

УДК 536.21

## Определение эффективных коэффициентов теплопроводности сложноармированных пенопластмасс

А. П. Янковский

*Предложена модель теплопроводности пространственно армированной пенопластмассы (ПП). Показано, что на основе полученных уравнений можно определить градиенты температур и тепловые потоки во всех фазах композиции, используя известное осредненное поле температур в композите. Проведено сравнение расчетных значений эффективных коэффициентов теплопроводности однонаправлено и пространственно армированных ПП.*

PACS: 81.05.-t

*Ключевые слова:* модель, армированная пенопластмасса, уравнения, теплопроводность.

### Введение

В самолетостроении и других областях техники в последние десятилетия широко применяются слоистые конструкции с наполнителем. В качестве последних используются пенопластические массы — неармированные и армированные пластинками или проволокой, а также разного рода ребристые конструкции (сотовые, складчатые, типа гофра и др.).

Возможности ПП как легких наполнителей значительно расширяются, если использовать их в виде армированных слоистых структур, представляющих собой пенопласты с прослойками конструкционных материалов (металл, фанера и др.), чаще всего в виде полос [1].

Использование современных ПП (например, вспенивающихся) дает возможность создавать такие типы наполнителей, в которых полости в ребристых конструкциях (сотовых, складчатых и др.) заполнены пенопластической массой. Подобные наполнители благодаря наличию в них ПП обладают хорошими вибрационными характеристиками, так как пенопластическая масса работает как демпфер и обеспечивает высокий градиент затухания колебаний. Кроме того, ПП, заполняющая полости ребристой конструкции, обеспечивает лучшую совместную работу элементов этой конструкции, поддерживает их и препятствует потере их устойчивости при сжатии и сдвиге, что во многом определяет жесткостные и прочностные харак-

теристики наполнителей типа сотовых, складчатых и т. п. [2]. Подобные конструкции наполнителей можно рассматривать как ПП со сложными (пространственными) структурами армирования.

Так как используемые в авиастроении слоистые конструкции с наполнителем в процессе эксплуатации могут испытывать интенсивные тепловые воздействия, то актуальной является проблема расчета температурных полей в элементах таких конструкций, в частности, в наполнителе. В связи с этим целью настоящей работы является построение модели теплофизического поведения ПП со сложным пространственным армированием, позволяющей определять эффективные коэффициенты теплопроводности эквивалентного композитного материала.

### Теплофизическая модель пенопластмассы, сложно армированной ребристыми элементами

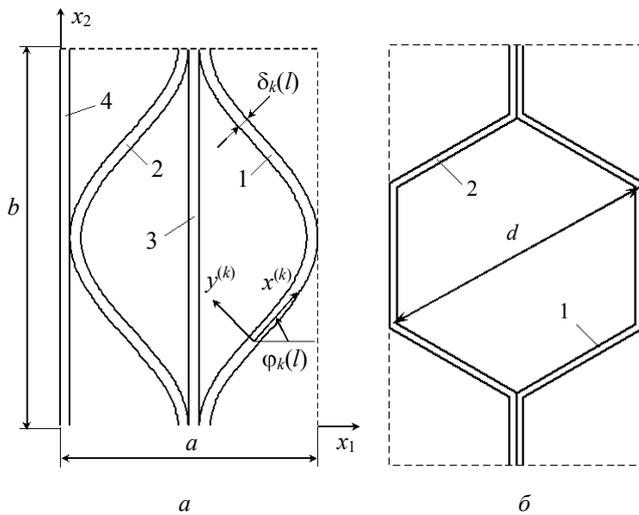
Пусть имеется слой единичной толщины  $h$ , армированный регулярно в плоскости  $(x_1, x_2)$  объемной решеткой (элементы объемной решетки — ребристой конструкции — представляют собой цилиндрические оболочечные элементы, образующие которых параллельны координате  $x_3$  прямоугольной декартовой системы координат  $x_1, x_2, x_3$ ; координата  $x_3$  направлена по толщине слоя). Выделим из такого композитного материала простейший представительный элемент (ячейку) объемом  $V = a \times b \times h$  (рисунок) так, чтобы любой другой элемент композита можно было получить параллельным переносом по направлению  $x_1$  на расстояние  $an$ , а по направлению  $x_2$  — на расстояние  $bm$  ( $n, m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ ).

**Янковский Андрей Петрович**, ведущий научный сотрудник. Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН. Россия, 630090, г. Новосибирск-90, ул. Институтская, д. 4/1. Тел. (383) 330-38-04. E-mail: nemirov@itam.nsc.ru, shulgina@itam.nsc.ru

Статья поступила в редакцию 16 марта 2009 г.

© Янковский А. П., 2010

На рисунке, *a* изображена ячейка с достаточно общим типом армирования. Из такой структуры заданием геометрии армирующих элементов можно получить ребристые конструкции всех видов, используемых на практике [3] (сотовые, складчатые, типа гофра и др.). Согласно рисунку, *a* рассматриваемая ячейка усилена четырьмя армирующими элементами, из которых 1, 2 криволинейные и 3, 4 плоские. (Возможно использование ячеек с более сложным армированием, в рамках настоящего исследования это не принципиально). С каждым  $k$ -м ( $1 \leq k \leq K = 4$ ) армирующим элементом свяжем свою локальную прямоугольную систему координат  $x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)} \equiv x_3$  (как показано на рисунке, *a*), которая получается поворотом глобальной системы координат  $x_1, x_2, x_3$  на угол  $\varphi_k(l)$  вокруг вертикальной оси  $x_3$ , причем  $\varphi_3 \equiv \varphi_4 \equiv \pi/2$ , а  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  являются функциями естественной координаты  $l$ , откладываемой вдоль направляющих линий криволинейных элементов 1 и 2 (оси  $x^{(k)}$  являются касательными к направляющим линиям, а оси  $y^{(k)}$  — перпендикулярны этим линиям).



**Представительный элемент (ячейка):**

*a* — композита, армированного пространственной ребристой конструкцией (вид сверху);  
*б* — сотового заполнителя (вид сверху)

Для соблюдения общности все фазы композиции предполагаются анизотропными материалами, причем коэффициенты теплопроводности  $\lambda_{ij}^{(0)}$  связующего (ПП) и  $\lambda_{ij}$  композиции в целом, соответственно, задаются и определяются в глобальной системе координат  $x_1, x_2, x_3$ , а коэффициенты теплопроводности  $\lambda_{ij}^{(k)}$   $k$ -го армирующего элемента — в локальной системе координат  $x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)}$ . Согласно этому закон теплопроводности Фурье

для эквивалентной композитной среды и фаз композиции в матричной форме имеет вид

$$\mathbf{q} = -\Lambda \mathbf{g}, \quad \mathbf{q}_k = -\Lambda_k \mathbf{g}_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K), \quad (1)$$

где  $\mathbf{g} = \text{grad} T$ ,  $\mathbf{g}_k = \text{grad} T_k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, K$ ); (2)

$T, T_k$  — температуры композита и  $k$ -й фазы композиции, соответственно (градиенты в (2) вычисляются в указанных выше системах координат);

$\Lambda, \mathbf{q}, \mathbf{g}$  — матрица коэффициентов теплопроводности и векторы-столбцы теплового потока и градиента температуры (2) рассматриваемого композита, имеющие компоненты

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{Bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{Bmatrix}, \quad \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\lambda_{ij} = \lambda_{ji} \quad (i, j = 1, 2, 3);$$

$\Lambda_k, \mathbf{q}_k, \mathbf{g}_k$  — то же, для  $k$ -й фазы композиции (индексом "0" помечаются характеристики связующего, а индексом " $k$ " ( $1 \leq k \leq K$ ) — характеристики  $k$ -го армирующего элемента);  
 $K$  — количество армирующих элементов в ячейке.

Матрицы  $\Lambda_k$  и векторы-столбцы  $\mathbf{q}_k, \mathbf{g}_k$  имеют структуру, аналогичную (3) (где нужно сделать замены:  $\lambda_{ij} \rightarrow \lambda_{ij}^{(k)}, q_i \rightarrow q_i^{(k)}, g_i \rightarrow g_i^{(k)}, i, j = 1, 2, 3, 0 \leq k \leq K$ ), но записываются в разных системах координат: для пенопласта ( $k = 0$ ) — в глобальной системе координат  $x_1, x_2, x_3$ , для  $k$ -го армирующего элемента ( $1 \leq k \leq K$ ) — в локальной системе  $x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)} \equiv x_3$ .

Так как установить фактическое распределение тепловых потоков и температурного поля в композите, где основной материал (ПП) имеет многочисленные, более жесткие включения сложной формы, весьма затруднительно, то при нахождении практически пригодных зависимостей для определения всех теплофизических характеристик в виде компонент линейной теплопроводности необходимо сделать некоторые допущения, аналогичные тем, что были использованы в работах [4, 5] для вывода формул, определяющих эффективные коэффициенты теплопроводности пространственно армированной волокнистой среды.

1. Количество представительных элементов как в направлении  $x_1$ , так и в направлении  $x_2$  достаточно велико, что позволяет рассматривать эквивалентный композит как квазиоднородный материал.

2. На границах между связующим и всеми армирующими элементами реализуются условия идеального теплового контакта.

3. В пределах представительного элемента тепловые потоки и градиенты температур во всех фазах и в композиции кусочно-постоянны. Эффектами высших порядков, связанными с изменением температурных полей в малых окрестностях границ контакта ПП и армирующих элементов, пренебрегаем.

4. Осредненный тепловой поток через произвольно ориентированную элементарную площадку подсчитывается по правилу простой смеси тепловых потоков в фазах композиции (пропорционально объемному содержанию каждого составляющего компонента).

5. Приращение осредненной температуры  $T$  вдоль произвольно ориентированного отрезка длины  $\Delta l$  равно сумме приращений температур в фазах композиции, которые этот отрезок пересекают.

6. Связь между вектором теплового потока и градиентом температуры во всех фазах композиции подчиняется линейному закону теплопроводности Фурье (1), (2).

Согласно допущению 4, осредненный тепловой поток в рассматриваемом композите определяется как

$$\mathbf{q} = \frac{V_0}{V} \mathbf{q}_0 + \frac{h}{V} \sum_k \int_0^{l_k} \mathbf{Q}_k \delta_k(l) dl, \quad (4)$$

$$V_0 = V - h \sum_k \int_0^{l_k} \delta_k(l) dl,$$

где  $V_0$  — объемное содержание связующего (ПП) в ячейке;

$\delta_k l_k$  — толщина и длина (вдоль направляющей)  $k$ -го армирующего элемента, причем толщина  $\delta_k \ll \min(a, b)$  в общем случае может быть переменной (но с малой изменчивостью);

$\mathbf{Q}_k$  — вектор-столбец теплового потока в  $k$ -м армирующем элементе в глобальной системе координат  $x_1, x_2, x_3$ , в которой заданы и компоненты вектора  $\mathbf{q}_0$  (в отличие от этого компоненты векторов  $\mathbf{q}_k$  ( $1 \leq k \leq K$ ) в (1) заданы в локальной системе координат  $x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)} \equiv x_3$ , связанной с  $k$ -м армирующим элементом); суммирование производится от 1 до  $K$ .

В силу самого определения векторов  $\mathbf{Q}_k$  и  $\mathbf{q}_k$  они связаны матричным соотношением

$$\mathbf{Q}_k = D_k \mathbf{q}_k, \quad 1 \leq k \leq K, \quad (5)$$

где  $\mathbf{Q}_k^* = \{Q_1^{(k)}, Q_2^{(k)}, Q_3^{(k)}\}$ ,  $D_k = (D_{ij}^{(k)})$  — матрица ортогональных преобразований размером  $3 \times 3$  с ненулевыми компонентами

$$D_{11}^{(k)} = D_{22}^{(k)} = \cos \varphi_k, \quad D_{21}^{(k)} = -D_{12}^{(k)} = \sin \varphi_k, \quad (6)$$

$$D_{33}^{(k)} = 1 \quad (1 \leq k \leq K);$$

"звездочка" означает операцию транспонирования.

Используя (5) и соотношения (1), из первого равенства (4) получим

$$\mathbf{q} = \frac{V_0}{V} \mathbf{q}_0 + \frac{h}{V} \sum_k \int_0^{l_k} \delta_k(l) D_k \mathbf{q}_k dl =$$

$$= -\frac{V_0}{V} \Lambda_0 \mathbf{g}_0 - \frac{h}{V} \sum_k \int_0^{l_k} \delta_k(l) D_k \Lambda_k \mathbf{g}_k dl. \quad (7)$$

Выразим в (7) градиенты температур  $\mathbf{g}_k$  через  $\mathbf{g}_0$ . Для этого используем второе и третье допущения и условия сопряжения тепловых потоков и полей температур на лицевых поверхностях контакта  $k$ -го армирующего элемента со связующим, после чего получим равенства:

$$g_1^{(k)} = g_1^{(0)} \cos \varphi_k + g_2^{(0)} \sin \varphi_k, \quad g_3^{(k)} = g_3^{(0)}; \quad (8)$$

$$g_2^{(k)} = -g_1^{(0)} \sin \varphi_k + g_2^{(0)} \cos \varphi_k, \quad 1 \leq k \leq K. \quad (9)$$

Подставим в (9) соотношения (1), тогда получим

$$\lambda_{21}^{(k)} g_1^{(k)} + \lambda_{22}^{(k)} g_2^{(k)} + \lambda_{23}^{(k)} g_3^{(k)} =$$

$$= -\sin \varphi_k (\lambda_{11}^{(0)} g_1^{(0)} + \lambda_{12}^{(0)} g_2^{(0)} + \lambda_{13}^{(0)} g_3^{(0)}) +$$

$$+ \cos \varphi_k (\lambda_{21}^{(0)} g_1^{(0)} + \lambda_{22}^{(0)} g_2^{(0)} + \lambda_{23}^{(0)} g_3^{(0)}),$$

откуда с учетом (8) будем иметь

$$g_2^{(k)} = \frac{1}{\lambda_{22}^{(k)}} \left\{ \left[ (\lambda_{12}^{(0)} - \lambda_{12}^{(k)}) \cos \varphi_k - \lambda_{11}^{(0)} \sin \varphi_k \right] g_1^{(0)} + \right.$$

$$+ \left[ \lambda_{22}^{(0)} \cos \varphi_k - (\lambda_{12}^{(0)} + \lambda_{12}^{(k)}) \sin \varphi_k \right] g_2^{(0)} +$$

$$\left. + (\lambda_{23}^{(0)} \cos \varphi_k - \lambda_{13}^{(0)} \sin \varphi_k - \lambda_{23}^{(k)}) g_3^{(0)} \right\}. \quad (10)$$

Систему равенств (8), (10) запишем в матричной форме

$$\mathbf{g}_k = B_k \mathbf{g}_0, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (11)$$

где  $B_k = (B_{ij}^{(k)})$  — матрица размером  $3 \times 3$  с ненулевыми компонентами

$$B_{11}^{(k)} = \cos \varphi_k, \quad B_{12}^{(k)} = \sin \varphi_k, \quad B_{21}^{(k)} =$$

$$= \left[ (\lambda_{12}^{(0)} - \lambda_{12}^{(k)}) \cos \varphi_k - \lambda_{11}^{(0)} \sin \varphi_k \right] / \lambda_{22}^{(k)}, \quad (12)$$

$$B_{22}^{(k)} = \left[ \lambda_{22}^{(0)} \cos \varphi_k - (\lambda_{12}^{(0)} + \lambda_{12}^{(k)}) \sin \varphi_k \right] / \lambda_{22}^{(k)},$$

$$B_{23}^{(k)} = (\lambda_{23}^{(0)} \cos \varphi_k - \lambda_{13}^{(0)} \sin \varphi_k - \lambda_{23}^{(k)}) / \lambda_{22}^{(k)}, \quad B_{33}^{(k)} = 1.$$

Подставив (11) в соотношение (7), получим

$$\mathbf{q} = - \left( \frac{V_0}{V} \Lambda_0 + \frac{h}{V} \sum_k \int_0^{l_k} \delta_k(l) D_k \Lambda_k B_k dl \right) \mathbf{g}_0. \quad (13)$$

Выразим в (13) градиент температуры  $\mathbf{g}_0$  в связующем через  $\mathbf{g}$ . Для этого используем пятое допущение, из которого, рассуждая, как и в [5], получим равенство

$$\mathbf{g} = \frac{V_0}{V} \mathbf{g}_0 + \frac{h}{V} \sum_k \int_0^{l_k} \mathbf{G}_k \delta_k(l) dl, \quad (14)$$

где  $\mathbf{G}_k^* = \{G_1^{(k)}, G_2^{(k)}, G_3^{(k)}\}$  — градиент температуры в  $k$ -м армирующем элементе в глобальной системе координат  $x_1, x_2, x_3$ , поэтому имеет место матричное соотношение

$$\mathbf{G}_k = D_k \mathbf{g}_k, \quad k = 1, 2, \dots, K; \quad (15)$$

$\mathbf{g}_k$  — градиент температуры в локальной системе координат  $x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)} \equiv x_3$ , связанной с  $k$ -м армирующим элементом.

Подставим соотношение (15) в равенство (14) и учтем зависимость (11), тогда получим

$$\begin{aligned} \mathbf{g} &= \frac{V_0}{V} \mathbf{g}_0 + \frac{h}{V} \sum_k \int_0^{l_k} \delta_k(l) D_k \mathbf{g}_k dl = \\ &= \left( \frac{V_0}{V} I + \frac{h}{V} \sum_k \int_0^{l_k} \delta_k D_k B_k dl \right) \mathbf{g}_0, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $I$  — единичная матрица размером  $3 \times 3$ .

Из (16) следует матричное соотношение

$$\mathbf{g}_0 = E \mathbf{g}, \quad (17)$$

где

$$E = \left( \frac{V_0}{V} I + \frac{h}{V} \sum_k \int_0^{l_k} \delta_k(l) D_k B_k dl \right)^{-1}. \quad (18)$$

После подстановки (17) в (13) получим структурное выражение закона Фурье для рассматриваемой композиции

$$\mathbf{q} = - \left( \frac{V_0}{V} \Lambda_0 + \frac{h}{V} \sum_k \int_0^{l_k} \delta_k(l) D_k \Lambda_k B_k dl \right) E \mathbf{g}. \quad (19)$$

Из сравнения (19) с первым соотношением (1) вытекает

$$\Lambda = \left( \frac{V_0}{V} \Lambda_0 + \frac{h}{V} \sum_k \int_0^{l_k} \delta_k(l) D_k \Lambda_k B_k dl \right) E, \quad (20)$$

где нужно учесть выражения для матриц (18), (12), (6), причем компоненты матриц  $B_k, D_k$  [см. (12), (6)] зависят от естественной координаты  $l$  вдоль направляющей линии  $k$ -го армирующего элемента, поэтому в общем случае интегралы в (18), (20) следует определять численно.

Таким образом, равенство (20) с учетом (18) определяет все эффективные коэффициенты теплопроводности ПП, армированной пространственными элементами.

Важной особенностью построенной модели является возможность определения по градиенту  $\mathbf{g}$  осредненной температуры  $T$  тепловых потоков  $\mathbf{q}_k$  и градиентов температур  $\mathbf{g}_k$  во всех фазах композиции. Действительно, если из решения задачи теплопроводности для композитной среды известен градиент  $\mathbf{g}$  осредненной температуры  $T$ , то из (17) можно определить градиент  $\mathbf{g}_0$  температуры в связующем (ПП), а затем из (11) — градиенты  $\mathbf{g}_k$  ( $1 \leq k \leq K$ ) температур в армирующих элементах, после чего, используя закон Фурье (1), определим тепловые потоки  $\mathbf{q}_k$  ( $0 \leq k \leq K$ ) во всех фазах композиции.

Если ПП армирована лишь прямолинейно (что чаще всего и имеет место на практике [1]), например в направлении  $x_2$  ( $\varphi_k = \pi/2, 1 \leq k \leq K$ ), то из (18) и (20) при совпадении главных осей теплофизической анизотропии каждого фазового материала с направлениями  $x_1, x_2, x_3$  глобальной системы координат (т. е. при  $\lambda_{ij}^{(k)} = 0, j \neq i, 0 \leq k \leq K$ ) получим следующие общеизвестные соотношения [6]:

$$\begin{aligned} 1/\lambda_{11} &= \Omega/\lambda_{11}^{(0)} + \sum_k \omega_k/\lambda_{11}^{(k)}; \\ \lambda_{nn} &= \Omega\lambda_{nn}^{(0)} + \sum_k \omega_k\lambda_{nn}^{(k)} \quad (n = 2, 3); \\ \lambda_{ij} &= 0 \quad (j \neq i, i, j = 1, 2, 3); \quad \Omega = V_0/V; \\ \omega_k &= h\delta_k b/V \quad (1 \leq k \leq K); \quad \Omega = 1 - \sum_k \omega_k, \end{aligned} \quad (21)$$

определяющие эффективные коэффициенты теплопроводности слоистого композита регулярной структуры.

Если в рамках построенной модели теплопроводности для связующего (ПП) осуществить предельные переходы  $\lambda_{ij}^{(0)} \rightarrow 0$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ), то по формулам (18) и (20) получим эффективные коэффициенты теплопроводности ребристой конструкции без учета теплопередачи излучением (которая во многих практических задачах пренебрежимо мала).

**Сравнение расчетных значений эффективных коэффициентов теплопроводности пространственно- и плоскоармированных пенопластмасс и ребристых конструкций**

В качестве примера рассчитаем эффективные коэффициенты теплопроводности сотового заполнителя (часто встречающегося в практике самолетостроения) с полостями, заполненными и незаполненными ПП.

Представительная ячейка сотовой ребристой конструкции изображена на рисунке, б. Такая ребристая конструкция характеризуется наличием лишь двух ( $K = 2$ ) криволинейных армирующих элементов постоянной толщины  $\delta_1 = \delta_2 = 0,05$  мм ( $\delta_3 \equiv \delta_4 \equiv 0$ , см. рисунок, а), а диаметр соты равен 8 мм [2]. Армирующие элементы изготовлены из изотропного алюминиевого сплава АМг3, ненулевые коэффициенты теплопроводности которого  $\lambda_{ii}^{(k)} = 146,538$  Вт/(м·К) [7], а в качестве связующего применяется ПП марки ПХВ-1 [1], ненулевые коэффициенты теплопроводности которой  $\lambda_{ii}^{(0)} = 0,030238$  Вт/(м·К),  $i = 1, 2, 3, k = 1, 2$ .

В табл. 1 приведены ненулевые расчетные значения эффективных коэффициентов теплопроводности сотовой ребристой конструкции при заполненных и незаполненных ПП сотах (в последнем случае в расчетах принималось  $\lambda_{ii}^{(0)} = 10^{-13} \lambda_{ii}^{(1)}$ ).

Из сравнения чисел, приведенных во втором и третьем столбцах, следует, что заполнение полостей сот ПП приводит к незначительному (менее чем на 3 %) изменению значений эффективных коэффициентов теплопроводности рассматриваемой сотовой конструкции. Однако, как отмечалось выше, заполнение сот положительно сказывается на вибрационных свойствах и снижает вероятность потери устойчивости армирующих элементов в процессе деформирования такой конструкции [1].

Таблица 1

**Эффективные коэффициенты теплопроводности сотовой ребристой конструкции**

Характеристика $\lambda$ , Вт/(м·К)	При заполнении сот ПП	Без заполнения сот ПП
$\lambda_{11}$	1,100805	1,070422
$\lambda_{22}$	1,80548	1,775391
$\lambda_{33}$	2,849781	2,820125

На практике давно используются армированные пенопласты, но, как правило, такое армирование является прямолинейным. Сравним эффективные коэффициенты теплопроводности прямолинейно- и пространственно армированных ПП с одинаковым удельным объемным содержанием армирую-

щих элементов. Случай прямолинейного армирования получается, если в представительной ячейке отсутствуют криволинейные элементы 1 и 2 (см. рисунок, а), а в качестве варианта пространственного армирования выберем прежнюю сотовую конструкцию (см. рисунок, б). В прямолинейно армированном пенопласте усиливающий элемент (выполненный из сплава АМг3) ориентируем в направлении  $x_2$  (т. е.  $\varphi_1 = \pi/2$ ), а толщину этого элемента зададим соотношением  $\bar{\delta}_1 = 8\delta_1/3$ , что, согласно рисунку, б, обеспечивает такой же удельный расход арматуры, как и в случае пространственного армирования в виде сот (здесь  $\delta_1$  — толщина стенки сотовой ребристой конструкции).

В табл. 2 приведены ненулевые расчетные значения эффективных коэффициентов теплопроводности прямолинейно армированной ребристой конструкции при наличии и отсутствии пенопласта. Числа, указанные в табл. 2, полностью совпадают со значениями, рассчитанными по формулам (21); кроме того, величины  $\lambda_{33}$  в табл. 1 и 2 полностью совпадают. Это является косвенным подтверждением физической непротиворечивости построенной в настоящем исследовании модели теплопроводности. Окончательный же вывод о применимости на практике предложенной модели может быть сделан лишь после сравнения расчетных значений эффективных коэффициентов теплопроводности сложно армированных ПП с экспериментальными данными, но результаты таких экспериментов автору неизвестны.

Таблица 2

**Эффективные коэффициенты теплопроводности ребристой конструкции с прямолинейными элементами**

Характеристика $\lambda$ , Вт/(м·К)	При наличии пенопласта	При отсутствии пенопласта
$\lambda_{11}$	0,03083123	$\approx 10^{-12}$
$\lambda_{22}$	2,849781	2,820125

Из сравнения чисел, приведенных в табл. 2, видно, что наличие пенопласта практически не сказывается на продольной (в направлениях  $x_2, x_3$ ) теплопроводности прямолинейно армированной конструкции, но существенно влияет на поперечную (в направлении  $x_1$ ) теплопроводность. Так, при отсутствии пенопласта коэффициент  $\lambda_{11}$  равен нулю (теплопередача в этом случае в направлении  $x_1$  возможна лишь за счет излучения. Изучение этого вопроса выходит за рамки настоящего исследования). При наличии же пенопласта коэффициент  $\lambda_{11} \neq 0$ , но пренебрежимо мал (составляет около 1 %) по сравнению с  $\lambda_{22} = \lambda_{33}$ , т. е. и в этом случае теплопередачу в направлении  $x_1$  можно считать практически отсутствующей. В случае же сотовой ребристой конструкции, согласно табл. 1,

эффективные коэффициенты теплопроводности  $\lambda_{ii}$  имеют одинаковый порядок.

### Заключение

Предложенная модель теплопроводности сложно армированных ПП и ребристых конструкций может быть использована при расчетах слоистых панелей с легким наполнителем, подверженных термосиловому воздействию и широко используемых в объектах аэрокосмической техники.

---

*Работа выполнена при финансовой поддержке  
Российского фонда фундаментальных  
исследований (код проекта 08-01-90403-Укр\_a)  
и Президиума СО РАН (постановление № 10  
от 15.01.09, номер проекта 72).*

### Литература

1. Александров А. Я., Бородин М. Я., Павлов В. В. Конструкции с наполнителями из пенопластов. — М.: Машиностроение, 1972.
2. Брюккер Л. Э., Ракин А. С. Испытания трехслойных стержней при нормальных и повышенных температурах// Динамика и прочность авиационных конструкций: Межвуз. сб. науч. тр. — г. Новосибирск: Изд-во НГУ, НЭТИ, 1978. Вып. 4. С. 73–79.
3. Александров А. Я., Брюккер Л. Э., Куришин Л. М., Прусаков А. П. Расчет трехслойных панелей. — М.: Оборонгиз, 1960.
4. Немировский Ю. В., Янковский А. П.// Прикладная физика. 2008. № 5. С. 10–17.
5. Немировский Ю. В., Янковский А. П.// Теплофизика и аэромеханика. 1998. Т. 5. № 2. С. 215–235.
6. Курская Т. А., Левченко Е. П., Михальченко Р. О., Рыбалко А. М., Сухаревский Б. Я.// ИФЖ. 1969. Т. 17. № 4. С. 673–678.
7. Безухов Н. И., Бажанов В. Л., Гольденблат И. И., Николаенко Н. А., Синюков А. М. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур/ Под ред. И. И. Гольденבלата. — М.: Машиностроение, 1965.

## Definition of effective coefficients of thermal conductivity of complex reinforced polyfoam

*A. P. Yankovskii*

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Science, 4/1 Institutskaya str., Novosibirsk-90, 630090, Russia  
E-mail: nemirov@itam.nsc.ru, shulgin@itam.nsc.ru

***The model of thermal conductivity of spatially reinforced polyfoam is offered. It is shown, that on the basis of the gained equations it is possible to define gradients of temperatures and thermal streams in all phases of a composition, using known averaged a field of temperatures in a composite. Comparison is made of rated effective coefficients of thermal conductivity is lead is unidirectional and spatially reinforced polyfoam.***

PACS: 81.05.-t

*Keywords:* model, armoured plastmass, equations, heat-conductivity.

Bibliography — 7 references.

*Received 16 March 2009*