

УДК 004.9:535.2

Модель для неинвазивного определения параметров диффузионного приближения

С. Ю. Макаров

Численным моделированием исследуется возможность неинвазивного определения параметров диффузионного приближения теории переноса излучения в условиях фиксации входящей мощности. Для верификации используется статистическое моделирование. Описан способ измерения подповерхностной интегральной интенсивности, а также способ измерения полного коэффициента отражения, позволяющий определить ещё два параметра, характеризующих рассеивающую среду, а именно, коэффициент рассеяния и параметр анизотропии.

PACS: 07.05.Tr

Ключевые слова: перенос излучения, диффузионное приближение, неинвазивный метод.

Введение

Знание параметров распространения и поглощения монохроматического излучения в живых тканях позволяет определить распределение излучения в объеме ткани, а также найти мощность возникающих тепловых источников от поглощения энергии излучения, что для живых тканей (биотканей) приобретает особую актуальность. Однако в данной статье под биотканью может подразумеваться и произвольная мутная, т. е. рассеивающая и поглощающая в оптическом или ближнем ИК-диапазоне среда, причем с параметрами, близкими к таковым для непрозрачных мягких биотканей человеческого организма.

Целью данной работы является исследование распространения в биоткани рассеянного (ненаправленного) излучения от ламбертова источника света с естественной поляризацией в интересах использования особенностей распространения такого излучения для неинвазивного (непроникающего) определения параметров диффузионного приближения [1] теории переноса излучения (ТПИ).

Теоретические предпосылки

Для диффузионного приближения используется принцип фиксации мощности, передаваемой в биоткань ненаправленным излучением [2]. Для однозначного восстановления двух неизвестных

параметров диффузионного приближения используются результаты измерений двух величин: значение выходящей из биоткани диффузно отраженной мощности и значение подповерхностной освещенности, принцип измерения которой, совместимый с заданными граничными условиями, описан в статье. Также изложен принцип измерения полного коэффициента отражения, что позволяет восстановить значения ещё двух параметров, характеризующих биоткань как рассеивающую среду, а именно, коэффициента рассеяния и параметра анизотропии. Описываемый в статье метод может быть отнесен к классу непрямых двух- или трехпараметрических (если дополнительно восстанавливается коэффициент рассеяния) стационарных (CW) методов [3, 4], но в отличие от методов с пространственно-разрешенным диффузным отражением в нем измеряется интегральное отражение.

Для измерения оптических характеристик образцов биологических тканей *in vitro* разработаны наиболее широко используемые в настоящее время методы на основе прямых измерений ослабления в тонких срезах и использования интегрирующих сфер [5]. С другой стороны, определение оптических параметров для живых тканей *in vivo*, как правило, требует разработки специальных аппаратных средств и усложнения расчетов из-за одностороннего доступа к биоткани. В разрабатываемых методах можно отметить использование оптоволоконных датчиков для доставки и приема излучения [6] и использование ускоренных вариантов метода Монте-Карло [7] для решения обратной задачи восстановления параметров. Однако «точечный» характер измерений, даваемый, например, волоконно-оптическими датчиками, может сказаться негативным образом при работе на реальных живых тканях из-за возможного наличия

Макаров Сергей Юрьевич, практикант^{1,2}.

¹ Волгоградский государственный университет.
Россия, 400062, г. Волгоград, Университетский пр-т, 100.

² АО ПК «Ахтуба».

Россия, 400081, г. Волгоград, ул. Ангарская, 17.
E-mail: msu-post@mail.ru

Статья поступила в редакцию 7 декабря 2015 г.

© Макаров С. Ю. 2016

в месте измерения внутренних или поверхностных неоднородностей. Кроме того, диффузионное приближение остается самым быстрым и простым методом расчета световых полей в сильнорассеивающих (мутных) средах в неоднородном случае, что особенно сказывается при решении обратной задачи итерационным образом. К недостаткам метода можно отнести ограничение на величину фактора анизотропии ($g \leq 0,9$).

Перенос излучения в мутных средах

Везде далее подразумевается, что временные параметры воздействия излучения на биоткань таковы, что допустимо использовать стационарные модели переноса излучения. При этом, если падающее излучение представляет собой упорядоченное (например, однонаправленное) излучение, как в коллимированном лазерном пучке, то целесообразно в решении для интегральной интенсивности выделить компоненту U_T , оставшуюся от падающего излучения, прошедшего границу раздела и толщу среды, ослабленную рассеянием и поглощением:

$$U(\mathbf{r}) = U_T(\mathbf{r}) + U_D(\mathbf{r}),$$

т. к. эта компонента сразу находится интегрированием по поверхности, на которую падает излучение:

$$U_T(\mathbf{r}) = \iint_{\Gamma} \frac{I_t(\mathbf{r}_0, \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^2} e^{-\tau} \cos \theta_0 da_0, \quad \mathbf{r}_0 \in \Gamma,$$

$$\tau = \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mu_t ds, \quad \mathbf{s} = \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}, \quad \cos \theta_0 = (\mathbf{n}, -\mathbf{s}).$$

Остающаяся компонента $U_D(\mathbf{r})$ представляет собой диффузное излучение, обусловленное рассеянием в среде.

Диффузионное приближение для нахождения $U_D(\mathbf{r})$ выводится в предположении, что изотропная часть в интенсивности существенно больше неизотропной $|\mathbf{F}_D(\mathbf{r})|$, т. е. справедливы соотношения:

$$I_D(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = \frac{1}{4\pi} U_D(\mathbf{r}) + \frac{3}{4\pi} \mathbf{F}_D(\mathbf{r}) \mathbf{s}, \quad (1)$$

$$U_D(\mathbf{r}) \gg |\mathbf{F}_D(\mathbf{r})|.$$

В силу того, что диффузная компонента генерируется только внутри среды из падающего излучения при рассеянии, то при таком подходе появляется необходимое граничное условие, состоящее в том, что при выходе на границу среды в направлении внутрь среды должна остаться только интенсивность падающего излучения:

$$I_D(\mathbf{r}, \mathbf{s})_{\Gamma} = 0 \quad \forall \mathbf{s} : (\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}_i) > 0, \quad (2)$$

которое в диффузионном приближении строго не может быть выполнено в силу условия в (1). Поэтому вместо (2) используются приближенные граничные условия, например, равенство нулю потока энергии от этой компоненты внутрь среды. Кроме того, в уравнениях для $U_D(\mathbf{r})$ и $\mathbf{F}_D(\mathbf{r})$ необходимо дополнительно учитывать эффективные источники, описывающие преобразование энергии падающего излучения в энергию диффузного излучения, соответственно, сами уравнения усложняются [1].

С учетом этих соображений, представляется целесообразным использовать ненаправленное, т. е. изначально рассеянное излучение, с помощью конструкции, обеспечивающей фиксацию мощности, передаваемой в биоткань излучением [2]: внутрь конструкции вводится лазерное излучение с мощностью P_L , а выводится на биоткань уже рассеянное излучение, полученное от рассеивателей или от диффузно отражающих стенок, покрытых соответствующим материалом, например, на основе сульфата бария. При этом отпадает необходимость разделения искомого решения $U(\mathbf{r})$ на отдельные компоненты, соответственно, уравнения диффузионного приближения принимают простую форму, а граничные условия — стандартный вид. Поскольку в основном уравнении диффузионного приближения [1] нет источников (ни естественных, ни эффективных), оно принимает следующий вид:

$$\nabla^2 U(\mathbf{r}) - \mu_{eff}^2 U(\mathbf{r}) = 0,$$

$$\mu_{eff}^2 = 3\mu_a \mu_{tr},$$

$$\mu_{tr} = \mu_a + \mu_s(1-g) = \mu_a + \mu'_s,$$

где μ_{tr} — транспортный коэффициент, $\mu_s(1-g)$ — приведенный коэффициент рассеяния. Уравнение для потока также сильно упрощается:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{3\mu_{tr}} \nabla U(\mathbf{r}).$$

Неинвазивное определение параметров распространения и поглощения монохроматического излучения

Для неинвазивного определения параметров μ_a и μ_{tr} предлагается использовать независимость решения вдали от падающего пучка, а также от фактического распределения входящей мощности по поверхности при фиксации полной мощности, что подтверждается численными экспериментами (см. ниже). При этом используется расчетная об-

ласть, изображенная на рис. 1. На поверхности в центре имеется круг радиусом $R_0 < R_1$ с «зеркальными» граничными условиями (равенство нулю потока энергии F_z), кольцевая область $R_1 < r < R_2$ является поглощающей для моделирования свободного выхода излучения и/или поглощения его датчиком. Таким образом, излучение входит в кольцевую область $R_0 < r < R_1$ на поверхности биоткани, причем в математической модели, в силу отмеченной выше независимости, принято равномерное распределение входящей мощности по этой области. Для поглощающей области при нахождении граничных значений $U_T(r)$ использовалось условие потоковой изотропности в условиях диффузионного приближения: $F_{-z} = F_{+r}$ (с поправочным коэффициентом, близким к 1).

Измерение полной выходящей мощности P_{out} производится соответствующим фотоэлектронным прибором с учетом требования, что должно быть собрано всё излучение, выходящее из области $R_1 < r < R_2$. Принцип измерения подповерхностной освещенности в центральной точке $U(0,0)$ будет изложен ниже.

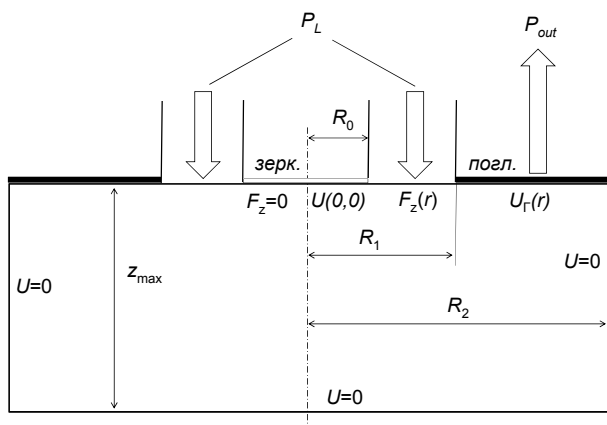


Рис. 1. Расчетная область и граничные условия.

Результаты моделирования в диффузионном приближении и статистическим методом Монте-Карло изображены на рис. 2. Как видно из рисунка, равномерное распределение входящей мощности по площади пучка порождает заметную ошибку в определении освещенности в центральной части кольцевой области входа излучения. Однако для освещенности в области «свободной диффузии» $r < R_0$ это обстоятельство роли не играет, т. к. в данном случае диффузионное приближение с «зеркальными» граничными условиями в области $r < R_0$ демонстрирует хорошее совпадение с результатами статистического моделирования.

Ввиду разрыва в граничных условиях на поверхности, модельное решение задавалось дополнительным условием: $U(r = R_1, 0) = 0,25U_{max}$, где

U_{max} представляет максимальное значение U в кольцевой области $R_0 < r < R_1$. В итоге значение интеграла от выходящей плотности потока по области $R_1 < r < R_2$ оказывается близким к таковому для моделирования методом Монте-Карло и представляет собой измеряемую на опыте величину P_{out} . Значения оптических параметров при моделировании брались равными характерным для подкожных тканей в видимом диапазоне и в ближнем ИК-диапазоне: $n = 1,4$, $\mu_a = 1,5 \text{ см}^{-1}$, $\mu_s = 150 \text{ см}^{-1}$, $g = 0,8$. Графики строились для $P_L = 1 \text{ Вт}$.

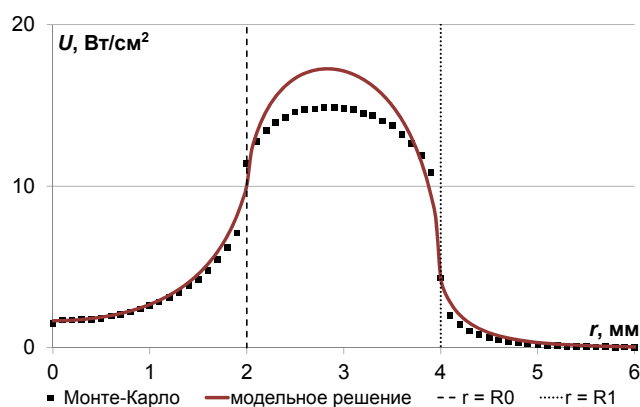


Рис. 2. Модельное решение $U(r,0)$ для определения параметров.

Процедуру восстановления неизвестных параметров с использованием модельного решения наглядно демонстрирует рис. 3, где построены две линии, которые соответствуют удовлетворяющим эксперименту (результатам измерений) зависимостям $\mu_a(\mu_{tr})$. Точки графиков определяются итерационно, а именно, путем сравнения рассчитанных значений подповерхностной освещенности и мощности выходящего из биоткани излучения с данными измерений соответствующих величин в методе Монте-Карло. При этом линия, отвечающая измерению $U(0,0)$, имеет малый наклон, а линия, соответствующая измерению P_{out} , должна представлять собой гиперболу, т. к., согласно диффузионному уравнению, выполняется соотношение:

$$\mu_a = \frac{\text{const}}{\mu_{tr}} = \frac{\mu_{eff}^2}{3\mu_{tr}}$$

Метод проверялся при значениях $g = 0,8; 0,85; 0,9$. Наибольшую точность (погрешность метода на уровне 5 % или менее) удалось получить при $g = 0,8$. При $g = 0,85$ погрешность восстановления параметров составила $\sim 10 \%$, а при $g = 0,9$ — около 15 %.

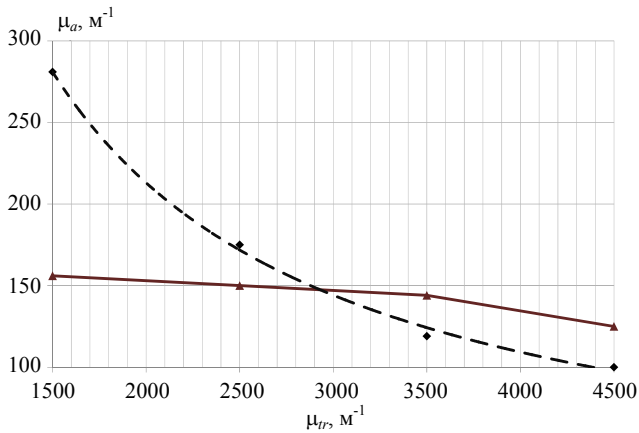


Рис. 3. Графическое определение параметров μ_a и μ_{tr} .

Для измерения значения подповерхностной освещенности в точке $(0,0)$ можно предложить следующий способ, согласующийся с граничными условиями для рассматриваемой расчетной области. Соответствующие пояснения представлены на рис. 4. Как и в методе фиксации передаваемой мощности [2], здесь используется камера с хорошо отражающими стенками, содержащая рассеянное лазерное излучение от дополнительного источника P_{L0} и от самой биоткани, но теперь излучение может выходить не только в биоткань, но и на измеритель мощности через дополнительное отверстие с площадью S_M .

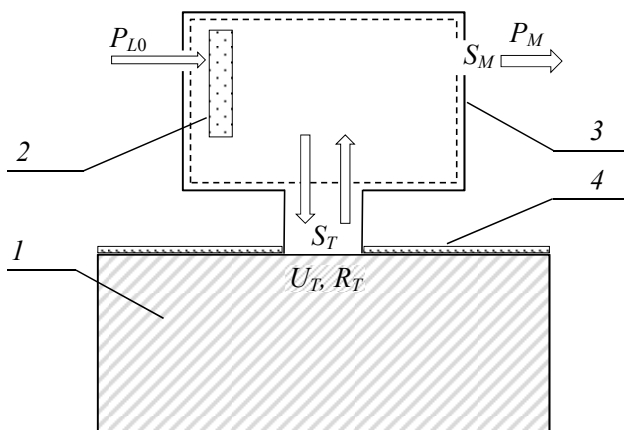


Рис. 4. Принцип измерения подповерхностной освещенности или полного коэффициента отражения. 1 — биоткань, 2 — рассеиватель, 3 — камера с отражающими стенками, 4 — отражающая поверхность.

При измерении подповерхностной освещенности (интегральной интенсивности) мощность лазерного излучения меняют так, чтобы добиться равенства $P_{L0} = P_M$. Это означает, что поток энергии из биоткани становится равным нулю, т. е. реализуется «зеркальное» граничное условие, как на рис. 1 для центральной области $r < R_0$. В этих условиях подповерхностная освещенность найдется

по формуле, получаемой из фотонной модели и связи освещенности с плотностью энергии:

$$U_T = \frac{4P_M}{S_M} \left(\frac{T_n}{T_{1/n}} \right) = \frac{4P_M}{S_M} \cdot n^2,$$

где T_n — значение коэффициента прохождения мощности ненаправленного излучения из воздуха в среду с показателем преломления n , а $T_{1/n}$ — в обратном направлении. Соответственно, более точными для измерений представляются иммерсионные системы, для которых $n^2 = 1$, или использующие гель с соответствующим показателем преломления. Таким гелем можно покрыть только поверхность биоткани для устранения имеющихся неровностей (как на поверхности кожи) и фиксировать величину $(T_n / T_{1/n})$.

Измерение коэффициента отражения производится с использованием формулы:

$$R_T = 1 - \left(\frac{P_{L0}}{P_M} - 1 \right) \frac{S_M}{S_T}.$$

Зная μ_a и μ_{tr} , можно находить параметры μ_s и g . Для этого используется измеренное значение коэффициента отражения. Обозначив уже известное значение $(\mu_{tr} - \mu_a) = \Delta\mu$, получим зависимость $\mu_s(g)$:

$$\mu_s = \frac{\Delta\mu}{(1-g)}. \quad (3)$$

Далее, для заданных значений g (например, 0,8; 0,85; 0,9) и соответствующим им по формуле (3) значений μ_s , при известном μ_a с помощью моделирования Монте-Карло находим соответствующие значения коэффициента отражения R_T , и строим график $R_T(g)$. Найдя пересечение этого графика с горизонтальной прямой, задаваемой измеренным значением R_T , восстановим значение g .

Альтернативный способ нахождения коэффициента рассеяния заключается в использовании формулы (3), в которую нужно подставить эмпирическое значение g для данной биоткани. Например, для кожных тканей [8] получаем соотношение:

$$g(\lambda) = 0,7645 + 0,2355 \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{\lambda - 500}{729,1} \right) \right],$$

где длина волны λ выражена в нанометрах.

Заключение

Как показали результаты численного моделирования, особенности распространения нена-

правленного излучения в сильнорассеивающих (мутных) средах, при фиксации передаваемой от излучения в среду мощности, дают возможность неинвазивного определения параметров диффузионного приближения, обычно применяемого для нахождения светового поля в подобных средах. Важным примером сильнорассеивающих сред являются непрозрачные биоткани в оптическом и ближнем ИК-диапазоне. Для однозначного восстановления двух неизвестных параметров диффузионного приближения μ_r и μ_a необходимо измерить две величины, в качестве которых можно использовать подповерхностную освещенность и диффузно отраженную мощность. Использование ненаправленного (рассеянного) излучения позволяет не только фиксировать передаваемую от излучения мощность, но и измерить значение подповерхностной освещенности и полного коэффициента отражения. При известных (или уже измеренных) значениях μ_r и μ_a знание полного коэффициента отражения позволяет восстановить значения ещё двух параметров, характеризующих рассеивающую среду, а именно, коэффициента рассеяния μ_s и параметра анизотропии g . Более удобно находить коэффициент рассеяния, используя значение параметра анизотропии из эмпирических данных.

Численное моделирование показало принципиальную осуществимость предложенного метода. Однако техническая реализация, возможно, потребует уточнения математических моделей, например, путем комбинации диффузионной аппроксимации с другими приближенными методами расчета световых полей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Исумару А. Распространение и рассеяние волн в случайно неоднородных средах. — М.: Мир, 1981.
2. Макаров С. Ю. // Научный обозреватель. 2015. № 10. С. 40.
3. Wilson B. C., Patterson M. S., Flock S. T. // Photochem. Photobiol. 1987. Vol. 46. P. 601.
4. Kienle A., Lilge L., Patterson M. S., Hibst R., Steiner R., Wilson B. C. // Appl. Opt. 1996. Vol. 35. P. 2304.
5. Bashkatov A. N., Genina E. A., Tuchin V. V. Tissue Optical Properties. Chapter 5. In Handbook of Biomedical Optics / Ed. by D. A. Boas, C. Pitris, N. Ramanujam. — London: CRC Press, Taylor and Francis group, 2011.
6. Sun J., Fu K., Wang A., Lin A. W. H., Utzinger U., Drezek R. // Appl. Opt. 2006. Vol. 45. P. 8152.
7. Сетейкин А. Ю., Красников И. В. Применение метода Монте-Карло для задач биофотоники. — Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2014.
8. Dunaev A. V., Zherebtsov E. A., Rogatkin D. A., Stewart N. A., Sokolovski S. G., Rafailov E. U. // J. Biomed. Opt. 2013. Vol. 18. No. 10. P. 107009.

Model for noninvasive determination of the diffusion approximation parameters

S. Yu. Makarov

¹ Volgograd State University
100 University av., Volgograd, 400062, Russia

² Akhtuba, Inc.
17 Angarskaya str., Volgograd, 400081, Russia
E-mail: msu-post@mail.ru

Received December 7, 2015

Numerical modeling is used to investigate the possibility of noninvasive determination of the diffusion approximation parameters of the radiative transfer theory provided fixing the incoming radiative power. Statistical modeling is used for verification. The method of measurement of the subsurface integral intensity and total reflection coefficient are also described, last one allows to estimate extra two parameters characterizing the scattering medium: the scattering coefficient and the anisotropy factor.

PACS: 07.05.Tp

Keywords: radiative transfer, diffusion approximation, noninvasive method.

REFERENCES

1. A. Ishimaru, *Wave Propagation and Scattering in Random Media. Vol. 1. Single Scattering and Transport Theory*. (Academic Press, N.Y., 1978; Mir Publ., Moscow, 1981).
2. S. Yu. Makarov, *Nauchnyi Obozrevatel'*, No. 10, 40 (2015).
3. B. C. Wilson, M. S. Patterson, and S. T. Flock, *Photochem. Photobiol.* **46**, 601 (1987).
4. A. Kienle, L. Lilge, M. S. Patterson, R. Hibst, R. Steiner, and B. C. Wilson, *Appl. Opt.* **35**, 2304 (1996).
5. A. N. Bashkatov, E. A. Genina, and V. V. Tuchin, *Tissue Optical Properties. Chapter 5*. In *Handbook of Biomedical Optics*. (London: CRC Press, Taylor and Francis group, 2011).
6. J. Sun, K. Fu, A. Wang, A. W. H. Lin, U. Utzinger, R. Drezek, *Appl. Opt.* **45**, 8152 (2006).
7. A. Yu. Seteikin and I. V. Krasnikov, *Using the Monte-Karlo Method for Biophotonics* (Blagoveshensk, AmSU Publ., 2014) [in Russian]
8. A. V. Dunaev, E. A. Zherebtsov, D. A. Rogatkin, N. A. Stewart, S. G. Sokolovski, and E. U. Rafailov, *J. Biomed. Opt.* **18** (10), 107009 (2013).