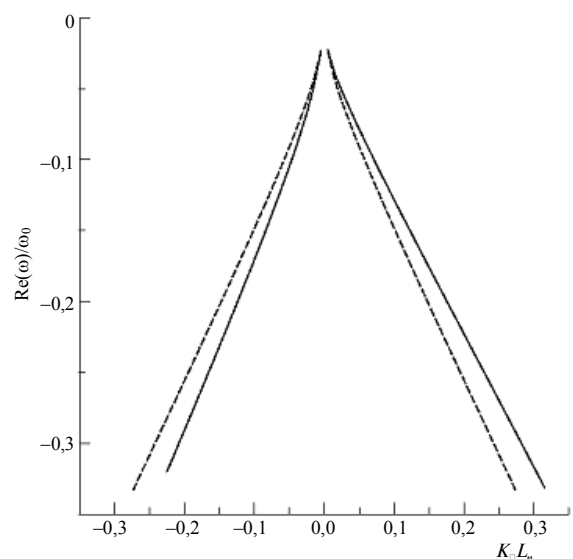
При характерных параметрах *ITG* ( $|\omega| \sim \omega_{*i}$ ,  $k_{\perp} \sim 1/\rho_{Ti}$ ) для электронов  $Z(\xi_e) \rightarrow 0$ . В *ETG*-пределе  $|\omega| \sim \omega_{*e}$ ,  $k_{\perp} \sim 1/\rho_{Te}$  и  $Z(\xi_i) \rightarrow 0$ . Дисперсионные уравнения, соответствующие двум указанным пределам, и их решения обладают изоморфизмом, который заключается в том, что от *ITG*-решения можно перейти к *ETG*-решению посредством следующих замен:  $\eta_i$  на  $\eta_e$ ,  $\tau$  — на  $1/\tau$ ,  $\omega_R/\omega_{*i}$  — на  $-\omega_R/\omega_{*e}$ ,  $\gamma/\omega_{*i}$  — на  $\gamma/\omega_{*e}$ ,  $k_{\perp} \rho_{Ti}$  — на  $k_{\perp} \rho_{Te}$ .

При  $\eta_i \approx \eta_e$  условно можно считать, что область  $k_{\perp} \rho_{Ti} \lesssim 1$  соответствует *ITG*-пределу, область  $k_{\perp} \rho_{Te} \gtrsim 1$  — *ETG*-пределу.

Так как для *ITG*  $\text{Re}(\omega) < 0$ , для *ETG*  $\text{Re}(\omega) > 0$ , то в качестве граничного можно принять значение  $k_{\perp}$ , в окрестности которого  $\text{Re}(\omega)$  меняет знак на противоположный. Положение диапазонов поперечного волнового числа  $k_{\perp}$ , соответствующих ионной и электронной модам при  $\eta_i \approx \eta_e$ , исследовалось в специальной серии расчетов. В частности, при  $\tau = 1$ ,  $\eta_e = \eta_i = 2$  в диапазоне  $k_{\perp} \rho_{Ti} < 6$  решение полного дисперсионного уравнения практически совпадает с решением для ионной моды, в диапазоне  $k_{\perp} \rho_{Ti} > 9$  — с решением для электронной моды.



а



б

Рис. 2. Безразмерные:

а — инкремент; б — действительная частота с продольным сдвиговым течением ионов (—) и без течения (- - - -) при  $k_{\perp} \rho_{Ti} = 1$ ,  $\eta_i = \eta_e = 2$ ,  $\tau = 1$ . Параметр сдвига  $(L_n/L_{ui})(2u_{0i}/v_{Ti}) = 0,5$

Отметим важное свойство мод в однородном магнитном поле:  $\gamma \rightarrow 0$  при  $k_{\parallel} \rightarrow 0$ . Неустойчивость может развиваться в диапазоне продольных волновых чисел, ограниченном сверху некоторым значением  $k_{\parallel b}$ . С другой стороны, продольное волновое число должно удовлетворять условию

$$\frac{k_{\parallel}L}{2\pi} = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (2)$$

где  $L$  — длина силовой линии.

Если мода с  $k_{\parallel} = 0$  устойчива, то в плазменной конфигурации конечных размеров неустойчивость будет развиваться, если  $k_{\parallel b}L_n > 2\pi L_n/L$ . В случае, например, открытой ловушки условие (2) следует записывать в виде  $k_{\parallel}L/\pi = 1, 2, 3, \dots$ , где  $L$  — длина плазмы в ловушке, тогда условие стабилизации конечной длиной будет  $k_{\parallel b}L_n > \pi L_n/L$ . Это же условие следует использовать, если в ловушке с замкнутыми силовыми линиями область неустойчивости ограничена размером  $L$  вдоль силовых линий магнитного поля.

Примеры расчета граничного значения безразмерного продольного волнового числа приведены на рис. 3 для условий FRC-экспериментов ( $\eta_e \sim 1, \eta_i \ll 1, \tau = 0,1-0,5$ ). Например, если  $2\pi L_n/L = 10$ , то для условий рис. 3 реализуется стабилизация всех мод. Ориентируясь на размеры несильно вытянутых FRC, нижнюю границу неустойчивости можно оценить как  $2\pi L_n/L \sim 0,3$ . На рис. 3 условная нижняя граница показана пунктирной линией, в соответствии с которой неустойчивость может развиваться при  $k_{\perp} \rho_{Ti} > 10$ .

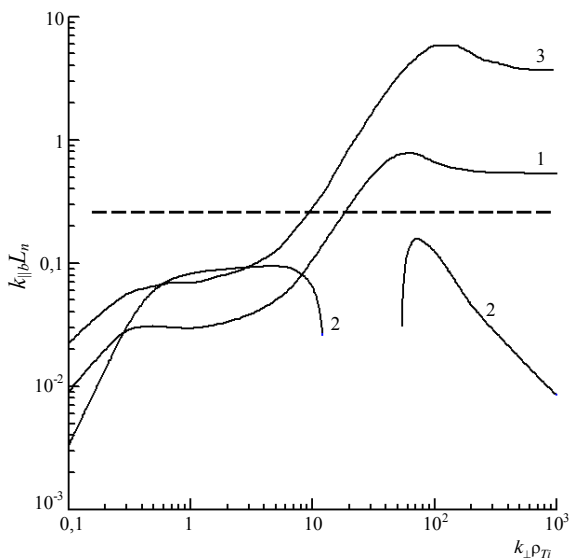


Рис. 3. Граничные значения безразмерного продольного волнового числа  $k_{\parallel}L_n$  для мод с различными  $k_{\perp}\rho_{Ti}$ :  
 1 —  $\eta_e = 2, \eta_i = 0,1, \tau = 0,5$ ; 2 —  $\eta_e = 1, \eta_i = 0,1, \tau = 0,5$ ;  
 3 —  $\eta_e = 2, \eta_i = 0,1, \tau = 0,1$

### Электромагнитные дрейфовые неустойчивости при высоких $\beta$

Рассмотрим ITG, ETG и неустойчивость, связанную с градиентом плотности плазмы для случая сильно неоднородного магнитного поля (высокие  $\beta$ , кривизна). Используем локальные декартовы координаты:  $x$  направлена против градиентов (от центральных областей плазмы к периферии),  $z$  — вдоль силовых линий магнитного поля,  $y$  — перпендикулярно  $x$  и  $z$ . Эффекты, связанные с кривизной силовых линий магнитного поля в рамках такого подхода, учитываются в выражениях для скоростей дрейфа частиц в неоднородном магнитном поле.

В общем случае соответствующие исходные уравнения имеют достаточно сложный вид [20—26]. Например, для условий геометрии токамака решение уравнение Власова и дисперсионное уравнение электромагнитных ДН были рассмотрены в [21] с учетом адиабатических инвариантов в тороидальном магнитном поле. Аналогичное дисперсионное уравнение применительно к токамаку рассматривалось также в [22], а соответствующие численные результаты представлены в [27—29] для  $\beta_0 \sim 0,03$ .

Исходная система уравнений Власова–Максвелла включает линеаризованные уравнения Власова для возмущенных функций распределения частиц каждого сорта, уравнение квазинейтральности и закон Ампера

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla + \frac{q_j}{m_j} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} \right] f_{1j} =$$

$$= -\frac{q_j}{m_j} (\mathbf{E}^{\sim} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}^{\sim}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{0j},$$

$$\sum_j q_j \int f_{1j} d^3v = 0,$$

$$\nabla \times \mathbf{B}^{\sim} = \mu_0 \sum_j q_j \int \mathbf{v} f_{1j} d^3v,$$

- где  $\mathbf{v}$  — скорость частицы (независимая переменная, переменная интегрирования);
- $q_j$  и  $m_j$  — заряд и масса частицы сорта  $j$  ( $j = i, e$ );
- $f_{1j}$  — возмущенная часть функции распределения;
- $f_{0j}$  — невозмущенная функция распределения;
- $\mathbf{B}$  — статическое (невозмущенное) магнитное поле в плазме;
- $\mathbf{E}^{\sim}$  — электрическое поле волны;
- $\mathbf{B}^{\sim}$  — магнитное поле волны;
- $\mathbf{k}$  — волновой вектор.

Электромагнитное поле волны будем характеризовать скалярным потенциалом  $\phi$  и векторным —  $\mathbf{A}$ ,

такими, что  $\mathbf{E}^{\sim} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}$ ,  $\mathbf{B}^{\sim} = \nabla \times \mathbf{A}$ . Используем кулоновскую калибровку  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ . Тогда с учетом того, что в локальном приближении  $\partial/\partial x = 0$  (или  $k_x = 0$ ), запишем  $A_y = -k_z A_z / k_y$ . Так как для дрейфовых волн  $k_z / k_y \ll 1$ , то  $|A_y| \ll |A_z|$ . Поперечная по отношению к внешнему магнитному полю  $\mathbf{B}$  составляющая магнитного поля волны  $\mathbf{B}_{\perp}^{\sim}$  характеризуется продольной компонентой векторного потенциала  $A_{\parallel}$ , а продольная  $B_{\parallel}^{\sim}$  — поперечной компонентой  $A_{\perp} \approx A_x$ .

Используем обозначения:  $\perp$  — поперечная по отношению к  $\mathbf{B}_0$  составляющая вектора;  $\parallel$  — продольная составляющая. В указанных обозначениях  $k_y = k_{\perp}$ ,  $k_z = k_{\parallel}$ .

Примем линейную зависимость невозмущенной функции распределения от координат  $f_{0j}(\mathbf{v}, x) = f_{Mj}(\mathbf{v})(1 - \varepsilon_j x)$ , где  $f_{Mj}(\mathbf{v})$  — максвелловская функция при  $x = 0$ ,  $\varepsilon_j = -\frac{1}{f_{0j}} \frac{\partial f_{0j}}{\partial x} \Big|_{x=0}$ .

Уравнение Власова решается методом интегрирования по невозмущенным траекториям [30]. После соответствующих преобразований уравнение квазинейтральности и проекции закона Ампера принимают вид [21, 23, 24, 26]

$$\sum_j \int \left[ \frac{q_j \Phi}{k_B T_j} f_{Mj} + h_j J_0(\Lambda_j) \right] d^3 v = 0; \quad (3)$$

$$k_{\perp} B_{\parallel}^{\sim} = -\mu_0 \sum_j q_j n_j \int h_j J_1(\Lambda_j) v_{\perp} d^3 v; \quad (4)$$

$$k_{\perp}^2 A_{\parallel} = \mu_0 \sum_j q_j n_j \int h_j J_0(\Lambda_j) v_{\parallel} d^3 v, \quad (5)$$

где  $j = i, e$  — сорт частиц;

$T_j$  — температура;

$J_0(\Lambda_j)$ ,  $J_1(\Lambda_j)$  — функции Бесселя аргумента  $\Lambda_j = k_{\perp} v_{\perp} / \omega_{cj}$ ;

$v_{\perp}$  — поперечная компонента скорости частицы;

$v_{\parallel}$  — продольная компонента скорости частицы;

$\omega_{cj}$  — циклотронная частота;

$$h_j = \left( \frac{\omega + \bar{\omega}_{*j}}{\omega + \omega_{Dj} - k_{\parallel} v_{\parallel}} \right) \left[ (\varphi - v_{\parallel} A_{\parallel}) J_0(\Lambda_j) - \frac{v_{\perp} B_{\parallel}^{\sim}}{k_{\perp}} J_1(\Lambda_j) \right] \times$$

$\times \left( \frac{q_j f_{Mj}}{k_B T_j} \right)$  — неадиабатическая составляющая воз-

мущенной функции распределения;

$\omega_{Dj} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_{Dj}$  — дрейфовая частота;

$\mathbf{V}_{Dj}$  — скорость дрейфа частицы, связанного с градиентом магнитного поля и кривизной магнитных силовых линий;

$$\omega_{*j} = \omega_{*j} \times \left[ 1 + \eta_j \left( \frac{m_j v^2}{2k_B T_j} - \frac{3}{2} \right) \right];$$

$$\omega_{*j} = k_{\perp} \frac{k_B T_j}{q_j B L_{nj}} \quad \text{— частота диамагнитного}$$

дрейфа;

$$\eta_j = L_{nj} / L_{Tj};$$

$$L_{nj} = -n_j / \nabla_{\perp} n_j;$$

$$L_{Tj} = -T_j / \nabla_{\perp} T_j;$$

$n_j$  — невозмущенная концентрация; для ионов  $\omega_{*j} > 0$ , для электронов  $\omega_{*e} < 0$ .

В рассматриваемой нами задаче дрейфовая частота может быть записана в виде

$$\omega_{Dj} = \omega_{*j} \frac{m_j}{k_B T_j} \left( \frac{L_{nj}}{R} v_{\parallel}^2 - \frac{L_{nj}}{L_B} \frac{v_{\perp}^2}{2} \right),$$

где  $L_B = B_{pl} / \nabla_{\perp} B_{pl}$ ;

$1/R$  — средняя на траектории частицы кривизна магнитной силовой линии (в общем случае зависит от соотношения между компонентами скорости частицы).

Масштабы градиентов концентрации и магнитной индукции связаны соотношением

$$\frac{1}{L_B} = \sum_j \frac{(1 + \eta_j) \beta_j}{2L_{nj}},$$

где  $\beta_j = 2\mu_0 n_j k_B T_j / B^2$  — относительное давление (параметр бета)  $j$ -го компонента, вычисленное по локальному значению индукции магнитного поля в плазме  $B$ .

Локальные бета могут принимать значения от нуля до бесконечности (в области нулевого магнитного поля). Так как  $B = B_e \sqrt{1 - \beta_0}$ , величины  $\beta$  и  $\beta_0$  связаны следующим образом:

$$\beta = \sum_j \beta_j = \frac{\beta_0}{1 - \beta_0}.$$

Из (3)—(5) следует система линейных алгебраических уравнений относительно  $\varphi$ ,  $B_{\parallel}^{\sim}$  и  $A_{\parallel}$ . Дисперсионное уравнение представляет собой равенство нулю определителя этой системы.

При умеренных значениях  $\beta_0$  обычно учитывается только продольная компонента векторного потенциала. В этом случае используется система

уравнений, включающая возмущение функции распределения, уравнение квазинейтральности и параллельную проекцию закона Ампера. На рис. 4 приведено сравнение решения полного электромагнитного дисперсионного уравнения с решениями, полученными с учетом только параллельной проекции закона Ампера и без учета векторного потенциала (электростатический предел). В последнем случае рассматривалось только условие квазинейтральности, но учитывались скорости дрейфа частиц в неоднородном магнитном поле. Также на рис. 4 пунктиром показано решение для случая  $\beta_0 = 0$  (магнитное поле однородно). В этом случае результаты трех указанных приближений совпадают. При  $\beta_0 = 0,05$  можно видеть

заметное расхождение решений (см. рис. 4). Отметим, что из-за магнитного дрейфа  $\gamma \neq 0$  при  $k_{||} = 0$ , что является существенным отличием от случая электростатических мод в однородном магнитном поле.

На рис. 5 показаны примеры зависимостей инкремента от  $\beta_0$ . Как можно видеть, характер таких зависимостей неоднозначен и зависит от диапазона  $k_{\perp}$ . С другой стороны, известно, что в длинноволновом диапазоне при достаточно высоких значениях  $\beta_0$  инкременты ДН снижаются и возможна стабилизация [5]. Например, в [31] для "универсальной" ДН было определено критическое значение  $\beta_{cr} \approx 0,14$ , соответствующее стабилизации.

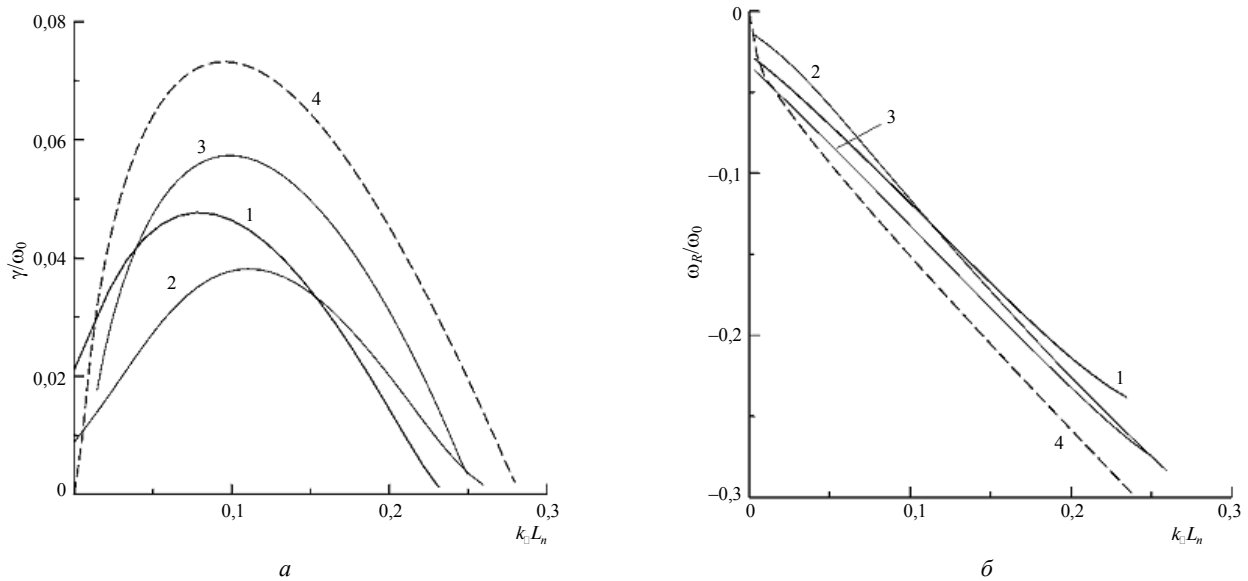


Рис. 4. Инкременты (а) и действительные частоты (б) при  $k_{\perp} \rho_{Ti} = 1$ ;  $\tau = 1$ ;  $\eta_i = \eta_e = 2$ ;  $\beta_0 = 0,05$  (1—3) и  $\beta_0 = 0$  (4): 1 — решение полного электромагнитного дисперсионного уравнения; 2 — решение редуцированного электромагнитного уравнения; 3 — решение в электростатическом пределе; 4 — при  $\beta_0 = 0$  все три решения совпадают

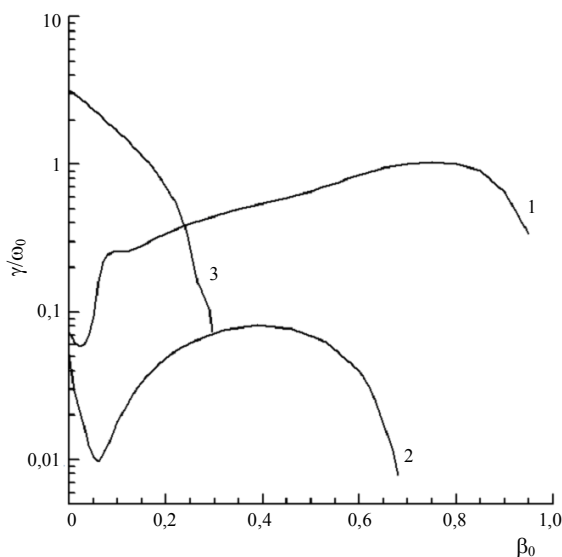


Рис. 5. Инкременты в зависимости от  $\beta_0$  при  $\tau = 1$ ,  $\eta_i = \eta_e = 2$ :  
 1 —  $k_{\perp} \rho_{Ti} = 1$ ,  $k_{||} L_n = 0,1$ ; 2 —  $k_{\perp} \rho_{Ti} = 5$ ,  $k_{||} L_n = 0,07$ ;  
 3 —  $k_{\perp} \rho_{Ti} = 43$  ( $k_{\perp} \rho_{Te} = 1$ ),  $k_{||} L_n = 0,1$

### Дрейфовые неустойчивости в FRC при $\beta_0 \sim 1$

Решения дисперсионного уравнения для электромагнитных мод зависят от следующих независимых параметров:  $k_{\parallel}$ ,  $k_{\perp}$ ,  $\beta_0$ ,  $L_n/R$ ,  $\eta_i$ ,  $\eta_e$ ,  $\tau = T_e/T_i$ . В результате расчетов электромагнитных мод в FRC были установлены существенные отличия в характере зависимости инкремента от указанных параметров в длинноволновом ( $k_{\perp}\rho_{Ti} \sim 1$ ) и коротковолновом ( $1/\rho_{Ti} \ll k_{\perp} \lesssim 1/\rho_{Te}$ ) диапазонах. Для длинноволнового диапазона характерно то, что инкремент слабо изменяется в широком диапазоне  $k_{\parallel}$ , а максимум инкремента приходится на значения  $k_{\parallel}$ , близких к нулю. В этом случае условие стабилизации конечной длиной трудно выполнимо, а для оценки характерных инкрементов и частот можно рассматривать моды с  $k_{\parallel} = 0$ ; при  $k_{\perp}\rho_{Ti} \gg 1$ , напротив, неустойчивость имеет место в ограниченном диапазоне значений  $k_{\parallel}$ . Причем моды с  $k_{\parallel} = 0$  могут быть устойчивыми. В таких случаях условие стабилизации конечной длиной может полностью исключить неустойчивость при тех  $k_{\perp}$ , при которых моды с  $k_{\parallel} = 0$  устойчивы.

Расчеты показали, что при  $1/\rho_{Ti} \ll k_{\perp} \lesssim 1/\rho_{Te}$  и  $\eta_i \ll 1$  неустойчивость имеет место в достаточно узких диапазонах изменения параметров  $L_n/R$ ,  $\eta_e$  и  $\tau$ . Дрейфовую неустойчивость при  $k_{\perp} \lesssim 1/\rho_{Ti}$  можно классифицировать как длинноволновую ETG-неустойчивость или LWETG (Long Wave ETG). При характерных для FRC параметрах ( $\beta_0 \approx 0,6$ ;  $L_n/R \sim 0,1$ ;  $\eta_e \sim 1$ ;  $\eta_i \sim 0$ ;  $\tau \sim 0,5$ ) LWETG-моды неустойчивы в диапазоне  $k_{\perp}\rho_{Ti} \lesssim 2$ , в FRC, видимо,  $L_n/R \sim 0,1$ . Согласно результатам расчетов такая небольшая кривизна практически не влияет на LWETG-моды. При высоких  $\beta_0$  рассматриваемая неустойчивость развивается, если  $\beta_0 > \beta_{cr}$ , где  $\beta_{cr} \sim 0,1$  — некоторое критическое значение.

В наших расчетах для  $k_{\perp}\rho_{Ti} \lesssim 2$  неустойчивость в FRC была найдена в широких диапазонах параметров  $\beta_0$ ,  $L_n/R$ ,  $\eta_i$ ,  $\eta_e$ ,  $\tau$ . Для  $1/\rho_{Ti} \ll k_{\perp} \lesssim 1/\rho_{Te}$  решения для неустойчивых мод были получены только при определенных условиях, которые приблизительно соответствуют условиям в FRC, но при небольших изменениях параметров неустойчивость исчезает. Возможно, ситуация близка к границе устойчивости. Согласно результатам расчетов, характерные параметры LWETG в FRC при высоких  $\beta_0$  следующие:  $k_{\perp}\rho_{Ti} \sim 1$ ;  $\gamma \sim \omega_R \sim \omega_0$ .

Проанализируем экспериментальные данные о коротковолновых колебаниях, полученные А. В. Карлсоном на установке TRX-2 [16]. Параметры FRC в указанных экспериментах следующие: температура электронов  $T_e = 100$  эВ, ионов  $T_i = 150\text{--}400$  эВ,

радиус сепаратрисы  $a = 4\text{--}6$  см, длина сепаратрисы  $l_s = 40\text{--}80$  см, магнитное поле внешних катушек  $B_{ext} = 0,6\text{--}1$  Тл, магнитное поле на сепаратрисе  $B_s \approx 0,6B_{ext}$ , отношение среднего ионного циклотронного радиуса к масштабу градиента концентрации вблизи сепаратрисы  $\rho_{Ti}/L_n = 0,3\text{--}0,8$ .

Измерения колебаний проводились в диапазонах волновых чисел  $k_{\perp} = 30\text{--}240$  см<sup>-1</sup> и частот  $\nu = 10\text{--}300$  МГц, в которых, как отмечают авторы, должна существовать нижнегибридная дрейфовая (LHD) неустойчивость.

Максимальный уровень колебаний в экспериментах Карлсона был зафиксирован в частотном канале  $\nu = 10\text{--}40$  МГц. Отношение флуктуаций концентрации электронов к концентрации электронов на сепаратрисе в этом канале составляли  $\delta n_e/n_e \sim 10^{-4}$ . В связи с такими низкими амплитудами Карлсон предположил, что существует механизм стабилизации LHD. В его работе [16] обсуждается несколько возможных механизмов, но какого-либо однозначного вывода на этот счет он не делает. Однако можно утверждать, что в этих экспериментах транспорт не связан с LHD-неустойчивостью или другими неустойчивостями в тех же диапазонах длин волн и частот.

Необходимо обратить внимание на то, что максимум колебаний был зафиксирован в диапазоне частот около нижней границы измерений  $\nu = 10$  МГц, а соответствующий сигнал на порядок превышал сигнал во всех каналах с  $\nu > 40$  МГц. Можно предположить, что спектр амплитуд имеет спадающий характер, тогда уровень амплитуд колебаний с частотами  $\nu < 10$  МГц может достигать  $10^{-3}\text{--}10^{-2}$ , и транспорт может объясняться колебаниями с относительно низкими частотами.

Для условий экспериментов Карлсона на TRX-2 оценим  $v_{Ti} \sim 10^5$  м/с;  $\rho_{Ti} \sim 0,5$  см;  $L_n \sim 1$  см; скорость диамагнитного дрейфа ионов  $v_{*i} \sim 0,5 \cdot 10^5$  м/с;  $\omega_0 = v_{*i}/\rho_{Ti} \sim 10^7$  рад/с ( $\nu_0 \sim 1$  МГц);  $\omega_{ci} \sim 10^8$  рад/с. Тогда диапазону  $k_{\perp} = 30\text{--}240$  см<sup>-1</sup> соответствуют значения  $k_{\perp}\rho_{Ti} \sim 10\text{--}100$  и длины волн  $\lambda \lesssim \rho_{Te}$ .

В условиях экспериментов на TRX-2 отношения частот  $\omega/\omega_{ci} \sim 1$  для рассматриваемых ETG-мод с  $k_{\perp}\rho_{Ti} \gg 1$  и  $\omega/\omega_{ci} \gg 1$  — для LHD-мод. Поэтому нельзя напрямую сравнить полученные авторами результаты для дрейфовых волн с данными измерений в плазме TRX-2. Относительно волн с  $k_{\perp}\rho_{Ti} \gg 1$  в FRC пока можно лишь утверждать, что при  $\omega/\omega_{ci} \gg 1$  неустойчивость не была обнаружена экспериментально, а при  $\omega/\omega_{ci} \ll 1$  численные расчеты допускают развитие неустойчивости при некоторых сочетаниях параметров. Неустойчивость при  $\omega/\omega_{ci} \sim 1$  для FRC, видимо, должна



стать предметом дальнейших исследований. Для качественного анализа транспорта можно рассмотреть результаты, полученные для LWETG-мод.

### Заключение

В результате численного анализа были обнаружены некоторые особенности бесстолкновительных дрейфовых неустойчивостей при  $\beta_0 \sim 1$ . В частности, инкременты температурно-градиентных неустойчивостей (ITG, ETG) при  $\beta_0 > 0,1$  увеличиваются. Дальнейшие исследования дрейфовых неустойчивостей в FRC и других магнитных ловушках с  $\beta_0 \sim 1$  и полоидальным магнитным полем, на наш взгляд, полезны при моделировании перспективных режимов таких систем и поиске возможностей снижения транспорта. При этом значения характерных длин волн и инкрементов могут быть использованы для оценок транспортных потоков частиц и энергии.

Для обращенной магнитной конфигурации (FRC) были найдены ранее не обсуждаемые неустойчивые дрейфовые моды с  $k_{\perp} \sim 1/\rho_{Ti}$  при  $\eta_e \sim 1$  и  $\eta_i = 0$ , которые можно назвать LWETG (длинно-волновые ETG). Их характерные частоты и инкременты  $\omega_R \sim \gamma \sim \omega_0 = k_B T_i / (e B L_n \rho_{Ti})$ .

На основе данных о параметрах этих мод можно в дальнейшем построить модель транспорта в FRC. Следует отметить, что полученный результат соответствует современным экспериментам на относительно больших установках FRC. Для анализа транспорта в FRC-установках малых размеров, видимо, необходимо рассматривать дрейфовоциклотронные волны. Кроме того, для построения наиболее полной модели транспорта в FRC, вызываемого дрейфовыми неустойчивостями, в рамках сформулированной модели можно проанализировать моды при  $\eta_e = \eta_i = 0$  в области  $\beta_0 \sim 1$ .

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 08-08-00459-а) и программы грантов Президента РФ (грант МК-2082.2008.8).

### Литература

1. Церковников Ю. А. // ЖЭТФ. 1957. Т. 32. № 1. С. 67—74.
2. Рудаков Л. И., Сагдеев Р. 3. // ДАН СССР. 1961. Т. 138. № 3. С. 581—583.
3. Кадомцев Б. Б., Тимофеев А. В. // Там же. 1962. Т. 146. № 3. С. 581—584.
4. Кролл Н. Дрейфовые волны: В кн. Успехи физики плазмы. Физика высокотемпературной плазмы/ Под ред. А. Саймона и У. Томпсона. — М.: Мир, 1972. С. 112, 213.
5. Михайловский А. Б. Неустойчивости плазмы. — М.: Атомиздат, 1977.
6. Tang W. M. // Nucl. Fusion. 1978. V. 18. P. 1089—1160.
7. Horton W. // Rev. Mod. Phys. 1999. V. 71. P. 735—778.
8. Куртмуллаев Р. Х., Малютин А. И., Семенов В. Н. Компактный тор // Итоги науки и техники. Сер. Физика плазмы. — М.: ВИНТИ, 1985. Т. 7. С. 80—135.
9. Tuszewski M. // Nucl. Fusion. 1988. V. 28. P. 2033—2092.
10. Krall N. A. // Phys. Fluids. 1989. V. B 1. No. 9. P. 1811—1817.
11. Krall N. A. // Ibid. 1987. V. 30. No. 3. P. 878—883.
12. Sobehart J. R., Farengo R. // Ibid. V. B2. No. 12. 1990. P. 3206—3208.
13. Davidson R. C., Krall N. A. // Nucl. Fusion. 1977. V. 17. P. 1313—1371.
14. Krall N. A. // Phys. Fluids. 1989. V. B 1. №11. P. 2213—2216.
15. Huba J. D., Drake J. F., Gladd N. T. // Ibid. 1980. V. 23. No. 3. P. 552—561.
16. Carlson A. W. // Ibid. 1987. V. 30. No. 5. P. 1497—1509.
17. Okada S., Ueki S., Himura H. et al. // Fusion Technol. 1995. V. 27. No. 1T. P. 341—344.
18. Хвезюк В. И., Чирков А. Ю. // Вестник МГТУ. Сер. Естественные науки. 2009. № 1.
19. Artun M., Tang W. M. // Phys. Fluids. 1992. V. B4. P. 1102—1114.
20. Hastings D. E., McCune J. E. // Ibid. 1982. V. 25. P. 509—517.
21. Horton W. // Ibid. 1983. V. 26. P. 1461—1466.
22. Pu Y.-K., Migliuolo S. // Ibid. 1985. V. 28. P. 1722—1726.
23. Aydemir A. Y., Berk H. L., Mirnov V., Pogutse O. P., Rosenbluth M. N. // Ibid. 1987. V. 30. P. 3083—3092.
24. Tsang K. T., Cheng C. Z. // Ibid. 1991. V. B3. P. 688—695.
25. Artun V., Tang W. M. // Phys. Plasmas. 1994. V. 1. P. 2682—2692.
26. Jenko F., Dorland W., Kotschenreuter V., Rogers B. N. // Ibid. 2000. V. 7. P. 1904—1910.
27. Gao Z., Dong J. Q., Liu G. J., Ying C. T. // Ibid. 2001. V. 8. P. 4080—4089.
28. Gao Z., Dong J. Q., Liu G. J., Ying C. T. // Ibid. P. 28232816.
29. Liu S., Kong W., Hu B., Liu F., Dong J., Gao Z. // Ibid. 2009. V. 16. P. 012302.
30. Кролл Н., Трайвелтус А. Основы физики плазмы. — М.: Мир, 1975.
31. Huba J. D., Gary S. P. // Phys. Fluids. 1982. V. 25. P. 1821—1823.

Статья поступила в редакцию 2 июля 2009 г.

## Features of collisionless drift instabilities in poloidal magnetic configurations

V. I. Khvesyuk, A. Yu. Chirkov

Bauman Moscow State Technical University, 5, 2-nd Bauman str., 105005, Moscow, Russia  
E-mail: alexxeich@mail.ru

Results of the numerical analysis of collisionless drift instabilities with reference to magnetic configurations with a pure poloidal magnetic field are presented. Considered are the instabilities,

---

*connected with gradients of ion and electron temperatures, and also density of plasma, in a wide range of wave numbers. Formulated is the electromagnetic model in view of final pressure of plasma and curvature of magnetic power lines for configurations with a non-uniform magnetic field.*

PACS: 52.35.Kt; 52.55.Lf

*Keywords:* plasma, drift instability, magnetic configuration, density, pressure.

---

**Хвесьюк Владимир Иванович**, профессор, зав. кафедрой  
**Чирков Алексей Юрьевич**, доцент  
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, МГТУ им. Н. Э. Баумана  
Тел. 8-499-263-65-70; E-mail: alexxheich@mail.ru