

УДК 538.9

## Электронные состояния системы "эпитаксиальный графен—низкоразмерная структура"

З. З. Алисултанов

*Исследованы электронные состояния системы "квантовая точка—монослой графена—подложка  $\text{SiO}_2+n^+\text{Si}$ " во внешнем магнитном поле. Получено аналитическое выражение для величины переходящего заряда в такой системе. Рассмотрены электронные состояния системы "квантовая точка—бислой графена—подложка  $\text{SiO}_2+n^+\text{Si}$ ". Исследуемые системы интересны с точки зрения возможности управления оптическими свойствами квантовой точки с помощью приложенного электрического поля. Кратко затронут вопрос об электронных состояниях системы "графеновая нанотрубка—квантовая нить".*

PACS: 73.22.Pr, 73.21.La

*Ключевые слова:* монослой графена, бислой графена, квантовая точка, электронные состояния, квантовая нить.

### Введение

Недавние успехи в получении графена [1], т. е. монослоя атомов углерода, образующих плотную двумерную кристаллическую структуру, и открытия его уникальных электронных свойств [1—4] привлекли внимание многих исследователей. Одним из актуальных направлений стало исследование электронных свойств эпитаксиального графена [5—11]. Это обусловлено тем, что при создании приборных структур на основе графена, а также в процессе экспериментального изучения свойств самого графена необходимо иметь металлические и полупроводниковые контакты. Кроме того, каталитический рост графена на поверхности металлов и полупроводников является одним из методов получения графена.

Особый интерес представляет исследование электронных состояний системы "эпитаксиальный графен—низкоразмерная структура". Это вызвано несколькими причинами. Во-первых, варьирование свойств низкоразмерных структур [12, 13] дает возможность управляемого воздействия на свойства графена. Во-вторых, возможна обратная ситуация, когда с помощью графена можно варьировать свойства низкоразмерных структур, взаимодействующих с графеном. Последнее обстоятельство, на взгляд автора, представляет наибольший интерес с прикладной точки зрения.

В данной работе на примере системы "квантовая точка—графен—подложка  $\text{SiO}_2+n^+\text{Si}$ " разви-

ваются теоретические аспекты указанной возможности. Кроме того, кратко затронут вопрос об электронных состояниях системы "графеновая нанотрубка—квантовая нить".

### Постановка задачи

Рассмотрение проводится в рамках модели Андерсона—Ньюнса [14, 15]. В этой связи необходимо отметить, что применение этой модели для описания электронных состояний эпитаксиального графена впервые встречается в работах Давыдова [8—10]. В работах Давыдова была предложена модель эпитаксиального графена, которая заключается в том, что эпитаксиальный графен представляется в виде адсорбированных на поверхности подложки атомов углерода, выстроенных в структуре графена. Такая модель приводит к вполне адекватным результатам [8—11]. В рамках указанных моделей Давыдовым была построена модель адсорбции на поверхности графена [16, 17]. Отметим, что большинство теоретических расчетов в этом направлении делаются численными методами в рамках формализма функционала плотности.

### Электронные состояния системы "квантовая точка—монослой графена— подложка $\text{SiO}_2+n^+\text{Si}$ "

Рассмотрим систему, состоящую из эпитаксиального графена и сформированной на нем квантовой точки (рис. 1). Размеры графена считаются намного большими дебройлевской длины волны его электронов, так что квантовыми размерными эффектами в графене можно пренебречь. Как легко показать, плотность состояний графена вблизи точки Дирака имеет вид

Алисултанов Заур Замирович, аспирант.  
Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН.  
Россия, 119991, Москва, ул. Вавилова, 38.  
Тел. 8 (916) 738-83-44. E-mail: zaur0102@gmail.com

Статья поступила в редакцию 10 июня 2012 г.

© Алисултанов З. З., 2012

$$\rho_g(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{\pi v_F^2 \hbar^2}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  — энергетическая переменная,  $v_F$  — скорость Ферми, которая для электронов графена имеет значение порядка  $10^8$  см/с, индекс  $g$  означает "graphene".

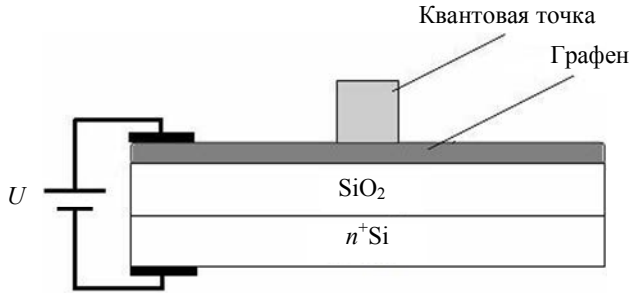


Рис. 1. Структурная схема системы "квантовая точка—монослой графена—подложка SiO<sub>2</sub>+n<sup>+</sup>Si"

Спектральная функция системы определяется мнимой частью функции Грина  $G^{-1}(\varepsilon) = \varepsilon - E(p) - \Sigma(p, \varepsilon)$ , где  $\Sigma = \text{Re}\Sigma + \text{Im}\Sigma$  — собственно энергетическая часть,  $E(p)$  — энергия основного состояния. Для рассматриваемой системы можно написать  $\Sigma = \Sigma_1 + \Sigma_2$ , где  $\Sigma_1$  — собственно энергетическая часть, обусловленная взаимодействием частиц системы между собой,  $\Sigma_2$  обусловлено взаимодействием с подложкой. Здесь мы пренебрегаем перенормировкой энергии электронов, следовательно,  $\text{Re}\Sigma_1 = \text{Re}\Sigma_2 = 0$ . С учетом сказанного для спектральной функции  $A(\varepsilon) = \pi^{-1} \text{Im}(G(\varepsilon))$  квантовой точки в модели Андерсона—Ньюнса получаем

$$A(\varepsilon) = \frac{\Gamma + \pi|V|^2 \rho_g(\varepsilon)}{(\varepsilon - E_n)^2 + (\Gamma + \pi|V|^2 \rho_g(\varepsilon))^2}, \quad (2)$$

где  $E_n$  — энергетический спектр электронов квантовой точки;

$V$  — потенциал гибридизации;

$\Gamma = \text{Im}\Sigma_1$  — затухание одночастичных возбуждений в квантовой точке за счет внутренних столкновительных процессов,  $\pi|V|^2 \rho_g(\varepsilon) = \text{Im}\Sigma_2$ .

Для плотности состояний квантовой точки, соответственно, получим

$$\rho(\varepsilon) = \sum_{n=1}^{n_F} \frac{\Gamma + \alpha\Omega}{(\varepsilon_0\Omega - E_n)^2 + (\Gamma + \alpha\Omega)^2}, \quad (3)$$

где  $\alpha = |U|^2 \varepsilon_0 / v_F^2 \hbar^2$ ,  $\Omega = \varepsilon / \varepsilon_0$  — безразмерная энергия,  $\varepsilon_0$  — некоторая характеристическая энергия,  $n_F$  — число состояний под уровнем Ферми.

Квантовую точку можно представить в виде трехмерной прямоугольной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками. Тогда для энергетического спектра электронов квантовой точки имеем  $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2} = E_1 n^2$ , где  $L$  — линейный размер квантовой точки. Для квантовой точки с  $L = 10$  нм имеем  $E_1 = 0,01$  эВ. Далее, положим  $\varepsilon_0 = 1$  эВ,  $\alpha = 0,01$  эВ и  $\Gamma = 0,001$  эВ. Интегрируя выражение (3) от нуля до  $\Delta\Omega_F = (E_F - \varepsilon_F) / \varepsilon_0$ , можно получить выражение для переходящего заряда

$$\langle n \rangle_{\pm} = \pm \frac{\alpha}{(1 + \alpha^2)^2} \sum_{n=1}^{n_F} \left\{ \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{(\varepsilon_0 \Delta\Omega_F - E_n)^2 + \Lambda}{E_n^2 + \Lambda} \right] + \frac{E_n}{\sqrt{\Lambda}} \left[ \arctg \left( \frac{\varepsilon_0 \Delta\Omega_F - E_n}{\sqrt{\Lambda}} \right) + \arctg \left( \frac{E_n}{\sqrt{\Lambda}} \right) \right] \right\}, \quad (4)$$

где знак "плюс" соответствует переходу заряда из графена в квантовую точку ( $\varepsilon_F > E_F$ ), а "минус" — переходу заряда из квантовой точки в графен ( $\varepsilon_F < E_F$ ),  $\Lambda = E_n^2 \left( 1 - 1 / (1 + \alpha^2)^2 \right)$ ;

$\varepsilon_F$  — энергия Ферми электронов графена;

$E_F = E_{n_F}$  — энергия Ферми электронов квантовой точки.

Энергия Ферми электронов графена отлична от нуля благодаря приложенному напряжению (см. рис. 1). Более того, с помощью последнего можно легко управлять энергией Ферми. Прикладывая напряжение с различной полярностью, можно допировать графен как электронами, так и дырками [3]. Тем самым, можно легко управлять количеством и типом носителей в графене, а следовательно, и величиной переходящего заряда. Уровень Ферми зависит от приложенного напряжения  $U$  следующим образом [3]

$$\varepsilon_F = v_F \hbar \sqrt{\frac{\xi U}{ed}}, \quad (5)$$

где  $d$  — толщина подложки;

$e$  — заряд электрона;

$\xi$  — диэлектрическая проницаемость подложки.

Учитывая в выражении (4) зависимость (5), можно легко определить величину переходящего заряда как функцию от приложенного напряжения, которая отражена на рис. 2. Здесь кривая построена для подложки толщиной  $d = 3 \cdot 10^{-5}$  см. Кроме того, положено  $E_F = 1$  эВ.

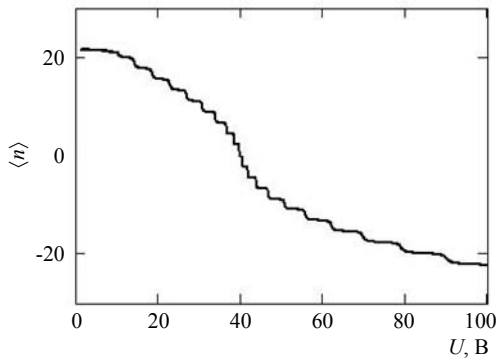


Рис. 2. Зависимость величины переходящего заряда в системе от приложенного напряжения

Возможность управления величиной переходящего заряда, в свою очередь, означает, что можно регулировать количеством носителей в квантовой точке. А от этого, как известно, зависят оптические свойства квантовой точки. Возможность регулирования оптическими свойствами квантовых точек представляется очень важной с прикладной точки зрения.

**Электронные состояния системы "квантовая точка—монослой графена—подложка SiO<sub>2</sub>+n<sup>+</sup>Si" во внешнем магнитном поле**

Рассмотрим помещенную во внешнее магнитное поле систему, состоящую из эпитаксиального монослоя графена и сформированной на нем квантовой точки. Будем пренебрегать расщеплением уровней квантовой точки в магнитном поле. Заметим, что это приближение, вообще говоря, достаточно грубое, так как известно, что при понижении размерности происходит существенная перенормировка значения g-фактора [18] и его сильной анизотропии [19]. Однако для качественных расчетов эти эффекты все же остаются несущественными.

Как известно, энергетический спектр двумерного электронного газа в графене, помещенного во внешнее магнитное поле, имеет вид

$$\varepsilon_{MLG}(n) = \pm \hbar v_F \sqrt{2neH/(\hbar c)},$$

где  $e$  — заряд электрона;

$H$  — величина напряженности магнитного поля;  
 $c \approx 3 \cdot 10^{10}$  см/с — скорость света в вакууме;  
 индекс  $MLG$  означает *MonoLayerGraphene*.

Следовательно, плотность состояний графена имеет вид

$$\rho_{MLG}(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{n_F} \frac{\Gamma}{(\varepsilon - \varepsilon_{MLG}(n))^2 + \Gamma^2}, \quad (6)$$

где  $n_F$  — число состояний под уровнем Ферми в графене;

$\Gamma$  — затухание одночастичных возбуждений в графене за счет внутренних столкновительных процессов.

В модели Андерсона—Ньюнса для спектральной функции квантовой точки получаем

$$A(\varepsilon) = \frac{\pi |V|^2 \rho_{MLG}(\varepsilon)}{(\varepsilon - E_n)^2 + (\pi |V|^2 \rho_{MLG}(\varepsilon))^2}, \quad (7)$$

где  $E_n$  — энергетический спектр электронов квантовой точки;

$V$  — потенциал гибридизации.

Подробный вывод выражения для спектральной функции квантовой точки, взаимодействующей с графеном, дается в приложении. Для плотности состояний квантовой точки в приближении  $\Gamma \rightarrow 0$ , соответственно, получим

$$\rho(\varepsilon) = \pi^2 |V|^2 \sum_{n,m}^{m_F n_F} \frac{\delta(\varepsilon \mp \hbar v_F \sqrt{2neH/(\hbar c)})}{(\varepsilon - E_m)^2 + \pi^2 V^4 \rho_{MLG}^2(\varepsilon)}, \quad (8)$$

где  $m_F$  — число состояний под уровнем Ферми в квантовой точке.

Квантовую точку можно представить в виде трехмерной прямоугольной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками. Следует отметить, что такая аппроксимация латерального потенциала достаточно эффективна при аналитических расчетах и вполне разумна [20]. Тогда для энергетического спектра электронов квантовой точки имеем  $E_m = \pi^2 \hbar^2 m^2 / (2mL^2) = E_1 m^2$ , где  $L$  — линейный размер квантовой точки. Для квантовой точки с  $L = 10$  нм имеем  $E_1 = 0,01$  эВ. Интегрируя (8) от нуля до  $\Delta\Omega_F = (E_F - \varepsilon_F)$ , можно получить выражение для переходящего заряда

$$\langle n \rangle_{\pm} = \pm \pi^2 |V|^2 \times \sum_{n,m}^{N_F n_F} \frac{\Theta(\Delta\varepsilon_F - \varepsilon_{MLG}(n))}{(\varepsilon_{MLG}(n) - E_m)^2 + \pi^2 |V|^4 \rho_{MLG}^2(\varepsilon_{MLG}(n))}, \quad (9)$$

где  $\rho_{MLG}(\varepsilon_{MLG}(n)) = \sum_{n'=0}^{n_F} \Gamma / [(\varepsilon_{MLG}(n) - \varepsilon_{MLG}(n'))^2 + \Gamma^2]$

и  $\Gamma \rightarrow 0$ , знак "плюс" соответствует переходу заряда из квантовой точки в графен ( $\varepsilon_F < E_F$ ), а "минус" — переходу заряда из графена в квантовую точку ( $\varepsilon_F > E_F$ ),  $\varepsilon_F$  — энергия Ферми электронов графена,  $E_F = E_{m_F}$  — энергия Ферми электронов квантовой точки.

Уровень Ферми графена зависит от приложенного напряжения  $U$  следующим образом [3]:

$$\varepsilon_F = \varepsilon(n_F) = \hbar v_F \sqrt{\frac{2n_F e H}{\hbar c}} = \hbar v_F \sqrt{\frac{\xi U}{ed}}, \quad (10)$$

$$n_F = \frac{\xi U \hbar c}{2e^2 d H},$$

где  $d$  — толщина подложки;  
 $e$  — заряд электрона;  
 $\xi$  — диэлектрическая проницаемость подложки.

Учитывая в выражении (9) зависимость (10), можно легко определить величину переходящего заряда как функцию от приложенного напряжения, отображенную на рис. 3. Кривая здесь построена для подложки толщиной  $d = 2 \cdot 10^{-5}$  см при значениях напряженности магнитного поля  $H$ , соответствующих значению магнитной индукции 1 и 2 Тл. Кроме того, положено, что  $E_F = 1$  эВ,  $\Gamma = 0,001$  эВ,  $\xi = 4,5$ . Возможность управления величиной переходящего заряда, в свою очередь, означает, что можно регулировать количеством носителей в квантовой точке. От этого, как уже говорилось, зависят оптические свойства квантовой точки, что важно с практической точки зрения.

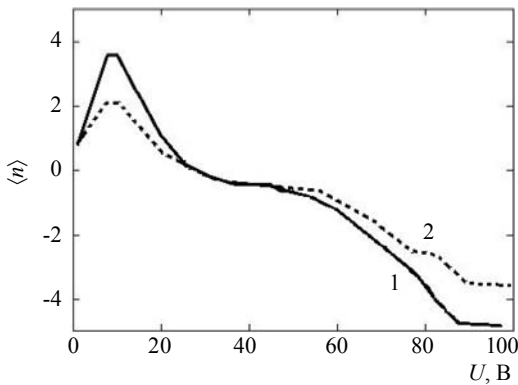


Рис. 3. Зависимость величины переходящего заряда от приложенного напряжения в системе во внешнем магнитном поле.

Кривая 1 соответствует магнитному полю в 1 Тл, кривая 2 — в 2 Тл

### Электронные состояния системы "квантовая точка—бислой графена—подложка $\text{SiO}_2+n^+\text{Si}$ "

Рассмотрим теперь в той же модели электронные состояния системы "квантовая точка—бислой графена—подложка  $\text{SiO}_2+n^+\text{Si}$ " (рис. 4). Энергетический спектр бислоя графена в приближении сильной связи может быть записан следующим образом [4]

$$\varepsilon_{BLG}(k) = \left[ \Delta^2 + v_F^2 \hbar^2 k^2 + t_{\perp}^2 / 2 \pm \left( 4\Delta^2 v_F^2 \hbar^2 k^2 + t_{\perp}^2 v_F^2 \hbar^2 k^2 + t_{\perp}^4 / 4 \right)^{1/2} \right]^{1/2},$$

где  $k$  — двумерный волновой вектор электронов бислоя;

$t_{\perp}$  — эффективная энергия перехода между слоями ( $t_{\perp} \approx 0,5$  эВ);

$\Delta$  — щель в спектре электронов бислоя графена, вызванная приложенным внешним полем;

$v_F = 3/2ta$  — скорость Ферми для электронов монослоя графена ( $v_F \approx 1 \cdot 10^8$  см/с);

$t$  — энергия перехода на ближайшие соседние атомы в структуре монослоя графена ( $t \approx 2,8$  эВ);

$a$  — расстояние между ближайшими атомами в монослое графена;

индекс  $BLG$  означает *BiLayerGraphene*.

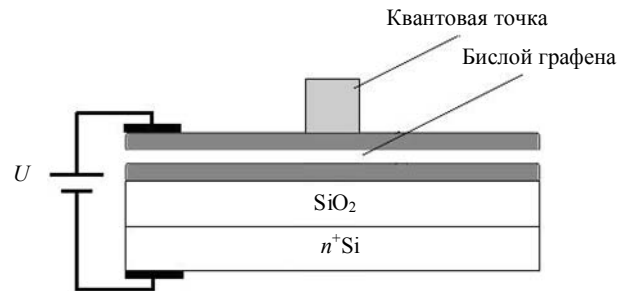


Рис. 4. Структурная схема системы "квантовая точка—бислой графена—подложка  $\text{SiO}_2+n^+\text{Si}$ "

При условии  $\Delta \ll t$  выражение для энергетического спектра для зоны проводимости можно переписать в виде

$$\varepsilon_{BLG}(k) = \Delta - 2\Delta v_F^2 \hbar^2 k^2 / t_{\perp}^2 + v_F^4 \hbar^4 k^4 / (2t_{\perp}^2 \Delta). \quad (11)$$

Используя это выражение для энергетического спектра, легко найти плотность состояний бислоя графена

$$\rho_{BLG}(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{8v_F^4 \hbar^4 (\varepsilon - \Delta) / (t_{\perp}^2 \Delta) + 32\Delta^2 v_F^4 \hbar^4 / t_{\perp}^4}}. \quad (12)$$

Соответственно, для плотности состояний квантовой точки

$$\rho(\omega) = \sum_{n=1}^{n_F} \frac{a}{\left[ (\varepsilon - E_n)^2 + \frac{a^2}{(\varepsilon - \Delta + 4\Delta^3 / t_{\perp}^2)} \right]}, \quad (13)$$

где  $a^2 = t_{\perp}^2 \Delta |V|^4 / (8v_F^4 \hbar^4)$ .

Для оценки величины переходящего заряда возьмем следующие значения параметров, входящих в выражение для плотности состояний:  $\Delta \approx 0,08$  эВ,  $V \approx 0,2$  эВ,  $t_{\perp} \approx 0,5$  эВ,  $a \approx 0,003(eU)^{3/2}$ . Кроме того, очевидно, что можно пренебречь малым членом  $4\Delta^3/t_{\perp}^2 \approx 0,002$  эВ. Интегрируя выражение (13) от нуля до  $\Delta\Omega_F = (E_F - \varepsilon_F)$ , можно получить величину переходящего заряда в данной системе  $\langle n \rangle_{\pm} = \pm \int_0^{E_F - \varepsilon_F} \rho(\varepsilon) d\varepsilon$ . Тем самым, как об-

суждалось выше, в рассматриваемой системе появляется возможность управлять величиной переходящего заряда с помощью приложенного поля. Используя для энергии Ферми графена формулу  $\varepsilon_F = v_F \hbar \sqrt{\xi U / ed}$ , можно связать величину переходящего заряда с напряжением приложенного электрического поля.

На рис. 5 представлен численный расчет величины переходящего заряда от напряжения. Расчет проводился с помощью формулы:

$$\langle n \rangle = \int_0^{|E_F - \varepsilon_F|} \rho(\varepsilon) d\varepsilon [\theta(E_F - \varepsilon_F) - \theta(\varepsilon_F - E_F)],$$

где  $\theta(\varepsilon)$  — единичная функция Хевисайда.

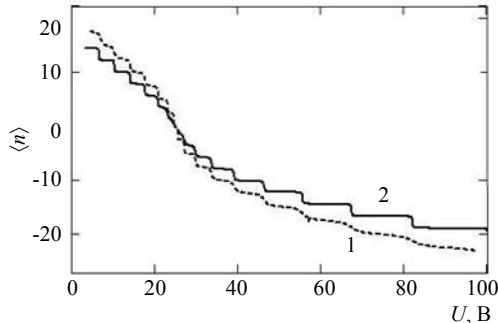


Рис. 5. Зависимость величины переходящего заряда от напряжения приложенного поля в различных системах. Кривая 1 — монослой графена, кривая 2 — бислой графена на подложке

Кривая построена для подложки толщиной  $d = 2 \cdot 10^{-5}$  см. Кроме того, положено, что  $E_F = 1$  эВ,  $\xi = 4,5$ . На рис. 5 с помощью результатов, полученных в работе [17], представлена также зависимость переходящего заряда от поля для случая монослоя графена (пунктирная линия). Видно, что величина переходящего заряда в случае бислоя меньше, чем в случае монослоя. Это можно, по-видимому, понять из соображений, что в случае бислоя электрону приходится преодолевать два барьера, а в случае монослоя — один. Таким образом, система "квантовая точка—бислой графена—подложка  $\text{SiO}_2 + n^+ \text{Si}$ " представляет собой еще одну структуру с легко управляемыми параметрами.

### Электронные состояния системы "графеновая нанотрубка—квантовая нить"

Наконец, очень кратко остановимся на рассмотрении случая, когда графен сформирован на поверхности квантовой нити (рис. 6). Будем считать, что квантовые размерные эффекты в графене при этом пренебрежимо малы. Для качественных расчетов такая аппроксимация может быть применена, хотя, строго говоря, она не совсем справедлива.

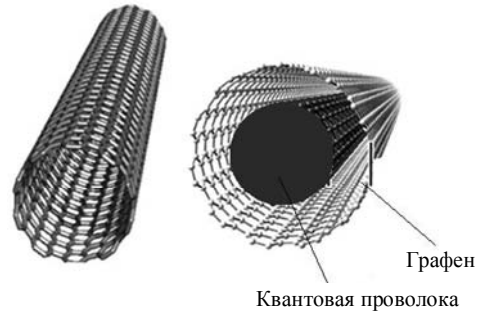


Рис. 6. Система "графеновая нанотрубка—квантовая нить"

Вопрос о хемосорбции одиночного атома на поверхности квантовой нити был рассмотрен в работе [21]. Используя результаты этой работы, для плотности состояний графена в модели Давыдова получим

$$\rho_g(\omega) = \pi \rho_0 |V|^2 \times \Theta(\omega - \varepsilon_n) / \sqrt{(\omega - \varepsilon_n)} \times \sum_{n=1}^{n_F} \frac{1}{(\omega - \varepsilon_n)^2 + \pi^2 \rho_0^2 |V|^4 \left( \sum_{n=1}^{n_F} \Theta(\omega - \varepsilon_n) / \sqrt{(\omega - \varepsilon_n)} \right)^2}.$$

Здесь  $\rho_0 = L\sqrt{2m}/\pi\hbar$ ,  $L$  — линейный размер квантовой нити,  $\varepsilon_n$  — энергетический спектр электронов квантовой нити. Интегрирование полученного выражения по энергетической переменной даст величину переходящего заряда в системе "графеновая нанотрубка—квантовая нить".

### Заключение

Насколько известно из литературных данных, приведенные выше системы типа "эпитаксиальный графен—низкоразмерная структура" ранее не рассматривались. На наш взгляд, указанные эффекты имеют достаточный практический интерес. Отметим, что экспериментальное наблюдение этих эффектов возможно, если разность между энергетическими уровнями квантовой точки намного превышает тепловую энергию, т. е.  $\Delta E_n \gg kT$  ( $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура).

## Литература

1. Novoselov K. S., Geim A. K., Morozov S. V., Jiang D., Zhang Y., Dubonos S. V., Grigorieva I. V., Firsov A. A. // *Science*. 2004. V. 306. P. 666.
2. Novoselov K. S., Geim A. K., Morozov S. V., Jiang D., Katsnelson M. I., Grigorieva I. V., Dubonos S. V., Firsov A. A. // *Nature*. 2005. V. 438. P. 197.
3. Castro Neto A. H., Guinea F., Peres N. M. R., Novoselov K. S., Geim A. K. // *Rev. Mod. Phys.* 2008. V. 81. P. 109.
4. Berger C., Song Z., Li T., Li X., Ogbazghi A. Y., Feng R., Dai Z., Marchenkov A. N., Conrad E. H., First P. N., Heer W. A. // *J. Phys. Chem. B*. 2004. V. 108. P. 19912.
5. Giovannetti G., Khomyakov P. A., Brocks G., Karpan V. M., Van den Brink J., Kelly P. J. // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 101. P. 026803.
6. Khomyakov P. A., Giovannetti G., Rusu P. C., Van den Brink J., Kelly P. J. // *Phys. Rev. B*. 2009. V. 79. P. 195425.
7. Давыдов С. Ю. // *Письма в ЖТФ*. 2011. Т. 37. Вып. 10. С. 64.
8. Давыдов С. Ю. // *ФТП*. 2011. Т. 45. Вып. 6. С. 629.
9. Давыдов С. Ю. // Там же. Вып. 8. С. 1102.
10. Алисултанов З. З., Мейланов Р. П. // *ФТТ*. 2012. Т. 54. Вып. 7. С. 1398.
11. Алисултанов З. З., Мейланов Р. П. // Там же. Т. 113. С. 1504.
12. Anderson P. W. // *Phys. Rev.* 1961. V. 124. No. 1. P. 41.
13. Newns D. M. // *Ibid.* 1969. V. 178. No. 3. P. 1123.
14. Haldane F. D. M., Anderson P. W. // *Ibid.* V. 1976. V. 13. P. 2553.
15. Давыдов С. Ю., Сабирова Г. И. // *Письма в ЖТФ*. 2010. Т. 36. № 24. С. 23.
16. Давыдов С. Ю., Сабирова Г. И. // *ФТТ*. 2011. Т. 53. № 3. С. 608.
17. Алисултанов З. З., Мейланов Р. П., Нухов А. К., Мусаев Г. М., Идаятов Э. И. // *Письма в ЖТФ*. 2012. Т. 38. Вып. 12. С. 1.
18. Bayer M., Timofeev V. B., Gutbrod T., Forchel A., Steffen R., Oshinovo J. // *Phys. Rev. B*. 1995. V. 52. P. R11 623.
19. Калевич В. К., Захарченя Б. П., Федорова О. М. // *ФТТ*. 1995. Т. 37. С. 283.
20. Bryant G. W. // *Phys. Rev. Lett.* 1987. V. 59. P. 1140.
21. Мейланов Р. П., Абрамова Б. А., Мусаев Г. П., Гаджиталиев М. М. // *ФТТ*. 2004. Т. 46. Вып. 6. С. 1076.

## The electronic states of the system "epitaxial graphene—low dimensional structure"

Z. Z. Alisultanov

Institute of General Physics named after A. M. Prokhorov, RAS  
38 Vavilov str., Moscow, 119991, Russia  
E-mail: zaur0102@gmail.com

*The electronic states of the "quantum dot—a monolayer of graphene—substrate  $\text{SiO}_2+n^+\text{Si}$ " in an external magnetic field are investigated. An analytical expression obtained for the charge transfer in such a system. The electronic states of the "quantum dot—a bilayer graphene—substrate  $\text{SiO}_2+n^+\text{Si}$ " are considered. The study systems are interesting from the standpoint of controlling the optical properties of a quantum dot with an applied electric field. The electronic states of the system "graphene nanotubes—quantum wire" are briefly touched upon.*

PACS: 73.22.Pr, 73.21.La

*Keywords:* monolayer graphene, bilayer graphene, quantum dots, electronic states, quantum wire.

Bibliography — 21 references.

*Received June 10, 2012*