

Электронные и ионные пучки

УДК 621.3.038.625

Изучение эволюции поперечного размера пучка при расчете ускорения в циклотроне

С. А. Костромин, Е. В. Самсонов, С. Г. Ширков

Представлена методика организации расчета ускорения пучка в циклотроне на основе численного интегрирования уравнений движения. Результатами расчетов являются оценки поперечного размера пучка при ускорении, сделанные на основе анализа величин вертикальных и радиальных свободных колебаний частиц в пучке. Приведены примеры поперечного движения при ускорении.

PACS: 20.29 db

Ключевые слова: циклотрон, пучок, поперечное колебание, амплитуда, ускорение, интегрирование, моделирование, динамика, уравнение.

Введение

В последние годы компактные циклотроны стали широко использоваться для решения различных прикладных задач [1—9]. Магнитные и ускоряющие системы современных компактных циклотронов, как правило, имеют небольшие размеры вертикальной апертуры — от десяти миллиметров до нескольких десятков миллиметров [7, 10—12]. При неточностях изготовления и сборки магнитной системы в несколько десятых долей миллиметра возникают возмущения магнитного поля в средней плоскости ускорителя величиной до нескольких гаусс. Это может привести к потерям пучка на элементах магнитной и ускоряющей систем циклотрона.

В связи с этим, детальное моделирование движения пучка в циклотроне во всей области ускорения необходимо на стадии разработки, измерения и шиммирования магнитного поля.

При проведении расчетов первостепенный интерес представляет поперечное (вертикальное и радиальное) движение пучка. Моделирование ускорения можно провести, интегрируя для характерного набора частиц (как правило, это банч из 500—2000 частиц) уравнения движения в электромагнитном поле циклотрона.

Моделирование ускорения заряженных частиц в циклотроне

В НЭОНУ ЛЯП ОИЯИ создан комплекс программных кодов для расчетов динамики пучка в циклотронах. Математические основы программ описаны ниже.

Из-за аксиальной симметрии движение пучка в циклотроне удобно рассматривать в цилиндрической системе координат (r, φ, z) . Положение каждой частицы пучка полностью описывается в 6-мерном фазовом объеме $(r, P_r, z, P_z, E, \varphi_{rf})$, где E, φ_{rf} — полная энергия и фаза частицы по отношению к ускоряющему напряжению на дуантах, а $P_r = \partial r / \partial \varphi$ и $P_z = \partial z / \partial \varphi$ — так называемые радиальный и вертикальные импульсы частицы. Зная начальное положение частицы $(r_0, P_{r0}, z_0, P_{z0}, E_0, \varphi_{rf0})$, можно, интегрируя уравнения движения, получить ее положение в 6-мерном фазовом объеме в любой другой момент времени. Прodelав это для каждой частицы из характерного набора, можно решить задачу об описании движения пучка в циклотроне при ускорении.

В цилиндрической системе координат (r, φ, z) движение частицы в электромагнитном поле циклотрона описывается системой уравнений [13, 14]:

$$r'' - \frac{2r'^2}{r} - r = -\frac{qc}{\sqrt{E^2 - E_0^2}} \left(1 + \frac{r'^2}{r^2} + \frac{z'^2}{r^2}\right)^{1/2} [(r^2 + r'^2)B_z - r'z'B_r - rz'B_\varphi] - \frac{qE}{E^2 - E_0^2} \left(1 + \frac{r'^2}{r^2} + \frac{z'^2}{r^2}\right) (rr'\epsilon_\varphi - r^2\epsilon_r), \quad (1)$$

Костромин Сергей Александрович, начальник сектора.
Самсонов Евгений Васильевич, старший научный сотрудник.
Ширков Степан Григорьевич, инженер.
Объединенный институт ядерных исследований (ОИЯИ).
Россия, 141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Жолио-Кюри, 6.
Тел. (7-09621) 62-344. E-mail: kostromin@jinr.ru

Статья поступила в редакцию 23 апреля 2012 г.

© Костромин С. А., Самсонов Е. В., Ширков С. Г., 2012

$$z'' - \frac{2r'z'}{r} = \frac{qc}{\sqrt{E^2 - E_0^2}} \left(1 + \frac{r'^2}{r^2} + \frac{z'^2}{r^2}\right)^{1/2} [(r^2 + z'^2)B_r - r'z'B_z - r'rB_\phi] - \frac{qE}{E^2 - E_0^2} \left(1 + \frac{r'^2}{r^2} + \frac{z'^2}{r^2}\right) [(rz'\varepsilon_\phi - r^2\varepsilon_z), \quad (2)$$

где штрих означает дифференцирование по углу φ ; (B_z, B_r, B_ϕ) и $(\varepsilon_z, \varepsilon_r, \varepsilon_\phi)$ — компоненты магнитного и электрического полей; q, E_0, E — заряд, энергия покоя и полная энергия частицы, соответственно; c — скорость света. Система уравнений (1), (2) является точной и получена в системе координат, где положительно заряженная частица вращается в положительном направлении φ при положительном значении компоненты магнитного поля B_z .

Расчеты ускорения пучка проводятся путем численного интегрирования этих уравнений совместно с выражениями (3) и (4) для полной энергии и времени:

$$E' = q(rE_\phi + r'E_r + z'E_z), \quad (3)$$

$$t' = \frac{(r^2 + r'^2 + z'^2)^{1/2}}{c(1 - E_0^2/E^2)^{1/2}} \quad (4)$$

для каждой частицы в банке. Интегрирование уравнений (1—4) проводится методом Рунге—Кутты 4-го порядка. Ниже даны примеры рассмотрения поперечного движения пучка на различных стадиях ускорения в циклотроне С235 [4] (широко используемого для получения протонных медицинских пучков с энергией до 230 МэВ) и в С400 [15] — проектируемого сверхпроводящего циклотрона для получения углеродного пучка с энергией 400 МэВ/нуклон также для лучевой терапии. Оба ускорителя разработаны компанией ИВА (Бельгия).

Вертикальное движение пучка

Записывая на каждом шаге интегрирования (один или несколько раз за оборот) значения вертикальной координаты частицы z и строя потом зависимости от радиуса $z_i = f(r_i)$ или от номера оборота $z_i = f(N_{turn})$ для каждой из ускоряемых частиц, можно получить профиль вертикального движения пучка во время ускорения. Примеры вертикального движения пучка при ускорении, полученные при расчетах, показаны на рис. 1—3.

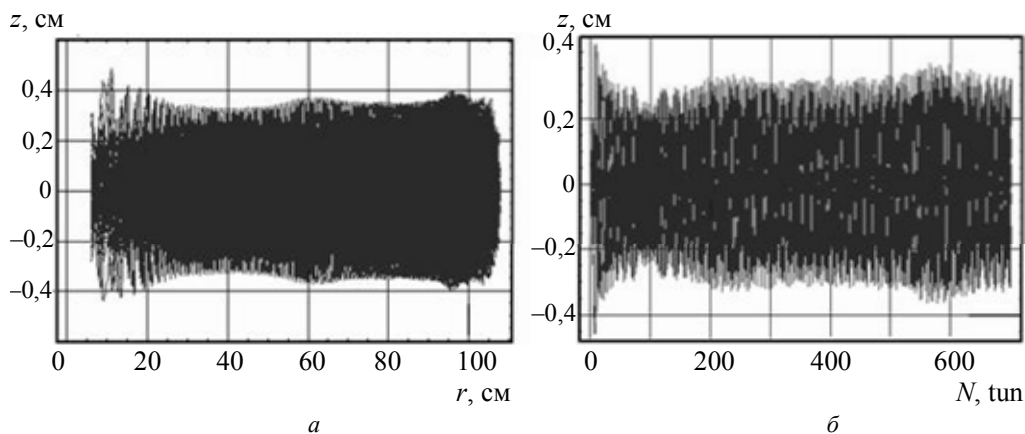


Рис. 1. Вертикальное движение протонов при ускорении в циклотроне С235 в зависимости: а — от среднего радиуса орбиты (100 частиц); б — от номера оборота (10 частиц). Z-координаты снимались один раз за оборот

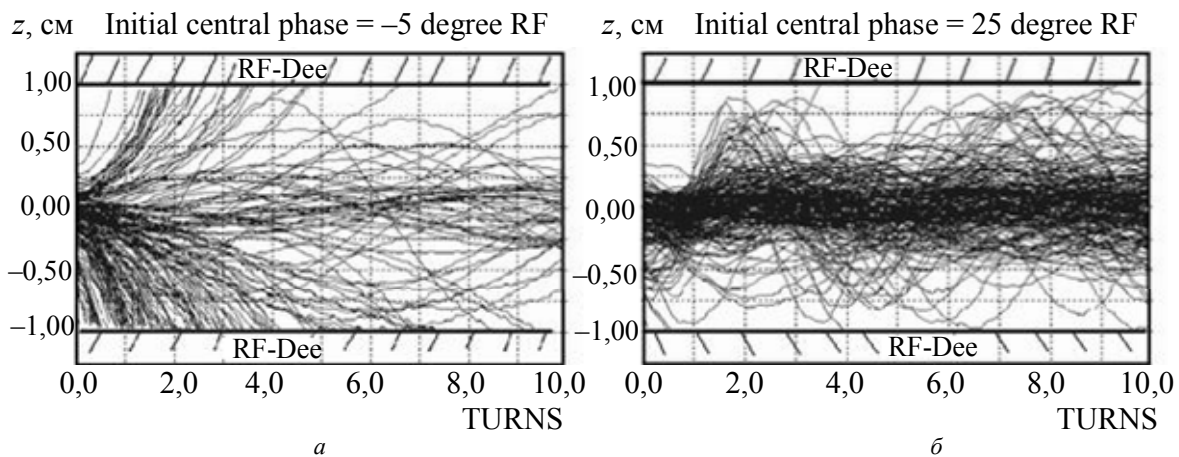


Рис. 2. Вертикальное движение ионов углерода $^{12}C^{6+}$ в циклотроне С400 на первых 10-ти оборотах с разными начальными ВЧ-фазами: а — $\varphi = -5^\circ$; б — $\varphi = +25^\circ$

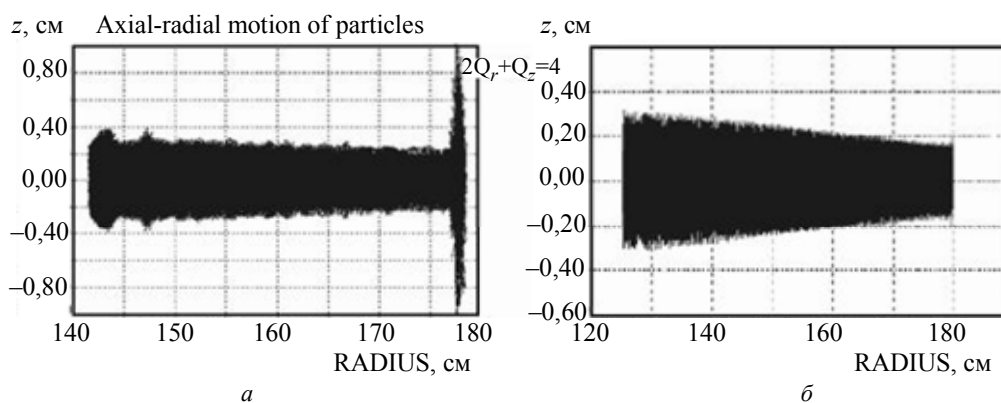


Рис. 3. Вертикальное движение ионов углерода в циклотроне С400 в конце ускорения: а — в карте поля с резонансом связи на радиусе вывода; б — в карте поля без резонанса на конечных радиусах

На рис. 2 показаны вертикальные траектории ионов на первых 10 оборотах в циклотроне С400 с разными начальными фазами по отношению к ускоряющему напряжению. Видны существенные потери пучка на дуантах (вертикальная апертура ± 10 мм) при отрицательном значении начальной центральной фазы. Положительный начальный сдвиг по фазе предпочтителен с точки зрения минимизации потерь.

Радиальное движение пучка

Важнейшей характеристикой радиального движения пучка во время ускорения является амплитуда свободных радиальных колебаний частиц A_r . Принято считать радиальный размер пучка равным удвоенной максимальной в пучке величине A_r . Важно отслеживать изменение A_r в процессе ускорения для оценок радиального размера пучка и избежания пересечения опасных резонансов путем коррекции магнитного поля ускорителя.

Величина A_r для каждой частицы на определенном обороте вычисляется следующим образом. На каждом шаге (интегрирование обычно ведется по азимутальному углу φ с шагом 1°) по формулам дифференциальной геометрии вычисляется мгновенное положение (X_c, Y_c) центра кривизны радиальной траектории частицы. В конце оборота (X_{cav}, Y_{cav}) усредняются по всем азимутам, получается среднее положение центра кривизны орбиты за оборот (X_{cav}, Y_{cav}) . Расстояние от этой точки до геометрического центра ускорителя $O(0, 0)$ достаточно близко к величине амплитуды радиальных колебаний ускоряемой частицы на данном обороте. Анализируя набор полученных амплитуд можно разделить их на когерентную составляющую (амплитуду центральной частицы банча) и на некогерентную, которая характеризует колебания частиц относительно центральной. Зная некогерентную или, другими словами, свободную амплитуду A_r для каждой частицы на протяжении

всего процесса ускорения, можно оценить, как изменяется радиальный размер пучка.

Примеры радиального движения пучка при ускорении, полученные при расчетах, показаны на рис. 4—6.

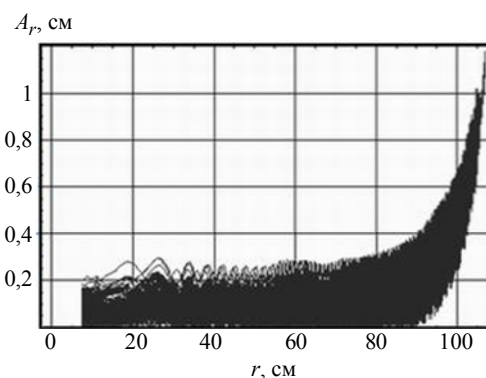


Рис. 4. Амплитуды радиальных колебаний 200 ускоряемых частиц в циклотроне С235

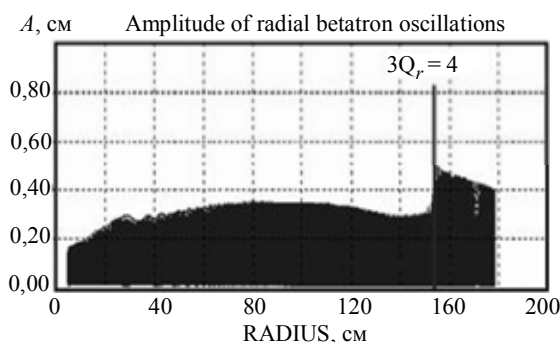


Рис. 5. Зависимость A_r от радиуса для 1000 ускоряемых ионов в циклотроне С400. Заметное увеличение амплитуд на радиусе ~ 155 см происходит из-за действия структурного резонанса 3-го порядка

На рис. 4 видно увеличение суммарной амплитуды радиальных колебаний в процессе ускорения в С235 из-за присутствия 1-й гармоники магнитного поля B_{1z} , которая возрастает от 1 Гс на начальных радиусах до 120 Гс на конечных. Когерентная амплитуда растет к концу ускорения до 8 мм, в то время как некогерентная остается в пределах 2 мм.

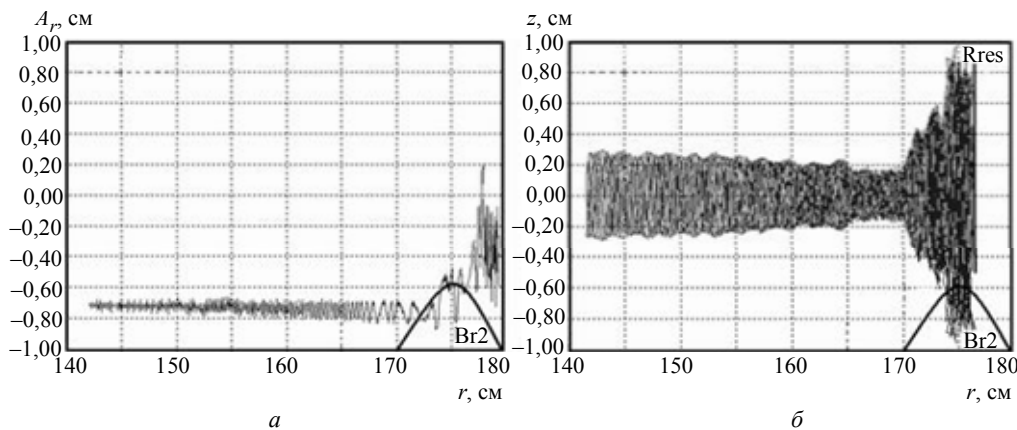


Рис. 6. Результаты моделирования ускорения одного иона в циклотроне С400 в окрестности резонанса $Q_r + Q_z = 2$: *a* — зависимость амплитуды радиальных колебаний от среднего радиуса орбиты; *b* — вертикальное движение в зависимости от радиуса. Схематично обозначено на соответствующих радиусах использованное для изучения действия резонанса возмущение магнитного поля Br2, т. е. 2-я гармоника радиальной компоненты с амплитудой 50 Гс в максимуме, расположенном на радиусе резонанса

Точность расчетов

Для описанных выше расчетов существуют три основных источника ошибок: неточность задания магнитного поля (ошибка при измерении или расчете карты поля), неточность задания электрического поля (ошибка расчета карты или неточность аналитического представления) и ошибка численного интегрирования самого по себе.

Если карта магнитного поля для расчета получается из прямых измерений с использованием датчика Холла (например, измерения проводятся 180 раз с шагом 2° на каждом радиусе с максимальной погрешностью датчика в 1 Гс), то среднеквадратичная ошибка среднего поля на радиусе (стандартное отклонение) дается выражением:

$$s = \sqrt{(1/n(n-1))((\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \dots + (\bar{x} - x_n)^2)} \quad (5)$$

и равняется 0,07 Гс. Такая ошибка по среднему полю на каждом радиусе в основной области ускорения не приводит к видимому влиянию на результаты расчета.

Абсолютное значение ускоряющего напряжения (при использовании аналитических выражений) или величина компонент ускоряющего поля E_ϕ , E_r при использовании соответствующих карт может варьироваться в пределах $\pm 10\%$ без особого влияния на результаты расчетов. Пучку понадобится другое число оборотов для достижения той же энергии. Однако при большем уменьшении ВЧ-напряжения есть опасность дополнительного увеличения поперечного размера пучка при более долгом прохождении зоны некоторых резонансов, что может привести к принципиально другому характеру движения пучка. Также особое внимание необходимо уделять описанию электрического поля в самом центре циклотрона, конкретнее, на радиусах, меньших половины вертикальной апер-

туры магнитной системы. Здесь точность задания поля должна быть не хуже $\pm 5\%$.

Метод Рунге—Кутты 4-го порядка имеет 4-й порядок точности, т. е. суммарная ошибка на конечном интервале интегрирования имеет порядок $O(h^4)$ (ошибка на каждом шаге порядка $O(h^5)$, h —шаг интегрирования). Напрямую оценить точность численного интегрирования можно путем проведения серии расчетов с последовательным уменьшением шагов интегрирования. Разница в результатах характеризует точность.

Величина шага, при которой относительная разница результатов при интегрировании уравнений (1)—(4) меньше 10^{-3} , составляет $\Delta\phi = 1^\circ$. Такой шаг, как правило, и используется в большинстве расчетов.

Заключение

Описана методика изучения эволюции поперечного размера пучка при ускорении в циклотроне на основе численного интегрирования уравнений движения. Результатами расчетов являются оценки поперечного размера пучка при ускорении, сделанные на основе анализа величин вертикальных и радиальных свободных колебаний частиц в пучке. Относительная точность расчетов зависит от точности данных об электромагнитном поле ускорителя и может составлять 10^{-3} .

Литература

1. Денисов Ю. Н., Доля С. Н., Калиниченко В. В., Карамышева Г. А., Костромин С. А., Федоренко С. Б. // Письма в ЭЧАЯ. 2005. Т. 2. № 3 (126). С. 34.
2. Onischenko L. M., Alenitsky Yu. G., Glazov A. A. et al. // RUPAC. 2004. P. 138.
3. Jongen Y., Vandeplassche D., Cohilis P. High Intensity Cyclotrons for Radioisotope Production, or the ComeBack of the

Positive Ions // Proc. 14th Int. Conf. on Cyclotrons and their Applications. Cape Town. South Africa. 1995. World Scientific Publisher.

4. *Jongen Y. et al.* The proton therapy system for the NPTC/4th Euroean Conference on Accelerators in Applied Research and Technology. Zurich. 1995.

5. *Kleeven W., Abs M., Amelia J. C. et al.* Self-extraction in a Compact High-Intensity H⁺ Cyclotron at IBA // Proc. of EPAC 2000. Vienna. Austria.

6. *Cianova G., Calabretta L. et al.* New Design Issues of the EXCYT Project // Proc. of EPAC'96.

7. *Calabretta L., Cuttone G., Re M., Rifuggiato D., Maggiore M.* LNS Catania Project For Therapy and Radioisotope Production // Proc. of Cyclotrons'2004. Tokyo. Japan.

8. *Gikal B. N. et al.* Project of the DC-60 Cyclotron with Smoothly Ion Energy Variation for Research Center at L. N. Gumilev Euroasia State University in Astana (Kazakhstan) // Proc. of the Cyclotrons'2004. Tokyo. Japan.

9. *Chengjie C., Junqing Z., Tianjue Z. et al.* Preliminary Structure Design of the Main Magnet for the 100 MeV Cyclotron // Ibid.

10. *Chai Jong-Seo, Kim Yu-Seok, Keun Yang-Tae et al.* Development and Status Report of Medical Cyclotron at KIRAMS // APAC 2004. Gyeongju. March 2004.

11. *Kim Yu-Seok, An Dong-Hyun, Chai Jong-Seo et al.* New Design of the KIRAMS-13 Cyclotron for Regional Cyclotron Center // Proc. of APAC 2004. Gyeongju. Korea.

12. Cyclotron Data Sheets // Proc. 14th Int. Conf. on Cyclotrons and their Applications. Cape Town. South Africa. 1995. World Scientific Publisher. P. 769—771.

13. *Василенко А. Т., Глазов А. А., Джелепов В. П., Дмитриевский В. П., Денисов Ю. Н., Замолодчиков В. И., Заплатин Н. Л., Калинин В. В., Кольга В. В., Новиков Д. Л., Онищенко Л. М., Полумордвинова Н. И., Самсонов Е. В., Шишлянников П. Т.* // ОИЯИ. Е9-8443. Дубна. 1974.

14. *Дмитриевский В. П., Кольга В. В., Полумордвинова Н. И.* Материалы рабочего совещания по циклотрону У-120М. // ОИЯИ. Р9-5498. Дубна. 1971.

15. *Jongen Y. et al.* IBA C400 Cyclotron Project for hadron therapy // Proc. of Cyclotrons 2007. P. 151.

Study of transverse beam size evolution in cyclotrons acceleration simulation

S. A. Kostromin, E. V. Samsonov, S. G. Shirkov

Joint Institute for Nuclear Research

6 Joliot-Curie str., Dubna, Moscow region, 141980, Russia

E-mail: kostromin@jinr.ru

Technique of beam dynamics simulation by means of numerical integration of the equations of motion is described. Estimations of the transverse beam size can be done by analysis of the amplitudes of free radial and vertical oscillations of the particles in the accelerating beam. Examples of transverse beam motion study is considered.

PACS: 20.29 db

Keywords: cyclotron, beam, transverse oscillation, amplitude, acceleration, integration, simulation, dynamics, equation.

Bibliography — 15 references.

Received April 23, 2012