

УДК 536.21

Моделирование процессов теплопроводности в пространственно-армированных композитах с произвольной ориентацией волокон

А. П. Янковский

Предложена модель теплопроводности пространственно-армированной волокнистой среды с дисперсным упрочнением связующего при общей анизотропии материалов компонент композиции. Проведено сравнение расчетных значений эффективных коэффициентов теплопроводности однонаправлено- и перекрестно-армированных композитов с экспериментальными данными. Показано удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных значений этих величин.

PACS: 61.05.-a

Ключевые слова: композиты, пространственное армирование, структурная теория, теплопроводность, анизотропия общая, сравнение с экспериментом.

Введение

Традиционной структурой композиционных материалов (композитов) является слоистая (особенно в тонкостенных конструкциях), когда траектории армирования лежат в плоскостях слоев, связь между которыми осуществляется через прослойки связующего. (Критический анализ некоторых структурных моделей теплофизического поведения таких композитов проведен в работах [1, 2].) Однако особое внимание к себе привлекают композиты с пространственным расположением арматуры. Целесообразность пространственного расположения арматуры определяется не только возможностью ликвидировать такой недостаток слоистых композитов как опасность расслоения вследствие слабого сопротивления сдвигу и поперечному отрыву, но и возможностью локализовать в пределах нескольких пространственных ячеек распространение трещин. Этим резко повышается несущая способность материала в толстостенных конструкциях, особенно в зонах приложения локализованных нагрузок и концентраторов напряжений при нестационарных термосиловых воздействиях, характерных для современных технических устройств [3]. Кроме того, при эксплуатации гибких тонкостенных волокнистых конструкций изначально плоские структуры армирования могут в

процессе деформирования трансформироваться в пространственные структуры. Поэтому актуальной является проблема моделирования процессов теплопроводности в пространственно-армированных композитах, материал связующего которых в общем случае может быть дисперсно упрочнен. Изучению этого вопроса посвящена настоящая работа, которая продолжает исследования, опубликованные в работе [2], где рассматривался частный случай такого армирования — армирование по трем взаимно ортогональным направлениям.

Теплофизическая структурная модель пространственно-армированного гибридного композита с дисперсным упрочнением связующего

Так как наличие арматуры с различными жесткостью и прочностью значительно расширяет диапазон свойств композитов с пространственной схемой армирования [3], то в глобальной декартовой системе координат x_1, x_2, x_3 рассмотрим гибридный композит, армированный в произвольных направлениях K семействами волокон (возможно разной физической природы) с интенсивностями ω_k ($k = 1, 2, \dots, K$). Связующее может быть упрочнено N семействами дисперсных включений с удельным объемным содержанием μ_n ($n = 1, 2, \dots, N$). Удельное объемное содержание связующего обозначим через ω_0 , тогда имеет место условие нормировки

$$\omega_0 + \sum_{k=1}^K \omega_k + \sum_{n=1}^N \mu_n = 1 \quad (1)$$

$$(\omega_0 > 0, \omega_k \geq 0, \mu_n \geq 0, 1 \leq k \leq K, 1 \leq n \leq N).$$

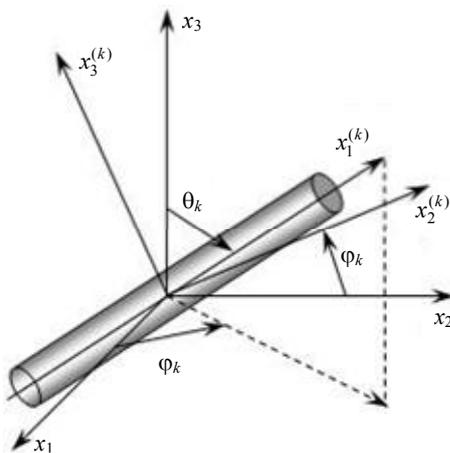
Янковский Андрей Петрович, ведущий научный сотрудник.
Институт теоретической и прикладной механики
им С. А. Христиановича.

Россия, 630090, г. Новосибирск, ул. Институтская, 4/1.
Тел. (8-383) 330-38-04. E-mail: nemirov@itam.nsc.ru

Статья поступила в редакцию 8 апреля 2010 г.

Кроме условия нормировки (1) должны выполняться и физические условия взаимного непроникновения материалов различных компонент композиции. Эти условия накладывают определенные ограничения на предельно допустимые значения суммарных плотностей армирования [на значения сумм в (1)] при плотной упаковке армирующих элементов. Так, в работе [3] приведены указанные предельные значения для некоторых структур пространственного армирования композитной среды, которые меньше единицы. Далее в настоящем исследовании предполагается, что эти ограничения на значения суммарных плотностей армирования выполняются. (При построении модели теплофизического поведения рассматриваемого композита знание конкретных чисел ω_k, μ_n не обязательно, важным является выполнение условия нормировки (1).)

С каждым k -м семейством волокон свяжем свою локальную ортогональную систему координат $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}$ ($k=1, 2, \dots, K$) так, чтобы ось $x_1^{(k)}$ совпадала с направлением траекторий армирования этого семейства, а оси $x_2^{(k)}, x_3^{(k)}$ были перпендикулярны этим траекториям. Подобная локальная система координат отображена на представленном рисунке, причем здесь углы между глобальными и локальными осями определяются таблицей направляющих косинусов (табл. 1).



Локальная система координат, связанная с волокном k -го семейства

Таблица 1

Направляющие косинусы между глобальной и k -й локальной системами координат [4]

Оси	x_1	x_2	x_3
$x_1^{(k)}$	$l_{11}^{(k)}$	$l_{12}^{(k)}$	$l_{13}^{(k)}$
$x_2^{(k)}$	$l_{21}^{(k)}$	$l_{22}^{(k)}$	$l_{23}^{(k)}$
$x_3^{(k)}$	$l_{31}^{(k)}$	$l_{32}^{(k)}$	$l_{33}^{(k)}$

Все компоненты композиции предполагаются анизотропными материалами, причем для удобства изложения (хотя это и не принципиально) теплофизические характеристики связующего и дисперсных включений заданы в глобальной системе координат x_1, x_2, x_3 , а волокон k -го семейства — в локальной системе $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}$; эффективные характеристики композиции определяются также в глобальной системе координат.

Согласно вышеизложенному соотношения закона теплопроводности Фурье для эквивалентной композитной среды и компонент композиции в матричной форме имеют вид:

$$\mathbf{q} = -\Lambda \mathbf{g}, \quad \mathbf{q}_0 = -\Lambda_0 \mathbf{g}_0, \quad \bar{\mathbf{q}}_k = -\bar{\Lambda}_k \bar{\mathbf{g}}_k \quad (k=1, 2, \dots, K), \quad \mathbf{q}_{0,n} = -\Lambda_{0,n} \mathbf{g}_{0,n} \quad (n=1, 2, \dots, N), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^* &= \{q_1, q_2, q_3\}, \quad \mathbf{g}^* = \{g_1, g_2, g_3\}, \quad \mathbf{g} = \text{grad}_x T, \\ \mathbf{q}_0^* &= \{q_1^{(0)}, q_2^{(0)}, q_3^{(0)}\}, \quad \mathbf{g}_0^* = \{g_1^{(0)}, g_2^{(0)}, g_3^{(0)}\}, \\ \mathbf{g}_0 &= \text{grad}_x T_0, \quad \bar{\mathbf{q}}_k^* = \{\bar{q}_1^{(k)}, \bar{q}_2^{(k)}, \bar{q}_3^{(k)}\}, \\ \bar{\mathbf{g}}_k^* &= \{\bar{g}_1^{(k)}, \bar{g}_2^{(k)}, \bar{g}_3^{(k)}\}, \quad \bar{\mathbf{g}}_k = \text{grad}_{x_k} T_k \quad (1 \leq k \leq K), \quad (3) \\ \mathbf{q}_{0,n}^* &= \{q_1^{(0,n)}, q_2^{(0,n)}, q_3^{(0,n)}\}, \\ \mathbf{g}_{0,n}^* &= \{g_1^{(0,n)}, g_2^{(0,n)}, g_3^{(0,n)}\}, \\ \mathbf{g}_{0,n} &= \text{grad}_x T_{0,n} \quad (1 \leq n \leq N); \end{aligned}$$

$\Lambda = (\lambda_{ij}), \Lambda_0 = (\lambda_{ij}^{(0)}), \bar{\Lambda}_k = (\bar{\lambda}_{ij}^{(k)}), \Lambda_{0,n} = (\lambda_{ij}^{(0,n)})$ — 3×3 симметричные матрицы коэффициентов теплопроводности эффективного материала, связующего, волокон k -го семейства и дисперсных включений n -го семейства, соответственно;

$\mathbf{q}, \mathbf{q}_0, \bar{\mathbf{q}}_k, \mathbf{q}_{0,n}$ — векторы тепловых потоков в тех же материалах, соответственно;

$T, T_0, T_k, T_{0,n}$ — температуры в тех же материалах, соответственно;

$\text{grad}_x, \text{grad}_{x_k}$ — вычисление градиента в глобальной x_1, x_2, x_3 и локальной $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}$ системах координат, соответственно;

звездочка означает операцию транспонирования.

В соотношениях (2), (3) и далее чертой сверху обозначены величины, определенные в локальной системе координат $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}$, связанной с k -м семейством волокон, а те же величины, определенные в глобальной системе x_1, x_2, x_3 , обозначены теми же символами, но без черты.

В случаях, когда волокна изготовлены из изотропных или моноотропных (с главной осью анизотропии, совпадающей с направлением армирования) материалов, направляющие косинусы $l_{ij}^{(k)}$ (см. табл. 1) можно однозначно определить с помощью двух углов сферической системы координат (см. рисунок): полярного расстояния θ_k и долготы φ_k . При этом ось $x_2^{(k)}$ удобно получить поворотом оси x_2 на угол φ_k вокруг оси x_3 (именно этот случай изображен на рисунке), а направление оси $x_3^{(k)}$ определяется векторным произведением ортов, задающих направления $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}$. Направляющие косинусы $l_{ij}^{(k)}$ при таком задании локальной системы координат вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} l_{11}^{(k)} &= \sin \theta_k \cos \varphi_k, & l_{12}^{(k)} &= \sin \theta_k \sin \varphi_k, \\ l_{13}^{(k)} &= \cos \theta_k, & l_{21}^{(k)} &= -\sin \varphi_k, & l_{22}^{(k)} &= \cos \varphi_k, \\ l_{23}^{(k)} &= 0, & l_{31}^{(k)} &= -\cos \theta_k \cos \varphi_k, \\ l_{32}^{(k)} &= -\cos \theta_k \sin \varphi_k, & l_{33}^{(k)} &= \sin \theta_k, & 1 \leq k \leq K. \end{aligned} \quad (4)$$

(Соотношения (4) могут быть использованы и в случае общей анизотропии материалов арматуры, но тогда все характеристики материала волокон k -го семейства обязательно должны быть заданы именно в этой системе координат.)

Так как установить фактическое распределение тепловых потоков и температурного поля в пространственно-армированном материале весьма затруднительно, то при нахождении практически пригодных зависимостей для определения шести независимых теплофизических характеристик в виде компонент линейной теплопроводности λ_{ij} ($\lambda_{ij} = \lambda_{ji}$, $i, j = 1, 2, 3$) необходимо сделать некоторые допущения, аналогичные тем, что были использованы в [2, 5] для вывода формул, определяющих эффективные коэффициенты теплопроводности однонаправленно и ортогонально армированных сред.

1. Армированный материал представляет собой сплошное макроскопически квазиоднородное анизотропное тело. (При достаточно густом равномерном насыщении связующего волокнами и дисперсными включениями это предположение вполне допустимо. К этому выводу приходят все исследователи, изучающие свойства дисперсно-армированных сред [4].)

2. На границах между связующим и всеми армирующими элементами реализуются условия идеального теплового контакта.

3. Приращение усредненной температуры T вдоль произвольно ориентированного отрезка элементарной длины dl равно сумме приращений температур в компонентах композиции, которые этот отрезок пересекают.

4. Усредненный тепловой поток через произвольно ориентированную элементарную площадку подсчитывается по правилу простой смеси тепловых потоков в компонентах композиции.

5. Связь между вектором теплового потока и градиентом температуры во всех компонентах композиции подчиняется линейному закону теплопроводности Фурье (2).

При переходе от глобальной системы координат x_1, x_2, x_3 к локальной системе $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}$ имеют место преобразования векторов (3):

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{q}}_k &= L_k \mathbf{q}_k (\bar{q}_i^{(k)} = \sum_{j=1}^3 l_{ij}^{(k)} q_j^{(k)}), \\ \bar{\mathbf{g}}_k &= L_k \mathbf{g}_k (\bar{g}_i^{(k)} = \sum_{j=1}^3 l_{ij}^{(k)} g_j^{(k)}, \quad i = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (5)$$

и обратные им преобразования

$$\mathbf{q}_k = L_k^* \bar{\mathbf{q}}_k, \quad \mathbf{g}_k = L_k^* \bar{\mathbf{g}}_k, \quad 1 \leq k \leq K, \quad (6)$$

где $L_k = (l_{ij}^{(k)})$ — 3×3 матрица ортогональных преобразований (см. табл. 1).

Из допущения 3 по аналогии с допущениями из [2, 5] вытекает равенство

$$\mathbf{g} = \omega_0 \mathbf{g}_0 + \sum_{n=1}^N \mu_n \mathbf{g}_{0,n} + \sum_{k=1}^K \omega_k \mathbf{g}_k. \quad (7)$$

Из допущения 2 и условий сопряжения тепловых потоков и полей температур на границах контакта связующего и армирующих элементов с учетом соотношений, аналогичных (5), получим:

$$\bar{q}_i^{(k)} = \bar{q}_i^{(0)} = \sum_{j=1}^3 l_{ij}^{(k)} q_j^{(0)} \quad (i = 2, 3, \quad 1 \leq k \leq K); \quad (8)$$

$$\bar{g}_1^{(k)} = \bar{g}_1^{(0)} = \sum_{j=1}^3 l_{1j}^{(k)} g_j^{(0)}, \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial T_k}{\partial x_1^{(k)}} = \frac{\partial T_0}{\partial x_1^{(k)}} = \sum_{j=1}^3 l_{1j}^{(k)} \frac{\partial T_0}{\partial x_j}, \quad 1 \leq k \leq K \right);$$

$$q_i^{(0,n)} = q_i^{(0)} \quad (i = 1, 2, 3, \quad 1 \leq n \leq N). \quad (10)$$

Три скалярных равенства (10) аналогичны векторному соотношению

$$\mathbf{q}_{0,n} = \mathbf{q}_0 \quad (1 \leq n \leq N). \quad (11)$$

Из допущения 4 следует

$$\mathbf{q} = \omega_0 \mathbf{q}_0 + \sum_{n=1}^N \mu_n \mathbf{q}_{0,n} + \sum_{k=1}^K \omega_k \mathbf{q}_k. \quad (12)$$

Из соотношения (12) с учетом (11) получим

$$\mathbf{q} = \left(\omega_0 + \sum_{n=1}^N \mu_n \right) \mathbf{q}_0 + \sum_{k=1}^K \omega_k \mathbf{q}_k. \quad (13)$$

Кроме того, из равенства (11) с учетом (2) и допущения 5 вытекает

$$\Lambda_{0,n} \mathbf{g}_{0,n} = \Lambda_0 \mathbf{g}_0,$$

откуда

$$\mathbf{g}_{0,n} = \Lambda_{0,n}^{-1} \Lambda_0 \mathbf{g}_0 \quad (1 \leq n \leq N), \quad (14)$$

где $\Lambda_{0,n}^{-1}$ — 3×3 матрица, обратная матрице $\Lambda_{0,n}$.

Подставив (14) в соотношение (7), имеем

$$\mathbf{g} = \left(\omega_0 I + \sum_{n=1}^N \mu_n \Lambda_{0,n}^{-1} \Lambda_0 \right) \mathbf{g}_0 + \sum_{k=1}^K \omega_k \mathbf{g}_k, \quad (15)$$

где I — 3×3 единичная матрица.

Из равенств (8), (9) с учетом (2) и допущения 5 следует

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{g}}_1^{(k)} &= \sum_{j=1}^3 l_{1j}^{(k)} \mathbf{g}_j^{(0)}, \\ \sum_{j=1}^3 \bar{\lambda}_{ij}^{(k)} \bar{\mathbf{g}}_j^{(k)} &= \sum_{j=1}^3 l_{ij}^{(k)} \sum_{m=1}^3 \lambda_{jm}^{(0)} \mathbf{g}_m^{(0)} \\ (i = 2, 3, 1 \leq k \leq K). \end{aligned} \quad (16)$$

Эту систему запишем в матричной форме

$$B_k \bar{\mathbf{g}}_k = C_k \mathbf{g}_0, \quad 1 \leq k \leq K, \quad (17)$$

где компоненты 3×3 матриц $B_k = (B_{ij}^{(k)})$,

$C_k = (C_{ij}^{(k)})$ согласно (16) определяются так:

$$\begin{aligned} B_{11}^{(k)} &= 1, \quad B_{1j}^{(k)} = 0 \quad (j = 2, 3), \\ B_{ij}^{(k)} &= \bar{\lambda}_{ij}^{(k)} \quad (i = 2, 3, j = 1, 2, 3), \\ C_{1j}^{(k)} &= l_{1j}^{(k)} \quad (j = 1, 2, 3), \\ C_{ij}^{(k)} &= \sum_{m=1}^3 l_{im}^{(k)} \lambda_{mj}^{(0)} \quad (i = 2, 3, j = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (18)$$

В силу (18) $\det B_k \neq 0$, поэтому из (17) получаем

$$\bar{\mathbf{g}}_k = E_k \mathbf{g}_0 \quad (1 \leq k \leq K), \quad (19)$$

где

$$E_k = B_k^{-1} C_k; \quad (20)$$

B_k^{-1} — 3×3 матрица, обратная B_k .

Соотношение (19) определяет градиент температуры $\bar{\mathbf{g}}_k$ в волокнах k -го семейства (определенный в локальной системе координат $x_i^{(k)}$) через градиент температуры \mathbf{g}_0 в связующем (заданный в глобальной системе x_i).

Подставим равенства (6) в соотношения (13), (15):

$$\mathbf{q} = \left(\omega_0 + \sum_{n=1}^N \mu_n \right) \mathbf{q}_0 + \sum_{k=1}^K \omega_k L_k^* \bar{\mathbf{q}}_k; \quad (21)$$

$$\mathbf{g} = \left(\omega_0 I + \sum_{n=1}^N \mu_n \Lambda_{0,n}^{-1} \Lambda_0 \right) \mathbf{g}_0 + \sum_{k=1}^K \omega_k L_k^* \bar{\mathbf{g}}_k. \quad (22)$$

Используя соотношения (2) для $\mathbf{q}_0, \bar{\mathbf{q}}_k$, преобразуем равенство (21):

$$\mathbf{q} = - \left(\omega_0 + \sum_{n=1}^N \mu_n \right) \Lambda_0 \mathbf{g}_0 - \sum_{k=1}^K \omega_k L_k^* \bar{\Lambda}_k \bar{\mathbf{g}}_k. \quad (23)$$

Исключим из (22), (23) за счет (19) градиенты температур $\bar{\mathbf{g}}_k$, тогда получим

$$\mathbf{g} = \left[\left(\omega_0 I + \sum_{n=1}^N \mu_n \Lambda_{0,n}^{-1} \Lambda_0 \right) + \sum_{k=1}^K \omega_k L_k^* E_k \right] \mathbf{g}_0; \quad (24)$$

$$\mathbf{q} = - \left[\left(\omega_0 + \sum_{n=1}^N \mu_n \right) \Lambda_0 + \sum_{k=1}^K \omega_k L_k^* \bar{\Lambda}_k E_k \right] \mathbf{g}_0. \quad (25)$$

Выразим из (24) \mathbf{g}_0 через \mathbf{g} , тогда

$$\mathbf{g}_0 = H \mathbf{g}, \quad (26)$$

где

$$H = \left[\left(\omega_0 I + \sum_{n=1}^N \mu_n \Lambda_{0,n}^{-1} \Lambda_0 \right) + \sum_{k=1}^K \omega_k L_k^* E_k \right]^{-1}. \quad (27)$$

Подставим (26) в соотношение (25), тогда получим

$$\mathbf{q} = - \left[\left(\omega_0 + \sum_{n=1}^N \mu_n \right) \Lambda_0 + \sum_{k=1}^K \omega_k L_k^* \bar{\Lambda}_k E_k \right] H \mathbf{g}. \quad (28)$$

В силу допущения 1 из сопоставления первого равенства (2) и (28) следует

$$\Lambda = \left[\left(\omega_0 + \sum_{n=1}^N \mu_n \right) \Lambda_0 + \sum_{k=1}^K \omega_k L_k^* \bar{\Lambda}_k E_k \right] H. \quad (29)$$

В соотношении (29) нужно учесть выражения для 3×3 матриц (27), (20), (18).

Таким образом, равенство (29) определяет в матричной форме все эффективные коэффициенты теплопроводности пространственно-армированного

композита с дисперсным упрочнением связующего.

Важной особенностью предложенной модели является возможность определения по градиенту усредненной температуры \mathbf{g} (3) тепловых потоков и градиентов температур $\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_{0,n}, \bar{\mathbf{g}}_k$ во всех компонентах композиции. Действительно, если из решения задачи теплопроводности для композитной среды известен градиент усредненной температуры $\mathbf{g} = \text{grad}_x T$, то из (26), (19), (14) можно последовательно определить градиенты температур в связующем \mathbf{g}_0 , армирующих волокнах $\bar{\mathbf{g}}_k$ и в дисперсных включениях $\mathbf{g}_{0,n}$, а затем, используя закон Фурье (2), можно вычислить и тепловые потоки в соответствующих компонентах композиции $(\mathbf{q}_0, \bar{\mathbf{q}}_k, \mathbf{q}_{0,n})$. Знание же градиентов температур $\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_{0,n}, \bar{\mathbf{g}}_k$ имеет принципиальное значение, например, при использовании в дальнейшем нелокальных структурных критериев (теорий) прочности в случаях расчета композитной конструкции при интенсивном термосиловом нагружении.

Полученное в настоящем исследовании соотношение (29) может быть использовано для определения эффективных коэффициентов теплопроводности композитов, армированных усиливающими элементами с покрытиями (типа борных волокон [6]), а также при учете переходных зон, возникающих в силу химического взаимодействия арматуры со связующим на границах их контактов (зоны интерметаллидов в металлокомпозитах и т. п.) или частичного разрушения компонент композиции на этих границах. Для этого указанные покрытия или зоны нужно рассматривать как дополнительные фиктивные семейства волокон или дисперсных включений, удельное объемное содержание и теплофизические характеристики которых известны.

Замечание 1. Если принять, что дисперсное упрочнение отсутствует, волокна всех семейств уложены в одном направлении, например, x_1 [$\theta_k = \pi/2, \varphi_k = 0, 1 \leq k \leq K, (4)$] и изготовлены из моноотропных материалов с главной осью анизотропии, совпадающей с направлением x_1 , а связующее является изотропным материалом, то из (29) получим, как частный случай, структурные формулы, совпадающие с соответствующими соотношениями, выведенными в работе [5] для однонаправленно-армированной среды.

Замечание 2. Если же принять, что трансверсально-изотропные волокна разных семейств уложены в направлениях осей x_1, x_2, x_3 прямоугольной декартовой системы координат, то при ортотропных материалах связующего и дисперсных включений (с главными осями теплофизиче-

ской анизотропии, совпадающими с x_1, x_2, x_3) получим из (29), как частный случай, структурные соотношения теплопроводности, совпадающие (при соответствующих переобозначениях) с построенными ранее [2].

Помимо эффективных коэффициентов теплопроводности $\Lambda = (\lambda_{ij})$ ($\lambda_{ij} = \lambda_{ji}, i, j = 1, 2, 3$) важной интегральной теплофизической характеристикой композита является удельная теплоемкость C , которая для армированного материала, как и приведенная объемная плотность R , определяется по правилу простой смеси [7]

$$C = \omega_0 \rho_0 c_0 + \sum_{k=1}^K \omega_k \rho_k c_k + \sum_{n=1}^N \mu_n \rho_{0,n} c_{0,n},$$

$$R = \omega_0 \rho_0 + \sum_{k=1}^K \omega_k \rho_k + \sum_{n=1}^N \mu_n \rho_{0,n}, \quad (30)$$

где $\rho_0, \rho_{0,n}, \rho_k$ — объемные плотности материалов связующего, дисперсных включений n -го семейства и волокон k -го семейства, соответственно; $c_0, c_{0,n}, c_k$ — удельные теплоемкости тех же материалов, соответственно.

Сравнение расчетных и экспериментальных значений эффективных характеристик теплопроводности волокнистых материалов

При попытке выполнения сравнений теоретических расчетов с экспериментами приходится часто сталкиваться с тем, что в опубликованных работах не всегда приводятся необходимые данные о свойствах материалов компонент, композиций и структуре армирования (плотности и точном направлении армирования). Поэтому ниже при сравнениях использовалась та доступная справочная литература, в которой были приведены необходимые для сравнительного анализа характеристики.

Сначала рассмотрим однонаправленно-армированный вдоль оси x_1 [$N = 0, K = 1, \theta_1 = \pi/2, \varphi_1 = 0$; (4)] "микропластик" на основе волокон кевлар-49 и эпоксисвязующего DER 332 / Джеффамин Т-403. (Коэффициенты теплопроводности компонент композиции приведены в табл. 2.)

Таблица 2

Коэффициенты теплопроводности фазовых материалов "микропластика"

Направление	Значение $\lambda_{ii}^{(0)}$, Вт/м·К, для эпоксисвязующего DER 332 / Джеффамин Т-403 [6]	Значения $\bar{\lambda}_{11}^{(k)}$, $\bar{\lambda}_{22}^{(k)} = \bar{\lambda}_{33}^{(k)}$, Вт/м·К, для волокон кевлар-49 [6]
Вдоль волокон	0,133	4,816 ($\bar{\lambda}_{11}^{(k)}$)
Поперек волокон	0,133	4,110 ($\bar{\lambda}_{22}^{(k)} = \bar{\lambda}_{33}^{(k)}$)

В табл. 3 приведены экспериментальные и расчетные значения λ_{11} , $\lambda_{22} = \lambda_{33}$ для указанной композиции при плотности армирования $\omega_1 = 0,6$. Из этой таблицы следует, что рассчитанное по формуле (29) значение коэффициента продольной теплопроводности композиции λ_{11} меньше экспериментального значения на 8,6 %, а расчетные значения коэффициентов поперечной теплопроводности ($\lambda_{22} = \lambda_{33}$) меньше экспериментального значения на 9,4 %. В соответствии с замечанием 1 расчетные значения λ_{ij} , приведенные в табл. 3, полностью совпадают (см. табл. 2 в [2]) с величинами, определенными по структурным моделям из [2, 5]. В работе [2] проведено сравнение с экспериментом не только для модели, предложенной в [5], но и для других структурных теплофизических моделей волокнистых сред [8, 9]. Как показано в [2], обе эти модели хуже согласуются с экспериментом (отклонение для $\lambda_{22} = \lambda_{33}$ составляет более 30 %) по сравнению с расчетными значениями, приведенными в табл. 3.

Таблица 3

Значения эффективных коэффициентов теплопроводности однонаправленного "микропластика" на основе кевлара-49 и эпокси связующего DER 332 / Джеффамин Т-403

Источник	λ_{11} , Вт/м·К	$\lambda_{22} = \lambda_{33}$, Вт/м·К
Экспериментальные значения [6]	3,22	0,35
Расчетная формула (29)	2,943	0,317

Как уже отмечалось во введении, на практике армирование конструкций осуществляется не в одном направлении, а перекрестно несколькими семействами волокон или арматуры. В табл. 4 приведены экспериментальные и расчетные значения эффективных коэффициентов теплопроводности ортогонально-армированного в плоскости x_1, x_2 [$N = 0, K = 2, \theta_1 = \theta_2 = \pi/2, \varphi_1 = 0, \varphi_2 = \pi/2$; (4)] органопластика на основе эпокси связующего и волокон кевлар-49.

Таблица 4

Коэффициенты теплопроводности перекрестно армированного композита на основе ткани кевлар-49 и эпоксидной системы DER-332 / Джеффамин Т-403 с объемным содержанием волокон 46 % ($\omega_1 + \omega_2 = 0,46$)

Характеристика	Эксперимент [6]	Расчет по формуле (29)	Отклонение от эксперимента, %
λ_{33} , Вт/(м·К) (поперек слоев ткани)	0,22	0,240	8,9
λ_{11} , Вт/(м·К) (вдоль волокон)	0,91	0,784	13,8

В соответствии с замечанием 2 расчетные значения λ_{ij} , приведенные в табл. 4, полностью совпадают (см. табл. 3 в [2]) с величинами, опреде-

ленными по структурной модели из [2], где было показано [это подтверждают и многочисленные расчеты, проведенные по формуле (29)], что в случае перекрестной укладки в плоскости x_1, x_2 волокон из одного и того же материала ($\bar{\lambda}_{ii}^{(1)} = \bar{\lambda}_{ii}^{(2)}$, $i = 1, 2, 3$) коэффициент поперечной теплопроводности λ_{33} композиции не зависит от количественного распределения волокон в разных направлениях армирования, а зависит лишь от удельной суммарной интенсивности армирования ($\Omega = \omega_1 + \omega_2$).

Как видно из табл. 4, эта особенность модели (29) хорошо согласуется с экспериментом. Напротив, при определении эффективных коэффициентов теплопроводности композиции в плоскости армирования существенное влияние на расчетные значения λ_{ij} в (29) оказывает удельное объемное содержание волокон ω_i в каждом направлении армирования x_i ($i = 1, 2$). К сожалению, в [6] (см. там табл. 12.30) не указано, для какого типа ткани кевлар-49 проводились эксперименты, а приведено лишь удельное объемное содержание волокон в композите ($\Omega = 0,46$). Однако, согласно табл. 12.5 из [6], существуют разные типы тканей из пряжи кевлар-49, содержащие в разных пропорциях волокна в направлениях основы и утка, поэтому выбор типа ткани кевлар-49 оказывает влияние на расчетное значение λ_{11} . В табл. 4 приведено расчетное значение λ_{11} для ткани типа 143 ($\omega_1 = 0,383, \omega_2 = 0,077$), для которой наблюдается удовлетворительное согласование с экспериментом. Для других типов тканей получается значительное расхождение с экспериментальными данными. Так, например, для тканей типов 120, 181, 281, 285, 328 (см. табл. 12.5 в [6]) с одинаковым удельным содержанием волокон вдоль основы и утка ($\omega_1 = \omega_2 = 0,23$) расчетное значение $\lambda_{11} = 1,56$ Вт/(м·К), что на 72 % превышает экспериментальную величину. (Строго говоря, волокна, уложенные в направлении утка, являются криволинейными, поэтому для адекватного учета криволинейности траекторий армирования, которая имеет место в реальности [6, 10], требуется дальнейшее развитие предложенной в настоящей работе модели, что выходит за рамки данного исследования.)

Заключение

Удовлетворительное согласование расчетных [вычисленных по формуле (29)] и экспериментальных значений $\lambda_{11}, \lambda_{22}, \lambda_{33}$ (отклонения не превосходят 9—14 %) позволяет доверительно относиться к предложенной структурной модели теплопроводности пространственно-армированного композита.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 10-01-90402-Укр_а) и Президиума СО РАН (Постановление № 10 от 15.01.09, номер проекта 72).

Литература

1. Немировский Ю. В., Янковский А. П.// Механика композиционных материалов и конструкций. 2007. Т. 13. № 1. С. 3—32.
2. Немировский Ю. В., Янковский А. П.// Прикладная физика. 2008. № 5. С. 10—17.
3. Пространственно-армированные композиционные материалы: Справочник/ Ю. М. Тарнопольский, И. Г. Жигун, В. А. Поляков. — М.: Машиностроение, 1987.
4. Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетерс Г. А. Сопротивление жестких полимерных материалов. — Рига: Зинатне, 1972.
5. Немировский Ю. В., Янковский А. П.// Теплофизика и аэромеханика. 1998. Т. 5. № 2. С. 215—235.
6. Справочник по композитным материалам: В 2-х кн. Кн. 1/ Под ред. Дж. Любина; Пер. с англ. А. Б. Геллера, М. М. Гельмонта; Под ред. Б. Э. Геллера. — М.: Машиностроение, 1988.
7. Композиционные материалы. Справочник/ Под ред. Д. М. Карпиноса. — Киев: Наук. думка, 1985.
8. Ванин Г. А. Микромеханика композитных материалов. — Киев: Наук. думка, 1985.
9. Шленский О. Ф. Тепловые свойства стеклопластиков. — М.: Химия, 1973.
10. Жигун И. Г., Душин М. И., Поляков В. А., Якушин В. А.// Механика полимеров. 1973. № 6. С. 1011—1018.

Modelling of processes of thermal conductivity in spatially reinforced composites with any orientation of fibres

A. P. Yankovskii

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Science, 4/1 Institutskaja str., Novosibirsk, 630090, Russia
E-mail: nemirov@itam.nsc.ru

The model of thermal conductivity of spatially reinforced fibrous medium with a disperse reinforcement bonding agent is offered at the general anisotropy of materials a component of a composition. Comparison of calculated values of effective coefficients of thermal conductivity is lead is unidirectional and is cross the reinforced composites with experimental data. The satisfactory concord of calculated and experimental values of these magnitudes is shown.

PACS: 61.05.-a

Keywords: composites, the space reinforcement, the structural theory, thermal conductivity, anisotropy the general, comparison with experiment.

Bibliography — 10 references.

Received April 8, 2010