

# Электронные и ионные пучки

УДК 621.385.833+537.533.35

## Квантовый статистический резонанс при взаимодействии пучка электронов с лазерным излучением

В. К. Неволин

*Описано явление накачки квантовой составляющей энергии движения частиц, совершающих инфинитное движение. При взаимодействии пучка электронов с лазерным излучением на частоте осцилляций плотности вероятности должна наблюдаться резонансная пространственная перестройка пучка, увеличивающая квантовую составляющую энергии движения.*

PACS: 79.70.+g, 03.65.-w

*Ключевые слова:* квантовая составляющая энергии движения, пучок электронов, лазерный пучок, комптоновское рассеяние, квантовый статистический резонанс.

### Введение

Как известно, квантовые частицы, совершающие инфинитное движение, обладают волновыми свойствами и этому движению должна соответствовать своя энергия движения. Действительно, квантово-механическое усреднение оператора Гамильтона для движения свободной частицы с ненулевой массой дает выражение для полной энергии:

$$E = \langle \mathbf{p} \rangle^2 / 2m + \langle (\Delta \mathbf{p})^2 \rangle / 2m. \quad (1)$$

Можно видеть, что квантовая частица одновременно участвует в двух движениях, совершая поступательное движение с кинетической энергией

$$E_k = \langle \mathbf{p} \rangle^2 / 2m,$$

где далее макроскопический импульс частицы, равный квантово-механическому среднему  $\mathbf{p} = \langle \mathbf{p} \rangle$ , обозначается как  $\mathbf{p}$  (вектор), и чисто квантовое с энергией квантовой нелокальности движения, обусловленной флуктуациями импульса

$$\Delta \varepsilon = \langle (\Delta \mathbf{p})^2 \rangle / 2m,$$

где далее  $\Delta \mathbf{p} = \langle (\Delta \mathbf{p})^2 \rangle^{1/2} \mathbf{n} = (2m \cdot \Delta \varepsilon)^{1/2} \cdot \mathbf{n}$ , причем  $\mathbf{n}$  — единичный вектор.

Аналитическое решение уравнения Шредингера в квазигидродинамическом представлении для частицы массой  $m$ , которая движется во внешнем стационарном поле, дает [1, 2]:

$$E = p(\mathbf{r})^2 / 2m + U(\mathbf{r}) + \Delta \varepsilon(p(\mathbf{r})), \quad (2)$$

где  $\Delta \varepsilon = \frac{\hbar^2 (\text{grad} p)^2}{8m p^2} - \frac{\hbar^2}{4m p} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right)$  —

есть квантовая аддитивная составляющая полной энергии движения частицы. При этом плотность вероятности свободной частицы ( $U = 0$ ), совершающей инфинитное движение, имеет вид:

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho_0 \cos^2 \left( \frac{\Delta \mathbf{p}(\mathbf{r} - t\mathbf{p} / m)}{\hbar} \right). \quad (3)$$

Наконец, используем суперпозицию решений уравнения Шредингера для свободной частицы в виде двух волн де Бройля (частица одновременно участвует в двух движениях)

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \frac{\sqrt{\rho_0}}{2} \left( e^{\frac{i(\mathbf{p}_1 \mathbf{r} - E_1 t)}{\hbar}} + e^{\frac{i(\mathbf{p}_2 \mathbf{r} - E_2 t)}{\hbar}} \right).$$

Положив среднее значение импульса в виде  $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) / 2$ , а среднее отклонение в виде  $\Delta \mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) / 2$  (как это и положено для пакета), а также учитывая, что  $\rho = |\Psi|^2$ , получаем решение (3), а для полной энергии формулу (1).

Волна плотности вероятности свободной частицы, определяемая формулой (3), совершает продольно-поперечные колебания с волновым вектором

$$\mathbf{k} = \Delta \mathbf{p} / \hbar,$$

Неволин Владимир Кириллович, профессор.  
Московский государственный институт электронной техники.  
Россия, 124498, Москва, Зеленоград, К-498.  
Тел. (499) 732-72-41. E-mail: vkn@miee.ru

Статья поступила в редакцию 22 ноября 2010 г.

с частотой

$$\omega = (\Delta p / \hbar)(p / m) = kv \quad (4)$$

и линейным законом дисперсии, что существенно. С ее помощью находят естественное объяснение известные экспериментальные результаты по интерференции частицы самой с собой при прохождении двух щелей [3].

Закон сохранения энергии движения для свободных частиц (1) с помощью (4) можно записать в следующем виде:

$$E = E_k + (\hbar k)^2 / 2m$$

$$\text{или } E = E_k + (\hbar\omega / 2)(\hbar\omega / 2E_k) + \hbar^2 k_{\perp}^2 / 2m. \quad (5)$$

Можно видеть, что квантовая составляющая энергии свободного движения частицы имеет волновую природу и, по-видимому, связана с энергией квантовых нулевых колебаний.

Далее представим необходимые экспериментальные доказательства. Прежде всего, эти факты должны были проявиться в прежних экспериментах, а именно, если в экспериментах с высокой точностью измеряется только кинетическая энергия частиц, то должен проявиться дефицит в полной энергии частиц в соответствии с формулой (1). Что и было обнаружено при альфа-распаде радиоактивных ядер. На основании множества экспериментов с различными радиоактивными ядрами была составлена эмпирическая поправка для величины дефицита, природа которой была неизвестна. Была развита теория, которая из первых принципов позволяет вычислить эту поправку и согласуется с экспериментальными данными. Знание этой поправки необходимо при создании прецизионных альфа-источников тепла и электрической энергии [4].

Были поставлены эксперименты с применением зондовых нанотехнологий по туннелированию электронов из катода (острийного зонда) через треугольный барьер при автоэлектронной эмиссии [5, 6]. Туннелирующие электроны уносят из катода энергию, равную энергии Ферми, добивают кинетическую энергию во внешнем поле между электродами и доставляют ее на анод в соответствии с формулой (2). Эксперименты поставлены так, что кинетическая энергия электронов, достигающих анода, меньше энергий Ферми электронов в электродах. Приложенное напряжение изменяется таким образом, чтобы убедиться, что летящие электроны переносят аддитивно энергию Ферми. Если энергия Ферми электронов в катоде превышает энергию Ферми в аноде, то возможно дополнительное тепловыделение в аноде и недогрев анода при обратном соотношении энергий Ферми. Это аналог эффекта Пельтье только с одним прин-

ципальным отличием: туннелирующие электроны уносят из катода энергию, равную энергии Ферми, и переносят ее в пространстве между электродами. Ранее этот эффект не предсказывался и не наблюдался в силу специфики прежних экспериментов, проводимых при больших значениях межэлектродных напряжений, когда эффект исчезающее мал.

В данной работе продолжено исследование квантовой составляющей энергии движения частиц, совершающих инфинитное движение, на примере взаимодействия электронного пучка с лазерным пучком.

### Постановка задачи и основные результаты

Рассмотрим взаимодействие слабо расходящегося моноэнергетического электронного пучка со встречным одномодовым лазерным пучком. Электроны извлекаются из катода с помощью автоэлектронной эмиссии с фермиевским импульсом  $k_f$ , так что  $k_f^2 = k_t^2 + k_l^2$  и поперечная составляющая импульса мала по сравнению с импульсом, направленным вдоль пучка, т. е.  $k_t / k_l \ll 1$ . Разреженный пучок электронов таков, что можно не учитывать взаимодействия между электронами. Электроны двигаются стационарно в свободном пространстве между двумя электродами с коллимирующими отверстиями, за последним из которых размещается собирающий электрод. При взаимодействии света с пучком электронов возможен эффект Комптона, приводящий к рассеянию светом пучка электронов и уменьшению тока на собирающий электрод. При этом параметры рассеяния будут монотонными функциями в зависимости от изменения энергии пучка электронов в свободном пространстве между электродами. На собирающем электроде после коллимирующего отверстия будет изменяться монотонно ток электронов.

Возможен эффект случайного взаимодействия поперечного электрического поля световой волны с электрическим зарядом, изменяющий поперечную составляющую импульса электронов. Однако при этом возможно и резонансное во времени взаимодействие поперечного электрического поля световой волны с пучком электронов, если выполняется условие:

$$\omega_c = 2\omega = 2\mathbf{kp} / m = 2\cos\alpha \cdot k \cdot p / m, \quad (6)$$

где  $\omega_c$  — циклическая частота света;

$\alpha$  — угол между векторами.

Множитель 2 учитывает тот факт, что гармонические колебания плотности вероятности в соответствии с формулами (3) и (4) происходят на уд-

военной частоте  $\omega$ . Поперечная составляющая волнового вектора  $\vec{k}$  в силу статистики равномерно распределена по всем радиальным направлениям, что и требуется от вектора поляризации световой волны. При наличии временного синхронизма взаимодействующих волн величина электрического поля световой волны будет неоднородна вдоль электронного пучка. Однако волновой вектор световой волны  $k_c$  много больше фермиевского волнового вектора  $k_f$ , т. е.  $k_c \gg k_f$  и длина волны лазерного излучения будет "накрывать" множество колебаний плотности вероятности. В связи с этим для накачки поперечной составляющей энергии движения не требуется фазового синхронизма колебаний плотности вероятности частиц, участвующих в движении: здесь важно, что они колеблются на одной частоте. Тогда в первом приближении для действующей силы  $F(t)$  можно использовать среднее по полупериоду значение:

$$F(t) = \frac{2eD}{\pi} \sin(\omega_c t + \beta),$$

где  $D$  — амплитуда электрического поля световой волны;

$e$  — заряд электрона.

Электрическое поле световой волны будет раскачивать поперечную составляющую импульса электронов, увеличивая поперечную составляющую энергии пучка. При этом не будет меняться продольная составляющая энергии пучка электронов и частота пространственных осцилляций плотности вероятности. На собирающем электроде после коллимирующего электрода в случае резонанса резко уменьшится величина приходящего тока электронов. Величина эффекта зависит от длительности резонансного взаимодействия света с пучком.

Энергию вынужденных колебаний, набираемую электроном в поле световой волны за время  $T$ , можно оценить по формуле:

$$\varepsilon_c = \frac{1}{2m} \left| \int_0^T F(t) e^{-i2\omega t} dt \right|^2.$$

Имеем в случае резонанса:

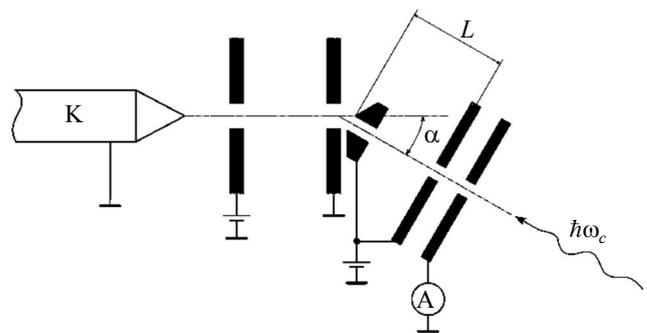
$$\varepsilon_c = \frac{e^2 D^2}{2\pi^2 m \omega_c^2} \left[ (\omega_c T)^2 + \sin^2 \omega_c T + (\omega_c T / 2)(\sin(\omega_c T + \beta) - \sin \beta) \right]. \quad (7)$$

Оценим основные параметры, необходимые для осуществления резонансной накачки квантовой составляющей энергии движения электронов. Ес-

ли величина промежутка между электродами с коллимирующими отверстиями равна  $L$ , где свободно двигаются электроны со скоростью  $v$ , то  $T = L/v$ . Электроны поступают в свободное пространство, пройдя ускоряющую разность потенциалов  $U$ , причем  $v = (2eU/m)^{1/2}$ . Пренебрегаем тепловым разбросом электронов по энергиям по сравнению с энергией Ферми и энергией, набираемой электронами в электрическом поле. Считаем, что электроны в основном туннелируют с вершины поверхности Ферми (другими словами, поперечные квазиимпульсы малы). Тогда  $k_f = (2m\varepsilon_f/\hbar^2)^{1/2}$  и резонансная частота лазерного излучения равна:

$$\omega_c = 4 \cos \alpha (eU \varepsilon_f / \hbar^2)^{1/2}. \quad (8)$$

Встречные пучки не должны быть соосными, чтобы световой пучок, пройдя коллимирующие отверстия, не вызывал фотоэмиссию электронов с катода, т. е.  $\alpha > 0$ . Для серебряного катода с энергией Ферми  $\varepsilon_f = 5,5$  эВ и энергией поступательного движения электронов  $eU = 1$  эВ максимальная энергия световых квантов должна составлять  $\hbar\omega_c = 9,4$  эВ. Это диапазон ультрафиолетового излучения лазеров. Для уменьшения энергии лазерного излучения надо чтобы  $\alpha \rightarrow \pi/2$ , однако при этом существенно уменьшится интенсивность собираемого пучка электронов. На рисунке приведена принципиальная схема возможной экспериментальной установки.



Принципиальная схема возможной экспериментальной установки:

$K$  — катод;  $L$  — расстояние между электродами;  $\alpha$  — угол между направлением пучка электронов и лазерным пучком;  $A$  — ток гальванометра

Величина  $\omega_c T$  в формуле (7) такова, что  $\omega_c T = 2k_f L \gg 1$ , и можно видеть, что начальные значения фаз световой волны  $\beta$  несущественны в резонансе. Для оценок можно ограничиться первым слагаемым в этой формуле. Имеем:

$$\varepsilon_c = \frac{e^2 D^2 T^2}{2\pi^2 m}. \quad (9)$$

Величина амплитуды электрического поля световой волны  $D$  зависит известным образом от интенсивности лазерного пучка.

### Заключение

Приведенные рассуждения и оценки позволяют сделать вывод, что экспериментальное доказательство "холодной" накачки лазерным излучением квантовой составляющей энергии частиц, совершающих инфинитное движение, имеет принципиальное значение для решения многих прикладных задач и станет еще одним доказательством волновой природы движения квантовых частиц.

Автор выражает благодарность В. А. Петухову за детальное обсуждение схемы экспериментальной установки.

### Литература

1. Ghosh S. K., Deb B. M. Densities, Density-functional and Electron Fluids// Physics Reports (Review Section of Physics Letters). 1982. V. 92. No. 1. P. 1.
2. Алексеев Б. В., Абакумов А. И. Об одном подходе к решению уравнения Шредингера// ДАН. 1982. Т. 262. С. 1100.
3. Физика квантовой информации/ Под ред. Д. Боумейстера, А. Экерта, А. Цайлингера. — М.: Постмаркет, 2002.
4. Неволин В. К. О тепловыделении альфа-источников// Инженерная физика. 2009. № 3. С. 10.
5. Неволин В. К. Тепловой эффект на аноде при автоэлектронной эмиссии// Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. В. 23. С. 66.
6. Чаплыгин Ю. А., Неволин В. К., Петухов В. А. Эффект охлаждения анода при автоэлектронной эмиссии с катода// ДАН. 2011. Т. 436. № 2. С. 1.

## Quantum statistical resonance in the process of electron beam interaction with laser radiation

V. K. Nevolin

Moscow Institute of Electronic Technology, Pas. 4806, Zelenograd, Moscow, 124498, Russia  
E-mail: vkn@miee.ru

*An effect of pumping of quantum component of motional energy of infinitely motioning particles is reported. An idea is that in the process of electron beam interaction with laser radiation at the frequency same with probability density oscillation frequency, a resonant special rearrangement of beam is taken place that increases the quantum component of motional energy.*

PACS: 79.70.+g, 03.65.-w

*Keywords:* quantum component of motional energy, electron beam, laser beam, compton scattering, quantum statistical resonance.

Bibliography — 6 references.

Received November 22, 2010