

УДК 621.371.25

Прохождение коротких радиоволн через нижнюю ионосферу

Н. Д. Наумов

На основе нелинейной геометрической оптики сформулирован метод оценки амплитуды коротких радиоволн при прохождении через нижнюю ионосферу.

PACS: 41.20.Jb, 52.35.Mw, 94.20.-y

Ключевые слова: радиоволна, ионосфера, метод, оценка, нелинейная геометрическая оптика.

Введение

Поглощение энергии коротковолнового радиолучения в ионосфере приводит к изменению частоты столкновений электронов ν и их концентрации N . Этим обусловлено влияние радиоволны на электрофизические свойства ионосферы, так как они зависят от ν и N [1]. Степень нелинейности процесса распространения радиоволны в ионосфере с учетом магнитного поля Земли характеризуется параметром $p = A^2/E_p^2$, где A — амплитуда радиоволны, $E_p = [3m\delta_0 k_B T(\omega_1^2 + \nu^2)]^{1/2}/e$ — так называемое плазменное поле [2]. Здесь δ_0 — доля энергии, теряемая электроном при одном столкновении; k_B — постоянная Больцмана; T — температура электронов; $\omega_1 = \omega \pm \omega_0 |\cos\phi|$, где знак плюс соответствует обыкновенной волне, знак минус — необыкновенной; ϕ — угол между направлением распространения волны и направлением геомагнитного поля; $\omega = 2\pi f$, f — частота волны; $\omega_0 = eB_0/mc$ — циклотронная частота электрона в геомагнитном поле.

Обозначим через τ_0 длительность воздействия радиоволны, через τ_1 — характерное время нагрева ионосферных электронов, через τ_2 — характерное время изменения их концентрации, через τ — характерное время установления концентрации нагретых электронов. Для длительностей воздействия $\tau_0 \sim \tau_1$ процесс описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных для A и T [3]. Более простым является случай $\tau_0 \gg \tau_1$, тогда A аналитически выражается через T [2], а для изменения T с высотой можно найти обыкновенное дифференциальное уравнение. Это уравнение получено в случае $\tau_0 \ll \tau_2$, т. е. когда

можно считать, что при воздействии радиоволны концентрация электронов не изменяется [4].

Если же условие $\tau_0 \ll \tau_2$ не выполняется, то нужно учитывать изменение N . Аналитические результаты для установившегося значения концентрации электронов получены отдельно для слоя D [5] и отдельно для слоя E ионосферы [2].

Цель данной работы — получение единого выражения для концентрации электронов в нижней ионосфере. Это позволяет сформулировать метод оценки амплитуды радиоволны для длительностей воздействия $\tau_0 \gg \tau$. Рассматриваемая задача представляет практический интерес в связи с исследованиями нелинейных явлений в ионосфере [6].

Нагрев ионосферных электронов

Изменение температуры электронов при поглощении энергии электромагнитного поля радиоволны описывается следующим уравнением [2]:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\nu e^2 A^2}{3mk_B(\omega_1^2 + \nu^2)} - \delta\nu(T - T_0), \quad (1)$$

где ν — частота столкновений электрона;

δ — доля энергии, теряемая электроном при столкновении;

T_0 — температура ионов и молекул, которая несильно отличается от температуры электронов в слоях D и E невозмущенной ионосферы.

Здесь рассматриваются длительности воздействия, для которых можно не учитывать влияние процессов переноса тепла и термодиффузии плазмы.

В нижней ионосфере частота столкновений электрона с ионами ν_{ei} гораздо меньше частоты столкновений с молекулами ν_{em} , поэтому $\nu = \nu_{em}$. Чтобы проанализировать временные характеристики процесса нагрева электронов, рассмотрим модель твердых шариков: $\nu = \nu_0 \sqrt{\theta}$, где $\theta = T/T_0$. Кроме того, будем считать, что $\delta = \delta_0$, где δ_0 — некоторое эффективное значение доли теряемой

Наумов Николай Дмитриевич, ведущий научный сотрудник ФГУ “12 ЦНИИ МО РФ”.

Россия, 141300, Московская обл., г. Сергиев Посад-7.

Тел. (495) 993-09-62. E-mail: beloros@mail.ru

Статья поступила в редакцию 22 марта 2010 г.

энергии. В этом случае из (1) для относительной температуры электронов найдем:

$$\frac{d\theta}{ds} = \left[1 - \theta + \frac{e^2 A^2}{3m\delta_0 k_B T_0 (\omega_1^2 + \theta v_0^2)} \right] \sqrt{\theta}, \quad (2)$$

где $s = t/\tau_1$, $\tau_1 = 1/v_0\delta_0$.

Аналитическое решение уравнения (2) можно получить для двух предельных случаев. Для высокочастотной радиоволны $\omega_1^2 \gg v^2$, поэтому уравнение (2) допускает дальнейшее упрощение:

$$\frac{d\theta}{ds} = (1 + p_a - \theta) \sqrt{\theta},$$

где $p_a = e^2 A^2 / 3m\delta_0 k_B T_0 \omega_1^2$.

Интегрирование этого дифференциального уравнения приводит к следующему результату для относительной температуры электронов:

$$\theta = (1 + p_a) \left(\frac{1 - C e^{-as}}{1 + C e^{-as}} \right)^2, \quad (3)$$

где введены обозначения: $C = (a - 1)/(a + 1)$, $a = \sqrt{1 + p_a}$.

В случае гиромагнитного резонанса, т.е. когда нагрев производится необыкновенной волной, частота которой близка к гиромагнитной частоте электрона $f_0 = \omega_0/2\pi$, выполняется обратное условие: $\omega_1^2 \gg v^2$, так как $\omega \approx \omega_0 |\cos\phi|$. Тогда вместо (2) можно рассматривать следующее уравнение:

$$\frac{d\theta}{ds} = \left(1 - \theta + \frac{p_b}{\theta} \right) \sqrt{\theta},$$

где $p_b = e^2 A^2 / 3m\delta_0 k_B T_0 v_0^2$.

Решение этого уравнения дает неявную зависимость относительной температуры электронов от времени:

$$F(\sqrt{\theta}) - F(1) = s, \\ F(x) = \frac{1}{w} \left[\mu \ln \frac{\mu + x}{\mu - x} - 2\lambda \operatorname{arctg}(\lambda x) \right], \quad (4)$$

здесь используются обозначения: $w = \sqrt{1 + 4p_b}$, $\mu = \sqrt{(w+1)/2}$, $\lambda = \sqrt{(w-1)/2}$.

Как следует из выражений (3) и (4), установившиеся значения температуры электронов равны $T_a = (1 + p_a)T_0$ и $T_b = T_0(\sqrt{1 + 4p_b} + 1)/2$. Очевидно, что величины p_a и p_b представляют собой значения указанного во введении плазменного параметра p . Если $p \ll 1$, то радиоволна является слабой, т. е.

можно пренебречь влиянием радиоволны на электрофизические свойства ионосферы. В этом случае из (3) нетрудно получить известный результат [7]: $\theta = 1 + p_a(1 - e^{-s})$.

Следует отметить, что частота столкновений электронов с молекулами быстро убывает с высотой; так, $\nu \sim 4 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ на высоте 60 км и $\nu \sim 1,6 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ на высоте 80 км. Если частота радиоволны $f \sim 1,4 \text{ МГц}$, то для обыкновенной волны $\omega_1 \sim 1,7 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$, т. е. на высотах $\sim 80 \text{ км}$ выполняется условие $\omega_1^2 \gg v^2$, и степень нелинейности процесса распространения этой радиоволны характеризуется параметром p_a . Для необыкновенной волны той же частоты выполняется условие гиромагнитного резонанса, поэтому для нее параметром нелинейности является p_b . Так как $p_b = (\omega_1/v_0)^2 p_a$, то для высот $\sim 80 \text{ км}$ найдем: $p_b \sim 113 p_a$. Это означает, что даже сравнительно слабоинтенсивное воздействие необыкновенной волной с частотой $f \sim 1,4 \text{ МГц}$ может привести к заметному увеличению температуры электронов в этой области ионосферы.

Сдвиг ионизационно-рекомбинационного баланса

Слой E

В слое E сдвиг ионизационно-рекомбинационного баланса обусловлен зависимостью коэффициента диссоциативной рекомбинации α от температуры электронов T . Этот коэффициент имеет вид [2]:

$$\alpha = \alpha_1 n_1 + \alpha_2 n_2,$$

где $\alpha_1 = \alpha_1(T)$ и $\alpha_2 = \alpha_2(T)$ — коэффициенты диссоциативной рекомбинации ионов NO^+ и O_2^+ ;

n_1 и n_2 — их относительные концентрации.

В нижней части слоя E, где тяжелые заряженные частицы ионосферной плазмы представлены в основном ионами NO^+ и O_2^+ , уравнения электронного и ионного баланса приводят к следующему выражению для стационарной концентрации электронов при воздействии радиоволны [2]:

$$N_E = N_0 \left(n_{10} \frac{\alpha_{10}}{\alpha_1} + n_{20} \frac{\alpha_{20}}{\alpha_2} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

где $\alpha_{10} = \alpha_1(T_0)$, $\alpha_{20} = \alpha_2(T_0)$;

n_{10} и n_{20} — относительные концентрации ионов в невозмущенной ионосфере;

N_0 — концентрация электронов в невозмущенной ионосфере.

Если для описания сдвига ионизационно-рекомбинационного баланса ограничиться только уравнением электронного баланса

$$\frac{dN}{dt} = q - \alpha N^2, \quad (6)$$

где N — концентрация электронов;

q — полная интенсивность ионизации,

то из условия $dN/dt = 0$ следует, что $q = \alpha_0 N_0^2$, где N_0 — концентрация электронов в невозмущенной ионосфере.

Это позволяет записать стационарное решение $N = N_E$ уравнения (6) в следующем виде

$$N_E = N_0 \sqrt{\frac{\alpha_0}{\alpha}}. \quad (7)$$

На рис. 1 представлены результаты расчетов зависимости относительной концентрации электронов от их температуры на высоте 110 км по формуле (5) (кривая 1) и по формуле (7) при $\alpha = \alpha_1 n_{10} + \alpha_2 n_{20}$ (кривая 2). Как видно из этих результатов, в достаточно широком диапазоне температуры электронов заметного различия между выражениями (6) и (7) нет. Это означает, что хотя при нагреве ионосферы, обусловленном поглощением энергии электромагнитного поля радиоволны, концентрации электронов и ионов увеличиваются, однако относительные концентрации ионов практически не изменяются. Поэтому достаточным оказывается использование только уравнения электронного баланса (6).

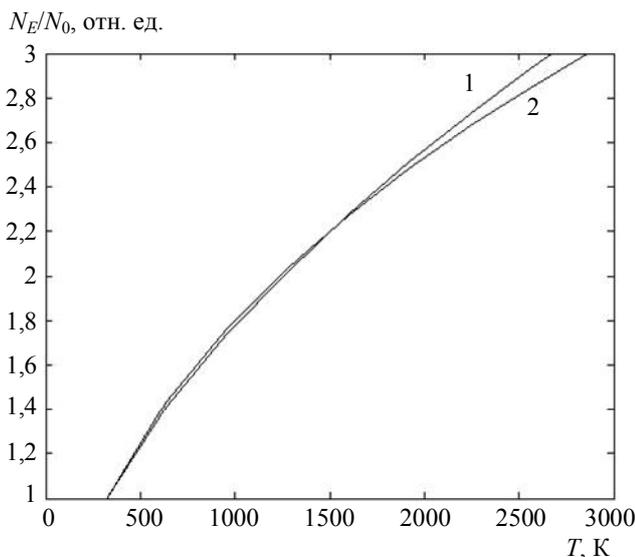


Рис. 1. Результаты расчетов зависимости относительной концентрации электронов N_E/N_0 от их температуры T на высоте 110 км по формуле (5) (кривая 1) и по формуле (7) при $\alpha = \alpha_1 n_{10} + \alpha_2 n_{20}$ (кривая 2)

Уравнение (6) приводит к следующему результату для зависимости концентрации электронов от времени:

$$N = \rho N_0 \frac{1 - D \exp(-2u/\rho)}{1 + D \exp(-2u/\rho)}, \quad (8)$$

здесь введены обозначения: $u = t/\tau$, $\tau = 1/\alpha_0 N_0$, $D = (\rho - 1)/(\rho + 1)$, $\rho = \sqrt{\alpha_0/\alpha}$.

Слой D

Рассмотрим сдвиг ионизационно-рекомбинационного баланса в слое D. В этой области существенно влияние эффектов прилипания и отлипания электронов, поэтому кроме уравнения для концентрации электронов N нужно использовать и уравнение для концентрации отрицательных ионов N^- [6]:

$$\frac{dN}{dt} = q - \beta N + \gamma N^- - \alpha N N^+; \quad (9)$$

$$\frac{dN^-}{dt} = \beta N - \gamma N^- - \alpha_i N^- N^+, \quad (10)$$

здесь N^+ — концентрации положительных ионов, причем $N^+ = N + N^-$;

$\beta = \beta(T)$ — частота прилипания электронов к молекулам;

γ — частота отлипания электронов;

α_i — коэффициент рекомбинации положительных и отрицательных ионов; рассматривается воздействие только таких радиоволн, когда не возникает ионизация быстрыми электронами.

Для описания концентрации электронов будем использовать функцию $\xi = N/N_0$, для концентрации отрицательных ионов — функцию $\varphi = N^-/N_0$, тогда функция $\psi = \xi + \varphi$ описывает концентрацию положительных ионов. Из (9), (10) получается следующая система дифференциальных уравнений для функций ξ и ψ :

$$\frac{d\xi}{du} = \sigma - h\xi + g\psi - \frac{\alpha}{\alpha_0} \xi\psi; \quad (11)$$

$$\frac{d\psi}{du} = \sigma - r\psi^2 + \left(r - \frac{\alpha}{\alpha_0}\right) \xi\psi, \quad (12)$$

здесь введены обозначения: $\sigma = q\tau/N_0$, $h = b + g$, $b = \beta\tau$, $g = \gamma\tau$, $r = \alpha_i/\alpha_0$.

Начальные условия для уравнений (11), (12) имеют вид: $\xi(0) = 1$, $\psi(0) = \psi_0$. Из стационарных

решений уравнений (11) и (12) в невозмущенной ионосфере для величины σ и начального значения функции ψ найдем:

$$\sigma = (1 - r)\psi_0 + r\psi_0^2, \quad \psi_0 = \frac{1}{2r} \left[r - g + \sqrt{(r + g)^2 + 4r\tau\beta(T_0)} \right]. \quad (13)$$

Для нагретой ионосферы стационарное решение уравнения (11) имеет вид: $\xi = \eta$,

где
$$\eta = x \frac{g + rx}{h + rx}, \quad (14)$$

здесь x — стационарное решение уравнения (12), которое является корнем кубического уравнения

$$rx^3 \left(rb \frac{\alpha_0}{\alpha} + g \right) x^2 - \sigma(rx + h) \frac{\alpha_0}{\alpha} = 0. \quad (15)$$

Величины η и x характеризуют значения концентраций электронов и положительных ионов, которые устанавливаются в ионосфере при воздействии радиоволны.

Нижняя ионосфера

Величина b , которая равна произведению частоты прилипания электронов к молекулам на характерное время τ , убывает с увеличением высоты, и в верхней части слоя D она является малой величиной, т. е., начиная с этих высот, можно положить $\beta(T_0) = 0$, $b = 0$. Тогда из выражений (13) следует, что $\sigma = \psi_0 = 1$. Это означает, что на этих высотах отрицательные ионы фактически отсутствуют, т.е. вместо уравнений (11), (12) можно использовать уравнение (5). Действительно, при $h = g$ из (11), (12) для функции $\varphi = \psi - \xi$ получается следующее уравнение

$$\frac{d\varphi}{du} = -(g + r\psi)\varphi,$$

которое для нулевого начального условия имеет тривиальное решение: $\varphi = 0$, т. е. $\xi = \psi$. В этом случае уравнения (11), (12) при $h = g$, $\sigma = 1$ сводятся к одному дифференциальному уравнению

$$\frac{d\xi}{du} = 1 - \frac{\alpha}{\alpha_0} \xi^2,$$

которое эквивалентно уравнению (6). Аналогичный результат получается и для стационарных решений уравнений (11), (12), если $\sigma = 1$, то при

$b = 0$ из уравнения (15) найдем, что его корень $x = \rho$, а из выражения (14) получим, что $\eta = \rho$.

Таким образом, результаты описания сдвига ионизационно-рекомбинационного баланса в верхней части слоя D с помощью уравнений (12), (13) практически совпадают с результатами, которые получаются при использовании для этой цели методического аппарата, применяемого в нижней части слоя E.

Аналитического решения системы уравнений (11), (12) получить не удастся, однако для зависимости концентрации электронов от времени можно найти приближенное выражение. Так как в нижней части слоя D выполняются условия $h > \sigma$, $h > g$, $h > \alpha/\alpha_0$, то на начальной стадии процесса сдвига ионизационно-рекомбинационного баланса можно положить $d\xi/du = -h\xi$. Длительность начальной стадии процесса определяется условием, что в конце этой стадии $d\xi/du$ становится малой величиной. Это, как следует из (11), происходит при $\xi = \zeta$,

где
$$\zeta = \psi_0 \frac{g}{h}. \quad (16)$$

Таким образом, в отличие от нижней части слоя E процесс изменения концентрации электронов в слое D не является монотонным. Здесь сначала в течение промежутка времени $\sim \tau_2 = \tau/h_0$ концентрация электронов уменьшается до значения ζN_0 , а затем она начинает увеличиваться, причем характерным временем установления концентрации нагретых электронов является величина τ .

В итоге найдем следующую аппроксимацию концентрации электронов в процессе сдвига ионизационно-рекомбинационного баланса в нижней ионосфере:

$$N = \eta N_0 \frac{1 - F \exp(-2u/\eta)}{1 + F \exp(-2u/\eta)}, \quad (17)$$

где $F = [\eta - \zeta - (1 - \zeta)e^{-hu}] / [\eta + \zeta + (1 - \zeta)e^{-hu}]$.

Отметим, что, как уже указывалось выше, для слоя E выполняются условия $\psi_0 = 1$, $h = g$, $x = \rho$, $\eta = \rho$. Тогда $F = (\rho - 1)/(\rho + 1)$, так как согласно (16) в этом случае $\zeta = 1$, т. е. в слое E выражение (17) совпадает с полученным ранее выражением (8).

Представленные на рис. 2 результаты вычислений относительной концентрации электронов на высоте 80 км при их нагреве до температуры 2000 К на основе численного решения уравнений (11), (12) (кривая 1) и с помощью формулы (17) (кривая 2) показывают неплохую точность полученной аппроксимации.

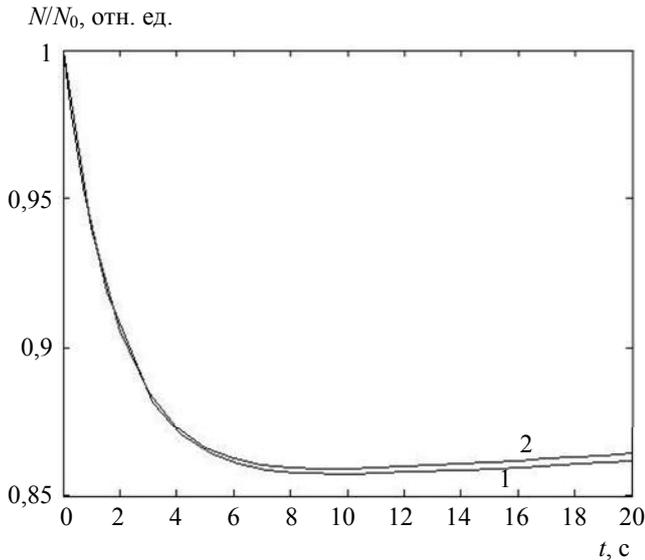


Рис. 2. Результаты вычислений зависимости относительной концентрации электронов N/N_0 от времени на высоте 80 км на основе численного решения уравнений (11), (12) (кривая 1) и с помощью формулы (17) (кривая 2)

Изменение амплитуды радиоволны

При рассмотрении нагрева ионосферных электронов предполагалось, что амплитуда радиоволны постоянна, а при анализе сдвига ионизационно-рекомбинационного баланса постоянной считалась температура электронов. На самом деле эти два процесса взаимосвязаны: степень нагрева электронов определяется амплитудой радиоволны, а изменение амплитуды радиоволны — ее коэффициентом поглощения, который зависит от температуры электронов, поскольку нагрев электронов влияет на их концентрацию и частоту столкновений, т. е. $A = A(z, t)$, $T = T(z, t)$, $N = N(z, t)$. Поэтому для описания распространения сильной радиоволны в нижней ионосфере к уравнениям (1), (9), (10), где теперь будут частные производные по времени, нужно добавить уравнение для амплитуды радиоволны, которое в приближении геометрической оптики имеет следующий вид [2]:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \left(\chi \frac{\omega}{c} + \frac{1}{2n} \frac{\partial n}{\partial z} \right) A = 0, \quad (18)$$

здесь n , χ — коэффициенты преломления и поглощения радиоволны.

Так как $\tau_1 \ll \tau_2$, то возможны длительности воздействия, которые значительно больше характерного времени нагрева электронов и при этом гораздо меньше характерного времени изменения концентрации электронов. В этом случае расчет распределения амплитуды радиоволны по высоте существенно упрощается.

Действительно, если $t \gg \tau_1$, то можно считать, что связь амплитуды радиоволны и температуры

электронов определяется стационарным решением уравнения (1):

$$A^2 = \frac{3mk_B}{e^2} \delta(T) [T - T_0(z)] [\omega_1^2 + v^2(T, z)]. \quad (19)$$

При $\tau_0 \ll \tau_2$ изменение концентрации электронов за время воздействия очень мало, поэтому можно опустить уравнения (9), (10) и в уравнении (18) использовать известные выражения для коэффициентов преломления и поглощения в невозмущенной ионосфере [1]. Дифференцируя выражение (18) по z и исключая dA/dz с помощью уравнения (18), получим следующее нелинейное дифференциальное уравнение для зависимости температуры электронов от высоты:

$$\left[1 + (T - T_0) \left(\frac{1}{\delta} \frac{d\delta}{dT} + \frac{2v}{\omega_1^2 + v^2} \frac{\partial v}{\partial T} \right) \right] \frac{dT}{dz} = \frac{dT_0}{dz} - (T - T_0) \left(2\chi \frac{\omega}{c} + \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z} + \frac{2v}{\omega_1^2 + v^2} \frac{\partial v}{\partial z} \right). \quad (20)$$

Значение амплитуды радиоволны $A = A_0$ на границе ионосферы $z = z_0$ определяет начальное условие для уравнения (20): $T(z_0) = U$, где U — корень трансцендентного уравнения:

$$\delta(U) [U - T_0(z_0)] [\omega_1^2 + v^2(U, z_0)] - \frac{e^2 A_0^2}{3mk_B} = 0.$$

После подстановки решения уравнения (20) в выражение (19) получится зависимость амплитуды радиоволны от высоты при $\tau_1 \ll t \ll \tau_2$.

Аналогичную процедуру можно также провести, если длительности воздействия существенно больше характерного времени установления концентрации электронов. Здесь необходимо учитывать сдвиг ионизационно-рекомбинационного баланса в ионосфере с нагретыми электронами, поэтому нужно использовать стационарное решение уравнения (9), т. е. в этом случае фигурирующие в уравнении (20) коэффициенты преломления и поглощения получаются после подстановки в их выражения для невозмущенной ионосферы концентрации электронов в виде $N = \eta N_0$. Решение уравнения (20) с такими значениями коэффициентов преломления и поглощения позволяет найти зависимость амплитуды радиоволны от высоты при $t \gg \tau$.

Заключение

Построенные аналитические модели процессов нагрева ионосферных электронов и сдвига ионизационно-рекомбинационного баланса в нижней

ионосфере позволяют оценить характерные времена этих процессов: $\tau_1 = 1/\nu_0\delta_0$ для процесса нагрева, $\tau_2 = 1/(\beta_0 + \gamma)$ — для процесса сдвига. Следует отметить, что в работе [7] в качестве характерного времени изменения концентрации электронов в нижней ионосфере при воздействии коротковолнового радиоизлучения указывается величина $\tau = 1/\alpha_0 N_0$, а не τ_2 . Как видно из проведенного анализа, τ характеризует время установления концентрации нагретых электронов в нижней ионосфере.

Разработанный методический аппарат может быть использован для оценки уровней воздействия коротковолнового радиоизлучения на верхние слои ионосферы, где в области отражения радио-

волн возможно возникновение различных нелинейных эффектов [6].

Л и т е р а т у р а

1. Гинзбург В. Л., Рухадзе А. А. Волны в магнитоактивной плазме. — М.: Наука, 1975.
2. Гуревич А. В., Шварцбург А. Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. — М.: Наука, 1973.
3. Гуревич А. В., Шлюгер И. С. // Радиофизика. 1975. Т. 18. № 9. С. 1237.
4. Кротова З. Н., Крупеня Н. Д., Рыжов В. А. // Там же. 1977. Т. 20. № 1. С. 72.
5. Гуревич А. В., Милих Г. М., Шлюгер И. С. // Там же. № 12. С. 1790.
6. Гуревич А. В. // УФН. 2007. Т. 177. № 11. С. 1145.
7. Митяков Н. А., Грач С. М., Митяков С. Н. // Итоги науки техники, сер. Геомагнетизм и высокие слои атмосферы. — М.: ВИНТИ, 1989. Т. 9.

Passage of short radio waves through the low ionosphere

N. D. Naumov

12-th Central Research Institute, Sergiev Posad-7, Moscow region, 141300, Russia

E-mail: beloros@mail.ru

A technique to calculate the amplitude of short radio waves passing through low ionosphere has been developed on the basis of the nonlinear geometrical optics.

PACS: 41.20.Jb, 52.35.Mw, 94.20.-y

Keywords: radio wave, ionosphere, technique, estimation, nonlinear geometrical optics.

Bibliography — 7 references.

Received March 22, 2010