

УДК 533.9.01.15

О нанофокусировке оптической ТЕ-моды на нановершине металлического микроострия

А. Б. Петрин

Исследуется нанофокусировка электромагнитной энергии оптического диапазона частот в наноразмерную пространственную область в окрестности нановершины металлического микроострия, возникающая при схождении к нему поверхностной плазмонной волны. Предполагается, что в окрестности вершины микроострия возбуждается поверхностная плазмонная стоячая волна с симметрией ТЕ-волны. Граница металла вблизи нановершины микроострия приближается поверхностью параболоида вращения. Исследование показало, что ТЕ-волна существует и дает вклад в нанофокусировку на вершине микроострия только на частотах, больших примерно 0,64 от плазменной частоты металла, а на меньших частотах указанного вклада нет, и распределение электромагнитной энергии в окрестности нановершины определяется только ТМ-волной.

PACS: 78.67.-n; 68.37.Uv; 73.20.Mf

Ключевые слова: нанофокусировка, поверхностные плазмоны, плазмонный волновод.

Введение

Нанофокусировка света является центральной проблемой современной наноэлектроники. К сожалению, в однородном пространстве обычной фокусировкой нельзя добиться разрешения выше дифракционного предела Рэля для обычных оптических инструментов [1, 2]. Тем не менее, ранее было показано, что за счет использования поверхностной электромагнитной волны на поверхности металла можно получить необычно высокую интенсивность световых полей на геометрических сингулярностях и сфокусировать световую энергию в области, имеющую размеры значительно меньшими длины плоской световой волны в вакууме [3—6].

В работах [7, 8], в квазистатическом приближении, были определены сфокусированные поля в окрестности нановершины металлического микроострия, граница которого приближается осесимметричным параболоидом вращения, с учетом и без учета поглощения в металле. Предполагалась осевая симметрия распределения потенциала, соответствующая фокусировке ТМ-волны. Оказалось, что в этом приближении геометрические размеры фокального распределения электрическо-

го поля в окрестности нановершины микроострия (в пространственных координатах, нормированных на радиус кривизны нановершины) определяются только отношением частоты фокусируемых плазмонов ω к плазменной частоте металла ω_p , причем нанофокусировка ТМ-волны существует при всех частотах ниже критической $\omega_c = \omega_p / \sqrt{2}$.

Однако очень часто в практических схемах нанофокусировки поверхностных плазмонов на нановершине микроострия для возбуждения поверхностной волны, сходящейся к острию, используют дифракционные решетки на боковой поверхности микроострий [9, 10]. При этом возбуждаются как ТМ, так и ТЕ сходящиеся моды. Как было сказано выше, ТМ-волна (при $\omega < \omega_p / \sqrt{2}$) дает вклад в нанофокусировку световой энергии на вершине, однако сказать то же самое о ТЕ-волне из общих соображений не представляется возможным. Исследованию данного вопроса и посвящена данная работа.

Распределение электрического поля ТЕ-волны на нановершине металлического микроострия в квазистатическом приближении

Рассмотрим металлическое острие, поверхность которого вблизи вершины представляется осесимметричным параболоидом вращения (см. рис. 1).

Введем параболоидальные координаты [11] (систему параболических координат вращения)

Петрин Андрей Борисович, ведущий научный сотрудник.
Объединенный институт высоких температур РАН.
Россия, 125412, Москва, ул. Ижорская, 13, стр. 2.
E-mail: a_petrin@mail.ru

Статья поступила в редакцию 24 ноября 2015 г.

(α, β, ψ) , которые связаны с прямоугольными декартовыми координатами (x, y, z) формулами:

$$x = c\alpha\beta \cos \psi, \quad y = c\alpha\beta \sin \psi, \quad z = \frac{1}{2}c(\beta^2 - \alpha^2), \quad (1)$$

где c — масштабный постоянный множитель.

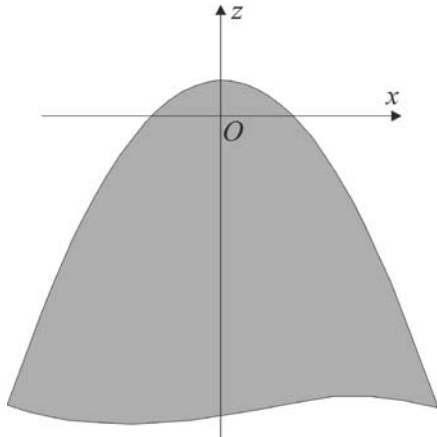


Рис. 1. Геометрия задачи.

Найдем электрическое поле вблизи вершины острия в квазистатической формулировке. Будем предполагать комплексное представление гармонических электромагнитных полей с зависимостью от времени $e^{-i\omega t}$, где ω — циклическая частота изменения поля. Пусть комплексная диэлектрическая проницаемость металла, из которого изготовлено острие, равна ϵ_m , а внешняя однородная среда на той же частоте имеет диэлектрическую проницаемость ϵ_d . В квазистатической формулировке потенциал электрического поля должен удовлетворять уравнению Лапласа, а нормальные и тангенциальные составляющие электрического поля на границе раздела острия (параболоида вращения при $\beta = \beta_0$) должны удовлетворять известным граничным условиям:

$$\begin{aligned} E_{d,\tau} &= E_{m,\tau}, \\ \epsilon_d E_{d,n} &= \epsilon_m E_{m,n}. \end{aligned} \quad (2)$$

Из (1) следует, что граница острия $\beta = \beta_0$ в координатах (x, y, z) определяется формулой $z = c\beta_0^2/2 - (x^2 + y^2)/2c\beta_0^2$. Несложно показать, что радиус кривизны вершины острия равен $R = c\beta_0^2$, и формула для границы может быть переписана в виде:

$$z = R/2 - (x^2 + y^2)/2R. \quad (3)$$

В рассматриваемой параболической системе координат (рис. 1) уравнение Лапласа для электрического потенциала Φ имеет вид [11]:

$$\Delta\Phi = \frac{1}{c^2(\alpha^2 + \beta^2)} \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\beta^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial\Phi}{\partial\alpha} + \frac{1}{\beta} \frac{\partial\Phi}{\partial\beta} \right) + \frac{1}{c^2\alpha^2\beta^2} \frac{\partial^2\Phi}{\partial\psi^2} = 0.$$

Так как мы рассматриваем возбуждение поверхностной плазмонной моды с симметрией электрического поля, соответствующей сфокусированной на вершине острия ТЕ-волне, то в рассматриваемом случае $\Phi(\alpha, \beta, \psi) = \varphi(\alpha, \beta) \cos \psi$ и, следовательно, можно записать:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial\beta^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} + \frac{1}{\beta} \frac{\partial\varphi}{\partial\beta} - \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} \right) \varphi = 0.$$

Общее решение уравнения для потенциала с рассматриваемой симметрией имеет вид [11]:

$$\Phi = \sum (B_1 J_1(p\alpha) + B_2 Y_1(p\alpha)) (C_1 I_1(p\beta) + C_2 K_1(p\beta)) \cos \psi,$$

где p, B_1, B_2, C_1, C_2 — константы; J_1, Y_1 — функции Бесселя первого и второго рода первого порядка; I_1, K_1 — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода первого порядка. Суммирование производится по всем решениям, удовлетворяющим граничным условиям задачи.

Если найдено распределение потенциала, удовлетворяющее граничным условиям, то составляющие электрического поля могут быть найдены как минус градиент потенциала, и в рассматриваемой системе координат мы приходим к формулам для компонент поля:

$$E_\alpha = - \frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \frac{\partial\Phi}{\partial\alpha},$$

$$E_\beta = - \frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \frac{\partial\Phi}{\partial\beta},$$

$$E_\psi = - \frac{1}{c\alpha\beta} \frac{\partial\Phi}{\partial\psi}.$$

Будем искать решение граничной задачи для сфокусированного на острие поля, предполагая, что потенциалы электрического поля снаружи ($\beta \geq \beta_0$) и внутри ($\beta \leq \beta_0$) границы металлического острия имеют вид соответственно следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} \Phi_d &= AJ_1(p\alpha)K_1(p\beta)\cos\psi, \\ \Phi_m &= BJ_1(p\alpha)I_1(p\beta)\cos\psi, \end{aligned} \quad (4)$$

где A и B — константы.

Такой выбор функциональных зависимостей обусловлен естественными требованиями к сконцентрированному у вершины полю:

а) снаружи острия потенциал поля должен уменьшаться при удалении от его поверхности, быть конечным и максимальным в окрестности вершины острия.

б) внутри металла острия потенциал должен быть конечным в начале координат, кроме того, электрический потенциал должен быть непрерывен при переходе через границу.

Тогда составляющие поля снаружи и внутри острия равны соответственно

$$(\mathbf{E}_d)_\alpha = -\frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} AK_1(p\beta) pJ_1'(p\alpha)\cos\psi,$$

$$(\mathbf{E}_d)_\beta = -\frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} AJ_1(p\alpha) pK_1'(p\beta)\cos\psi,$$

$$(\mathbf{E}_d)_\psi = \frac{1}{c\alpha\beta} AJ_1(p\alpha)K_1(p\beta)\sin\psi$$

и

$$(\mathbf{E}_m)_\alpha = -\frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} BI_1(p\beta) pJ_1'(p\alpha)\cos\psi,$$

$$(\mathbf{E}_m)_\beta = -\frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} BJ_1(p\alpha) pI_1'(p\beta)\cos\psi,$$

$$(\mathbf{E}_m)_\psi = \frac{1}{c\alpha\beta} BJ_1(p\alpha)I_1(p\beta)\sin\psi$$

где штрих обозначает дифференцирование по аргументу функции.

На поверхности острия (при $\beta = \beta_0$) должны удовлетворяться граничные условия (2), из которых получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} -AK_1(p\beta_0) + BI_1(p\beta_0) &= 0, \\ -AK_1(p\beta_0) + BI_1(p\beta_0) &= 0, \\ -\varepsilon_d AK_1'(p\beta_0) + \varepsilon_m BI_1'(p\beta_0) &= 0. \end{aligned}$$

Замечая, что первые два уравнения одинаковы, приходим к системе из двух уравнений:

$$\begin{aligned} -AK_1(p\beta_0) + BI_1(p\beta_0) &= 0, \\ -\varepsilon_d AK_1'(p\beta_0) + \varepsilon_m BI_1'(p\beta_0) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Нетривиальное решение системы (5) будет существовать, когда определитель системы равен нулю:

$$\varepsilon_d I_1(p\beta_0)K_1'(p\beta_0) - \varepsilon_m K_1(p\beta_0)I_1'(p\beta_0) = 0.$$

Учитывая, что $qI_1'(q) = -I_1(q) + qI_0(q)$ и $qK_1'(q) = -K_1(q) - qK_0(q)$, где $q = p\beta_0$, условие существования решения можно переписать в виде уравнения, определяющее дисперсионное соотношение:

$$\begin{aligned} \varepsilon_d I_1(q) \left(K_0(q) + \frac{1}{q} K_1(q) \right) + \\ + \varepsilon_m K_1(q) \left(I_0(q) - \frac{1}{q} I_1(q) \right) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Если диэлектрические проницаемости металла и окружающего диэлектрика заданы, тогда уравнение (6) определяет некоторое значение q_* (следовательно, и $p_* = q_*/\beta_0$), которое полностью определяет по формулам (4) вариацию электрического потенциала в окрестности рассматриваемого острия, а соотношения между константами A и B находятся (для найденного $q_* = p_*\beta_0$) из системы (5).

Так, например, на поверхности острия (т. е. при $\beta = \beta_0$ и $\alpha = \sqrt{x^2 + y^2}/c\beta_0$) потенциал электрического поля пропорционален выражению:

$$\begin{aligned} \Phi_s &\sim J_1 \left(\frac{p_* \sqrt{x^2 + y^2}}{c\beta_0} \right) K_1(p_*\beta_0) = \\ &= J_1 \left(q_* \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R} \right) K_1(q_*). \end{aligned} \quad (7)$$

Найдем теперь распределение потенциала во всем пространстве. Выражая из первого уравнения (5) константу B через A и подставляя в (4), с точностью до постоянного множителя найдем электрический потенциал Φ внутри и снаружи острия в виде выражения:

$$\begin{aligned} \Phi(\alpha, \beta, \psi) &= \\ &= \begin{cases} J_1(q_* \alpha/\beta_0) K_1(q_* \beta/\beta_0) \cos\psi, & \beta \geq \beta_0, \\ [K_1(q_*)/I_1(q_*)] J_1(q_* \alpha/\beta_0) I_1(q_* \beta/\beta_0) \cos\psi, & \beta \leq \beta_0. \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

Ограничимся положительными значениями x, y, α и β . Тогда, учитывая, что $x^2 + y^2 = c^2 \alpha^2 \beta^2$ и $z = c(\beta^2 - \alpha^2)/2$, получаем

$$\alpha = \sqrt{\sqrt{x_*^2 + y_*^2 + z_*^2} - z_*},$$

$$\beta = \sqrt{x_*^2 + y_*^2} / \sqrt{\sqrt{x_*^2 + y_*^2 + z_*^2} - z_*},$$

где $x_* = x/c, y_* = y/c, z_* = z/c$.

Так как координаты вершины острия равны $(0, z_0)$, где $z_0 = R/2$ (R — радиус кривизны параболической вершины острия), находим значение:

$$\beta_0 = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x/c}{\sqrt{\sqrt{(x/c)^2 + (z_0/c)^2} - (z_0/c)}} \right) = \frac{\sqrt{2z_0}}{\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{c}}.$$

Вводя декартовы координаты, нормированные на радиус кривизны вершины острия $\tilde{x} = x/R, \tilde{y} = y/R, \tilde{z} = z/R$, получим соотношения:

$$\alpha/\beta_0 = \sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2} - \tilde{z}},$$

$$\beta/\beta_0 = \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2} / \sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2} - \tilde{z}}.$$

В результате подстановок, с учетом осевой симметрии, распределение потенциала (8) в окрестности острия будет выражаться в нормированных декартовых координатах следующей формулой:

$$\Phi(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \begin{cases} J_1 \left(q_* \sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2} - \tilde{z}} \right) K_1 \left(q_* \frac{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}}{\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2} - \tilde{z}}} \right) \frac{|\tilde{x}|}{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}}, & \frac{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}}{\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2} - \tilde{z}}} \geq 1, \\ \left[\frac{K_1(q_*)}{I_1(q_*)} \right] J_1 \left(q_* \sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2} - \tilde{z}} \right) I_1 \left(q_* \frac{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}}{\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2} - \tilde{z}}} \right) \frac{|\tilde{x}|}{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}}, & \frac{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}}{\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2} - \tilde{z}}} \leq 1. \end{cases} \quad (9)$$

Полученное распределение решает задачу нахождения потенциала (а, следовательно, и электрического поля) в окрестности нановершины металлического острия с точностью до константы.

Исследование дисперсионной зависимости ТЕ-волны

Диэлектрическая проницаемость металла приближенно описывается формулой Друде $\varepsilon_m = 1 - \omega_p^2 / (\omega^2 + i\omega\Gamma)$, где ω_p — плазменная частота металла, Γ — коэффициент, учитывающий потери. Например, для серебра [12] $\omega_p \approx 1,36 \times 10^{16} \text{ с}^{-1}$, $\Gamma \approx 2 \times 10^{14} \text{ с}^{-1}$. Тогда дисперсионное уравнение (6) можно переписать для металлического острия, граничащего с вакуумом, в следующем виде:

$$I_1(q) \left(K_0(q) + \frac{1}{q} K_1(q) \right) + \left(1 - \frac{1}{\varpi^2 + i\varpi\gamma} \right) K_1(q) \left(I_0(q) - \frac{1}{q} I_1(q) \right) = 0, \quad (10)$$

где $\varpi = \omega/\omega_p$ — циклическая частота поля, нормированная на плазменную, а $\gamma = \Gamma/\omega_p$ — коэф-

фициент поглощения, нормированный на плазменную частоту. Отсутствию потерь соответствует значение $\gamma = 0$.

Исследование уравнения (10) в отсутствие потерь показало, что на частотах $\varpi > 1/\sqrt{2}$ решений нет. На частотах $\varpi < 1/\sqrt{2}$ решений либо не существует при малых значениях ϖ , меньших примерно $\varpi_m \approx 0,64$, либо при $\varpi_m < \varpi < 1/\sqrt{2}$ существует два решения q , причем эти решения чисто действительные.

Отметим, что частота $\varpi_c = 1/\sqrt{2}$ является верхней граничной частотой существования поверхностных плазмонов на плоской поверхности металла. Из исследования уравнения (10) следует, что эта же частота является граничной для нанофокусировки ТЕ-волны на параболоидальном острие. Тот же результат наблюдается и для фокусировки ТМ-волны [7, 8], однако в случае ТМ-волны у соответствующего дисперсионного уравнения существует единственное решение при всех $0 < \varpi < 1/\sqrt{2}$.

На рис. 2 показана зависимость нормированной частоты $\varpi = \omega/\omega_p$ от значения решения q уравнения (10) в отсутствие потерь (кривая 1). При $\gamma = 0$ решения (10) чисто действительные и

специальные функции, входящие в (10), можно рассматривать как функции действительного переменного.

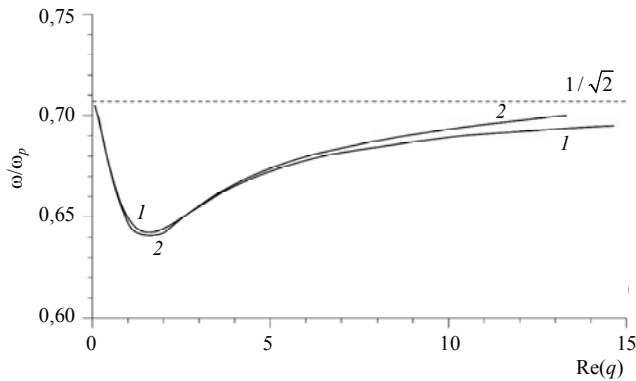


Рис. 2. Зависимость нормированной частоты $\varpi = \omega/\omega_p$ от значения действительной части $Re(q)$ решения q уравнения (10). Кривая 1 — потеря нет, кривая 2 — потери, как в Ag ($\gamma = 0,01471$).

В случае с потерями ($\gamma \neq 0$) нахождение решений уравнения (10) несколько усложняется, так как корни уравнения уже комплексные. При численном определении комплексного решения уравнения (10) входящие в него специальные функции необходимо аналитически продолжить на комплексную плоскость. Это было сделано с использованием следующих известных интегральных представлений:

$$I_n(q) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(n\theta) e^{q \cos \theta} d\theta$$

$$K_n(q) = \int_0^\infty ch(n\theta) e^{-qch\theta} d\theta.$$

На рис. 2 зависимость нормированной частоты $\varpi = \omega/\omega_p$ от значения действительной части $Re(q)$ решения уравнения (10) при учете потерь (серебряное острие, $\gamma = 0,01471$) показана кривой 2. Качественно зависимость такая же, как и в отсутствие потерь, но значение ϖ_m в этом случае немного меньше.

Из полученных зависимостей следует важный результат: *сфокусированная ТЕ-волна существует в окрестности нановершины микроост-*

рия и дает вклад в нанофокусировку только на частотах, больших примерно 0,64 от плазменной частоты металла, а на меньших частотах указанного вклада нет, и распределение электромагнитной энергии в окрестности нановершины определяется только ТМ-волной. Это объясняет экспериментальное наблюдение нанофокусировки при несимметричном возбуждении поверхностных плазмонов с помощью дифракционных решеток на боковой поверхности острий [9, 10]. Так, при возбуждении с частотой $\varpi = 0,26053 \ll \varpi_m$ (длина волны излучения в свободном пространстве $\lambda = 532$ нм, используемая в экспериментах) в окрестности вершины наноострия существует только стоячая ТМ-волна.

Фокальное распределение электрического поля ТЕ-волны у вершины наноострия

Рассмотрим теперь распределение максимального значения модуля E_a вектора электрического поля ТЕ-волны в окрестности фокуса в плоскости симметрии задачи (\tilde{x}, \tilde{z}) на частотах существования ТЕ-волны $\varpi_m < \varpi < 1/\sqrt{2}$. Нас будет интересовать распределение E_a , так как распределение именно этой величины важно при анализе рамановского излучения молекул, находящихся в окрестности фокуса.

Метод вычисления E_a в каждой пространственной точке плоскости (\tilde{x}, \tilde{z}) следующий. Сначала в рассматриваемой точке находятся комплексные компоненты $E_{\tilde{x}} = -\partial\Phi/\partial\tilde{x}$, $E_{\tilde{y}} = -\partial\Phi/\partial\tilde{y}$ и $E_{\tilde{z}} = -\partial\Phi/\partial\tilde{z}$ комплексного вектора электрического поля $\mathbf{E} = -\nabla\Phi$. Заметим, что т. к. в (10) потенциал (и, следовательно, электрическое поле) определяются с точностью до константы, то мы можем дифференцировать по нормированным координатам \tilde{x} , \tilde{y} и \tilde{z} . Затем находятся действительные составляющие компонент $Re(E_{\tilde{x}} e^{-i\omega t})$, $Re(E_{\tilde{y}} e^{-i\omega t})$ и $Re(E_{\tilde{z}} e^{-i\omega t})$ в некоторый момент времени t . И, наконец, вычисляется модуль мгновенного вектора электрического поля и находится его максимальное значение за период:

$$E_a = \max_{0 \leq \alpha \leq 2\pi} \sqrt{\left[Re(E_{\tilde{x}} e^{-i\alpha})\right]^2 + \left[Re(E_{\tilde{y}} e^{-i\alpha})\right]^2 + \left[Re(E_{\tilde{z}} e^{-i\alpha})\right]^2}. \quad (11)$$

Заметим, что вычисление по формуле $E_a = \sqrt{|E_{\tilde{x}}|^2 + |E_{\tilde{y}}|^2 + |E_{\tilde{z}}|^2}$ дало бы правильный результат только в том случае, если комплексные величины $E_{\tilde{x}}$, $E_{\tilde{y}}$ и $E_{\tilde{z}}$ имели бы равные фазы. В общем случае это не так, поэтому вычисления в данной работе проводились по строгой формуле (11).

В качестве примера приведем результаты расчетов на частоте $\omega = 0,6742$ для серебряного параболического острья с учетом потерь ($\gamma = 0,01471$). Дисперсионное уравнение при этой частоте имеет два комплексных корня: $q_1 = 0,48349872 - i0,10485753$ и $q_2 = 5,0192645 + i1,21805944$. Результат вычисления распределений E_a показан на рис. 3.

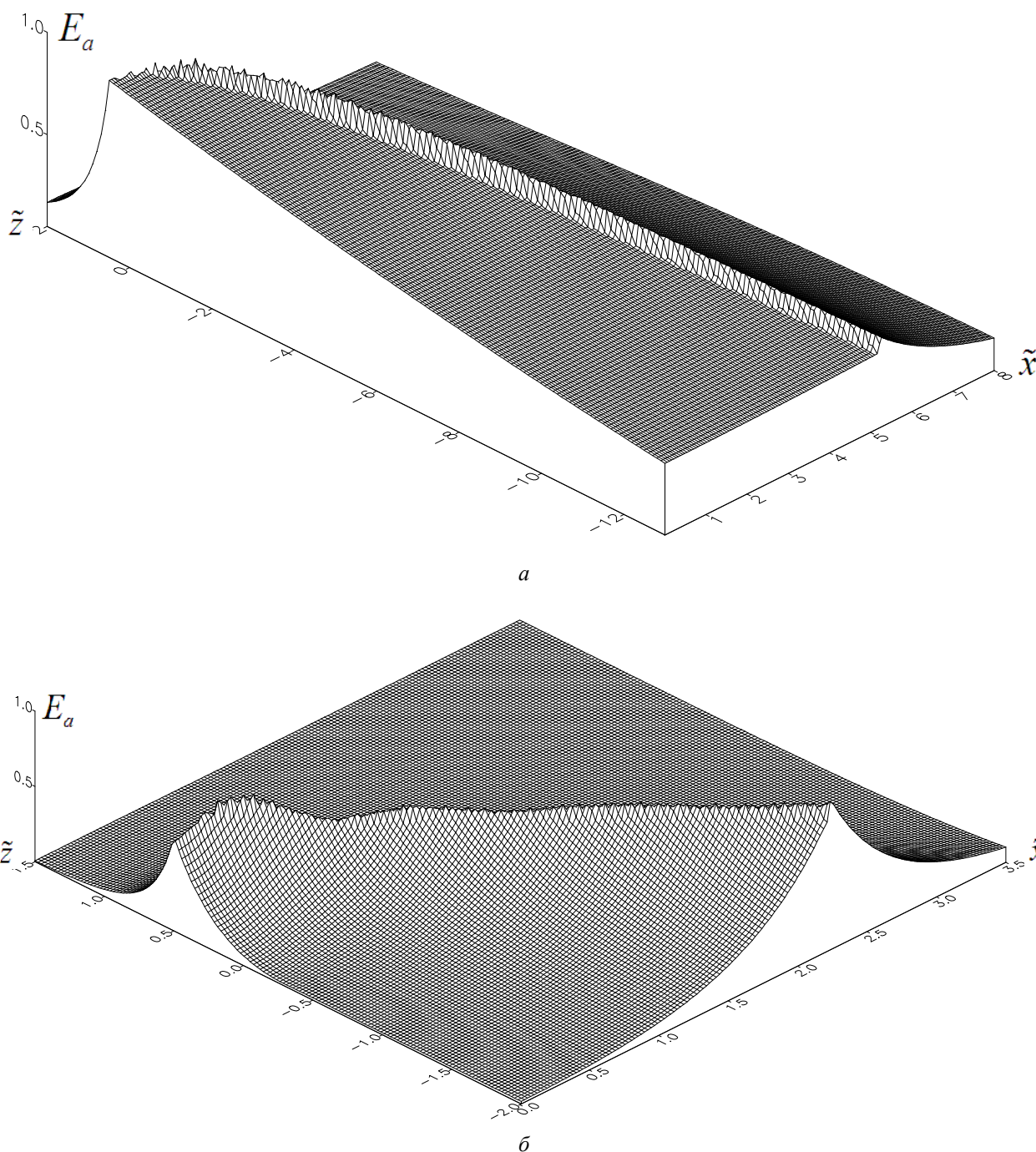


Рис. 3. Распределения максимального значения модуля вектора электрического поля E_a в окрестности серебряной нановершины для нормированной частоты $\omega = 0,6742$, коэффициента поглощения $\gamma = 0,01471$ и двух корней дисперсионного уравнения: а) $q_1 = 0,48349872 - i0,10485753$, б) $q_2 = 5,0192645 + i1,21805944$. Распределения нормированы на единицу в максимуме.

Видно, что стоячая волна, определяемая q_1 , возрастает к вершине острия, а волна, определяемая q_2 , убывает к вершине. Отсюда можно сделать вывод, что главный вклад в распределение будет давать распределение, определяемое корнем q_1 . Так как качественно такой же вывод сохраняется для всех частот ω из диапазона $\omega_m < \omega < 1/\sqrt{2}$, то в распределение поля в окрестности вершины будет давать вклад ТЕ-волны, определяемые корнями спадающей части дисперсионной зависимости на рис. 2.

Наконец, определим область применимости квазистатического приближения. Можно показать, что точное решение задачи переходит в квазистатическое при условии:

$$\left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}\right) \gg (\alpha^2 + \beta^2) g^2 \frac{\omega^2 |\epsilon_j \mu_j|}{c^2}$$

или

$$\left(\frac{\beta_0^2}{\alpha^2} + \frac{\beta_0^2}{\beta^2}\right) \gg \left(\frac{\alpha^2}{\beta_0^2} + \frac{\beta^2}{\beta_0^2}\right) \left(\frac{2\pi R}{\lambda_0}\right)^2 |\epsilon_j \mu_j|.$$

Если подставить в последнее неравенство α и β , выраженные через \tilde{x} и \tilde{z} , получим неравенство в координатах (\tilde{x}, \tilde{z}) . Расчеты показали, что для рассмотренного выше серебряного наноострия с радиусом закругления вершины $R = 1$ нм и нормированной частоты $\omega = 0,6742$ неравенство выполняется с десятикратным запасом в круге радиуса $\approx 9,5$ с центром в начале системы безразмерных координат (\tilde{x}, \tilde{z}) . Отсюда следует, что при нахождении распределений рис. 3 квазистатическое приближение применимо.

Заключение

Главный вывод работы следующий: сфокусированная ТЕ-волна существует в окрестности нановершины микроострия и дает вклад в наносфокусировку только на частотах ω из диапазона

$\omega_m < \omega < 1/\sqrt{2}$, где $\omega_m \approx 0,64$. На меньших частотах указанного вклада нет. Так как для хорошо проводящих металлов частота ω_m соответствует ультрафиолетовому диапазону, то в диапазоне видимого света распределение электромагнитной энергии в окрестности нановершины определяется только ТМ-волной при любом способе возбуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Министерства образования и науки Российской Федерации. (Проект прикладных научных исследований «Создание электрооптических градиентных тонкоплёночных структур для прецизионной оптики и аналитического приборостроения». Соглашение о предоставлении субсидии с Министерством образования и науки Российской Федерации от 23.10.2014 г. № 14.579.21.0066, уникальный идентификатор RFMEFI 57914 X 0066)».

ЛИТЕРАТУРА

1. Петрин А. Б. // Квантовая электроника. 2013. Т. 43. № 9. С. 814.
2. Petrin A. B. // J. Nanoelectron. Optoelectron. 2014. Vol. 9. No. 1. P. 89.
3. De Angelis F., et al. // Nature Nanotech. 2010. Vol. 5. P. 67.
4. Frey H. G., Keilmann F., Kriele A., Guckenberger R. // Appl. Phys. Lett. 2002. Vol. 81. P. 5030.
5. Stockman M. I. // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93. P. 137404.
6. Petrin A. Nanofocusing of Surface Plasmons at the Apex of Metallic Tips and at the Sharp Metallic Wedges. Importance of Electric Field Singularity, Wave Propagation. ISBN: 978-953-307-275-3. — InTech. 2011.
7. Петрин А. Б. // Квантовая электроника. 2015. Т. 45. № 7. С. 658.
8. Петрин А. Б. // Успехи прикладной физики. 2015. Т. 3. № 3. С. 236.
9. Giugni A., Allione M., Torre B. et al. // Journal of Optics. 2014. Vol. 16. P. 114003.
10. Giugni A., Torre B., Toma A. et al. // Nature Nanotech. 2013. Vol. 8. P. 845.
11. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. — М.: Наука, 1967.
12. Fox M. Optical Properties of Solids. — N.Y.: Oxford University Press Inc., 2003.

About nanofocusing the TE optical mode at a nanoapex of the metallic microtip

A. B. Petrin

Joint Institute for High Temperatures, Russian Academy of Sciences
Bld. 2, 13 Izhorskaya str, Moscow, 125412, Russia
E-mail: a_petrin@mail.ru

Received November 24, 2015

Consideration is given to nanofocusing the electromagnetic energy of an optic frequency at the nano-dimensional space region near a nanoapex of the metallic microtip. It is suggested that at the vicinity of the microtip's apex the surface plasmon standing wave with TE symmetry is excited. The metal boundary near the nanoapex is approximated by a paraboloid of revolution. The investigation shows that TE wave exists and gives contribution to nanofocusing at the apex of the microtip only on frequencies more than approximately 0.64 of a plasma frequency of the metal. On frequencies smaller than the boundary frequency there is no such a contribution and the distribution of electromagnetic energy near the nanoapex is only defined by TM wave.

PACS: 78.67.-n; 68.37.Uv; 73.20.Mf

Keywords: nanofocusing, surface plasmons, plasmon waveguide.

REFERENCES

1. A. B. Petrin, *Quant. Electron.* **43**, 814 (2013).
2. A. B. Petrin, *J. Nanoelectron. Optoelectron.* **9**, 89 (2014).
3. F. De Angelis et al., *Nature Nanotech.* **5**, 67 (2010).
4. H. G. Frey, F. Keilmann, A. Kriele, and R. Guckenberger, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 5030 (2002).
5. M. I. Stockman, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 137404 (2004).
6. A. Petrin, *Nanofocusing of Surface Plasmons at the Apex of Metallic Tips and at the Sharp Metallic Wedges. Importance of Electric Field Singularity, Wave Propagation.* (ISBN: 978-953-307-275-3. InTech. 2011).
7. A. B. Petrin, *Quant. Electron.* **45**, 658 (2015).
8. A. B. Petrin, *Uspekhi Prikladnoi Fiziki* **3**, 236 (2015).
9. A. Giugni, M. Allione, B. Torre, et al., *Journal of Optics.* **16**, 114003 (2014).
10. A. Giugni, B. Torre, A. Toma, et al., *Nature Nanotech.* **8**, 845 (2013).
11. A. Ango, *Mathematics for Electro and Radio Engineers* (Nauka, Moscow, 1967) [in Russian].
12. M. Fox, *Optical Properties of Solids* (N.Y.: Oxford University Press Inc., 2003).