

УДК 531.43

PACS: 81.40Pq, 68.37Ps, 46.55+d

## Сила электростатического трения зонда атомно-силового микроскопа вблизи поверхности

А. А. Канаметов, Г. В. Дедков

*В рамках решения нерелятивистской электродинамической задачи получены формулы для тангенциальной диссипативной силы (силы электростатического трения) аксиально-симметричного зонда, движущегося параллельно плоской поверхности однородных пластин, или покрытых тонкими пленками пластин с различным сочетанием диэлектрических свойств. Разработаны численный алгоритм и программа расчета силы электростатического трения. В качестве примера вычислены силы трения металлического шарика вблизи металлической поверхности при фиксированной разности потенциалов между ними. Сравнение рассчитанных сил трения с экспериментальными значениями диссипативных сил в условиях электростатического взаимодействия обнаруживает расхождение на 8 порядков величины в меньшую сторону, как и в теоретических оценках других авторов. Зависимость силы трения от расстояния до поверхности аналогична наблюдавшейся в эксперименте.*

*Ключевые слова:* электростатическое трение, наночастица, зонд атомно-силового микроскопа, металлическая поверхность, тонкие пленки.

### Введение

Электростатическая сила трения является одной из возможных составляющих диссипативных сил между телами, разделенных вакуумным или воздушным зазором, при их относительном движении. Статическое электрическое поле между различными поверхностями может существовать даже без внешнего напряжения. В частности, электростатическое притяжение при нулевом напряжении на контакте может быть вызвано локальными изменениями работы выхода или поверхностными загрязнениями, приводящими к неоднородному электрическому полю (эффект зарядовых пятен). Измерения электростатических сил имеют большое значение для интерпретации данных атомно-силовой микроскопии (АСМ) [1–5], а также при проектировании МЭМС-устройств [6, 7].

Целью данной работы является прямой расчет тангенциальной диссипативной электростатической силы (силы трения), приложенной к движущемуся зонду, имеющему произвольную

аксиально-симметричную форму [4]. Распределение зарядов на апексе зонда предполагается фиксированным в виде случайным образом распределенных пятен или зарядов, обусловленных внешним напряжением  $U$  на контакте.

Распределение индуцированных зарядов на пластине находится путем решения точной электродинамической задачи с учетом реальной формы наконечника и диэлектрических свойств пластины в соответствии с методом, развитым в работе [2].

Результирующая сила трения на зонде рассчитывается аналогично тому, как вычисляется сила трения, действующая на единичный точечный заряд, движущийся над поляризующейся поверхностью [8].

### Теоретическая модель

На рис. 1 показана конфигурация системы и используемая декартова система координат  $(x, y, z)$ , связанная с образцом.

Пробное тело с фиксированными кольцевыми зарядами  $q_m$ , имеющими координаты  $(x_m + Vt, y_m, z_m)$ , движется с постоянной скоростью  $V$  над образцом с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon(\omega)$ , зависящей от частоты  $\omega$ . В более общем случае (см. вставку на рис. 1) образец представляет собой толстую подложку и пленку с толщиной  $d$ , характеризующиеся диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_2(\omega)$  (пленка) и  $\varepsilon_3(\omega)$  (подложка). В рам-

Канаметов Анзор Азреталиевич, старший преподаватель, к.ф.-м.н.

Дедков Георгий Владимирович, профессор, д.ф.-м.н.  
Кабардино-Балкарский государственный университет.  
Россия, 360004, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173, корп. 10.  
Тел.: +7(8662) 42-67-62, +7(903) 490-50-15.  
E-mail: kanametov\_a@mail.ru

Статья поступила в редакцию 15 ноября 2017 г.

© Канаметов А. А., Дедков Г. В., 2018

как нерелятивистского приближения (т. е. при  $V/c \ll 1$ ), электродинамическая задача сводится к решению уравнения Пуассона для электростатического потенциала  $\varphi(x, y, z, t)$ :

$$\Delta\varphi(x, y, z, t) = -4\pi\rho(x, y, z, t) = -4\pi\sum_j q_j\delta(x - (x_j + Vt))\delta(y - y_j)\delta(z - z_j). \quad (1)$$

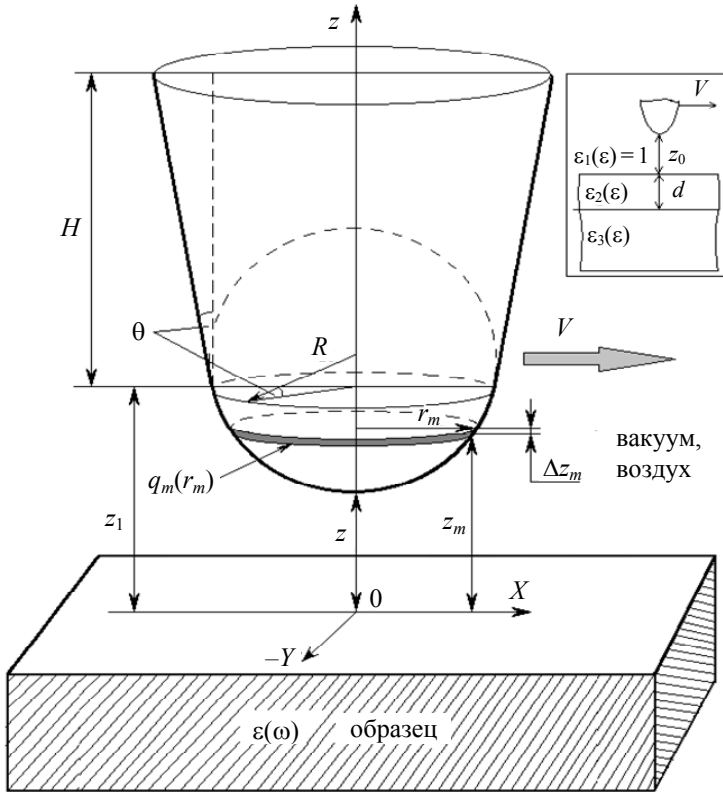


Рис. 1. Геометрическая конфигурация конического зонда со сферическим окончанием с параметрами  $R$ ,  $H$ ,  $\theta$  и декартова система координат, используемая в расчетах. Показана схема разбиения на элементарные кольцевые заряды, где  $r_m$  – радиус  $m$ -го кольца поверхности зонда с зарядом  $q_m$ ,  $\Delta z_m$  – шаг сетки, соответствующий кольцу с номером  $m$ ,  $z_1$  – высота точки на поверхности зонда, в которой сферическая оконечность сопрягается с конической.

Уравнение (1) должно решаться с граничными условиями непрерывности потенциала  $\varphi$  и нормальной проекции электрического смещения  $-\epsilon d\varphi/dt$  при  $z = 0$  в случае однородного образца и

при  $z = 0$ ,  $z = -d$  в случае подложки и пленки. Следуя методу, развитому в [2], получим выражение для тангенциальной силы  $F_x$ , приложенной к зонду:

$$F_x = \frac{i}{2\pi} \sum_j \sum_m q_j q_m \int d^2k \frac{k_x}{k} D(k_x V, k) \exp(-i\mathbf{k}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_m)) \exp(-k(z_j + z_m)) \quad (2)$$

где  $\mathbf{r}_m = (x_m, y_m)$ ,  $\mathbf{r}_j = (x_j, y_j)$ .

$$D(\omega, k) = \frac{\Delta_1(\omega) - \Delta_2(\omega) \exp(-2kd)}{1 - \Delta_1(\omega) \Delta_2(\omega) \exp(-2kd)} \quad (3)$$

$$\Delta_1(\omega) = \frac{\epsilon_2(\omega) - 1}{\epsilon_2(\omega) + 1}, \quad \Delta_2(\omega) = \frac{\epsilon_2(\omega) - \epsilon_3(\omega)}{\epsilon_2(\omega) + \epsilon_3(\omega)}. \quad (4)$$

Формула (2) имеет общий характер независимо от формы и распределения зарядов. В частности, для единичного движущегося заряда формула (2) сводится к хорошо известным результатам [8].

Как следует из формулы (2), электростатические силы трения в значительной степени зависят от свойств функции диэлектрического отклика

(3). Типичные скорости зондов АСМ очень малы даже в динамических режимах сканирования ( $V \ll 1$  м/с), поэтому при типичном расстоянии аперса зонда от поверхности (10 нм) основные вклады в (2) связаны с пространственными волновыми векторами порядка  $10^8 \text{ м}^{-1}$ . Соответственно, частоты  $\omega = k_x V$  имеют порядок  $10^8 \text{ с}^{-1}$ . Сила трения  $F_x$  определяется мнимой частью функции

$D(\omega, k)$ . С учетом этого, мнимую часть  $D(\omega, k)$  можно представить приближенно (с точностью порядка  $\Delta_{1,2}'' / \Delta_{1,2}'$ ) в виде выражения:

$$\text{Im} D(k_x V, k) \approx \frac{\Delta_1'' (1 - a^2 |\Delta_2|^2) + a \Delta_2'' (|\Delta_1|^2 - 1)}{(1 + a^2 |\Delta_1|^2 |\Delta_2|^2 - 2a \Delta_1' \Delta_2')}, \quad (5)$$

где  $a = \exp(-2kd)$ , а величины с одним и двумя штрихами обозначают вещественную и мнимую части функций  $\Delta_{1,2}$ .

В соответствии с принятым низкочастотным приближением, диэлектрические проницаемости металлов и ионных диэлектриков можно записать в виде следующих соотношений:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + i \frac{4\pi\sigma}{\omega} \quad (6)$$

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty)\omega_T^2}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \approx \varepsilon_\infty + i \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty)\gamma\omega}{\omega_T^2} \quad (7)$$

$$F_x = -\frac{1}{2\pi} \sum_m \sum_j q_m q_j \int d^2k \frac{k_x}{k} \text{Im} D(k_x V, k) J_0(kr_m) J_0(kr_j) \exp(-k(z_m + z_j)), \quad (9)$$

где  $J_0(x)$  – функция Бесселя.

### Результаты расчета

В качестве практически важного численного примера рассмотрим расчет электростатических сил трения  $F_x$  на сферическом металлическом зонде с радиусом  $R$ , движущемся параллельно поверхности металлической пластины. Потенциалы поверхности зонда и поверхности образца положим равными  $U$  и нулю соответственно. Для диэлектрической проницаемости обоих материалов используем формулу (6).

В соответствии со схемой расчета, использовавшейся в [2] при расчетах статической силы взаимодействия зонда, общее число кольцевых зарядов принималось равным  $N = 300$ . Шаг сетки возрастал с увеличением  $z_m$  в геометрической прогрессии таким образом, что отношение максимального и минимального значений шага было близко к 20.

Для упрощения численных расчетов вводились безразмерные величины зарядов  $\tilde{q}_m = q_m / UR$ ,  $\tilde{q}_j = q_j / UR$  и переменной  $u = z/R$ . В этом случае формула (9) принимала вид:

где  $\sigma$  – проводимость металла,  $\varepsilon_0, \varepsilon_\infty$  – статическая и оптическая диэлектрические проницаемости диэлектрика,  $\gamma$  и  $\omega_T$  – фактор затухания и частота поперечных фононов. Для воды можно использовать приближение [9] в виде выражения:

$$\varepsilon(\omega) = \alpha + \frac{\beta}{1 - i\omega / \omega_0} \quad (8)$$

с параметрами  $\alpha = 4,35$ ,  $\beta = 72,24$ ,  $\omega_0 = 1,3 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$ .

Используя уравнения (3)–(5), легко получить выражения для  $\text{Im} D(k_x, V, k)$  чистых поверхностей с диэлектрическими функциями (6)–(8) или с другими комбинациями материалов зонда и поверхности. Соответствующие формулы будут справедливы при  $\omega_0 z / V \gg 1$ , где  $\omega_0$  – характерная частота ( $2\pi\sigma$  и  $\omega_T$  в случае функций (6) и (7)),  $z$  – характерное расстояние между зондом и образцом.

В практически важном случае аксиально-осимметричного зонда заряд распределен на его поверхности также аксиально-симметрично. С учетом этого выражение для силы трения можно записать в следующем виде [2]:

$$F_x = -\frac{VU^2}{2R} f_0 \sum_{m,j} \tilde{q}_m \tilde{q}_j T_x(r_m / R, r_j / R, (z_m + z_j) / R)$$

где вспомогательная функция  $T_x(x, y, z)$  определена соотношением

$$T_x(x, y, z) \equiv \int_0^\infty dk k^2 J_0(kx) J_0(ky) \exp(-kz) = \frac{d^2}{dz^2} T(x, y, z).$$

В свою очередь, для функции  $K(x)$  использовалась аппроксимация [10]:

$$K(x) = \int_0^{\pi/2} \frac{dy}{(1 - x^2 \sin^2 y)^{1/2}} \approx \sum_{n=0}^4 (a_n \eta^n - b_n \eta^n \ln \eta), \quad \eta = 1 - x^2. \quad (10)$$

Полиномиальное разложение (10) имеет погрешность, не превышающую  $2 \times 10^{-8}$ . Его параметры [9] представлены в таблице.

Таблица

Коэффициенты  $a_n, b_n$  в формуле (10)

$n$	$a_n$	$b_n$
0	1,38629436112	0,5
1	0,09666344259	0,12498593597
2	0,03590092383	0,06880248576
3	0,03742563713	0,03328355346
4	0,01451196212	0,00441787012

На рис. 2 показаны рассчитанные распределения кольцевых зарядов на шарике в относительных единицах  $q_n/RU$  в зависимости от номера  $n$  кольца. Кривые 1, 2, 3 соответствуют относительным расстояниям аперса от поверхности  $z_0/R = 0,01, 0,05, 0,1$ . Кажущееся увеличение плотности заряда вблизи наиболее удаленной от поверхности точки шарика (при  $n \approx 300$ ) объясняется возрастанием площади кольца (примерно в 20 раз) из-за неравномерности сетки по высоте.

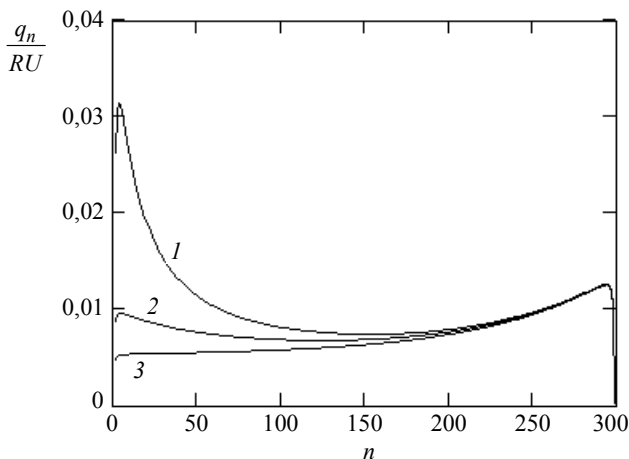


Рис. 2. Распределение кольцевых зарядов на поверхности металлического шарика. Линии 1–3 соответствуют расстояниям аперса шарика от поверхности 0,01, 0,05 и 0,1 (в единицах радиуса  $R$ ). Частота кольцевых распределений progressively уменьшается с ростом  $n$  примерно в 20 раз по мере движения от аперса к антиаперсу шарика.

Наибольшие изменения в распределении заряда происходят в нижней части шарика, обращенной к поверхности, в то время как в наиболее удаленных от поверхности областях изменения в распределении заряда слабо зависят от минимального расстояния  $z_0$ .

На рис. 3 показаны результаты расчета силы  $F_x$  в относительных единицах  $VU^2/4\pi\sigma R$  и  $U^2$  в зависимости от относительного расстояния аперса  $z_0/R$ .

В этом случае единице силы  $\tilde{F}_x$  на рис. 3 соответствует абсолютное значение силы трения  $0,478 \times 10^{-10}$  нН (при  $V = 1$  м/с,  $U = 1$  В,  $R = 10$  нм,  $\sigma = 1,85 \times 10^{17}$  с<sup>-1</sup> для Au). Заметим, что значения

$V, U$  и  $R$  в (10) надо брать в гауссовой системе единиц.

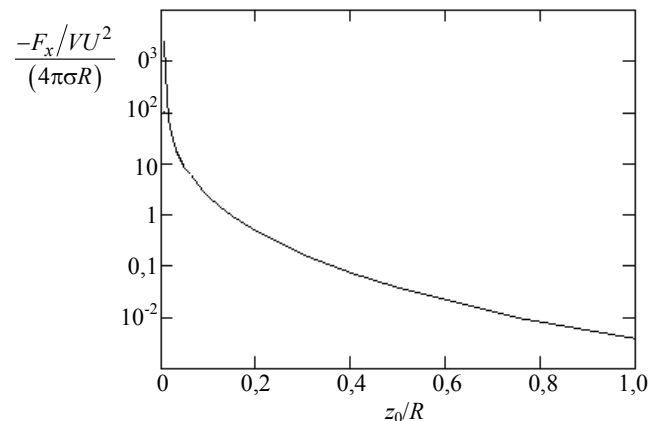


Рис. 3. Сила  $F_x$ , выраженная в относительных единицах, в зависимости от расстояния аперса шарика от поверхности пластины. Для получения абсолютных значений силы (в динах) параметры  $V, U, R$  и  $\sigma$  должны быть выражены в гауссовых единицах.

Измерения сил трения были проведены в работах [11, 12]. Наибольший интерес представляет сравнение результатов расчета силы трения с экспериментом [12], в котором радиус сферического наконечника зонда (Au) был равен 1 мкм (при тех же значениях остальных параметров).

При  $z_0 = 20$  нм и  $T = 300$  К измеренная величина диссипативной силы, пропорциональной скорости зонда, составляла  $F_x \sim 3 \times 10^{-12}$  Н. В нашем случае, пользуясь графиком на рис. 3, получим величину  $F_x \sim 1,8 \times 10^{-20}$  Н, причем абсолютная зависимость от расстояния близка к  $F_x \sim z_0^{-1,5}$  при  $10 \leq z_0 \leq 30$  нм (как и в эксперименте [12]). При меньших расстояниях от поверхности показатель степени  $n$  в зависимости  $F_x \sim z_0^{-n}$  ближе к 2. Абсолютное значение силы трения выше, чем следует из результатов расчета в работе [13] ( $F_x \approx 5,3 \times 10^{-21}$  Н) (при тех же значениях остальных параметров), но также значительно меньше, чем величина диссипативной силы, измеренной в [12]. Таким образом, проблема интерпретации результатов работы [12] остается открытой.

## Заключение

В рамках разработанного нами метода получены выражения для силы электростатического трения при движении аксиально-симметричного зонда параллельно поверхности плоского образца. Разработаны численный алгоритм и программа

расчета силы электростатического трения. В качестве примера вычислена сила трения металлического шарика вблизи металлической поверхности при фиксированной разности потенциалов между ними. Сравнение этих результатов с имеющимися экспериментальными значениями диссипативных сил в условиях электростатического взаимодействия обнаруживает расхождение на 8 порядков величины в меньшую сторону (для теоретических расчетов), что говорит о необходимости пересмотра имеющихся экспериментальных данных в работе [12].

Подобное расхождение наблюдается и в теоретических расчетах других авторов, следовательно, существует необходимость совершенствования и уточнения как теоретических моделей, так и интерпретации экспериментальных условий и результатов. В связи с этим в дальнейшем планируется проведение расчетов сил электростатического трения для зонда в форме конуса или цилиндра со сферическим окончанием, а также для различных диэлектрических характеристик материалов поверхности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дедков Г. В., Канаметов А. А., Дедкова Е. Г. // ЖТФ. 2009. Т. 79. № 54. С. 79.
2. Дедков Г. В., Канаметов А. А. // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. Вып. 6. С. 1.
3. Sacha G. M., Sahagun E., Saenz J. J. // J. Appl. Phys. 2007. Vol. 101. P. 024310 (1-4).
4. Hudlet S. // Eur. Phys. J. 1998. Vol. B2. P. 5.
5. Fumagalli L., Gramse G., Esteban-Ferrer D., Edwards M. A., Gomila G. // Appl. Phys. Lett. 2010. Vol. 96. P. 183107.
6. Batra R. C., Porfiri M., Spinello D. // J. Sound Vib. 2008. Vol. 309. P. 600.
7. Hu Y. J., Yang J., Kitipornchai S. // J. Sound Vib. 2013. Vol. 332. P. 3821.
8. Dedkov G. V., Kyasov A. A. // Physics of Low-Dimensional Structures. 2003. Vol. 1–2. P. c1.
9. Sernelius B. E. Surface Modes in Physics. – Berlin: Wiley-VCH Verlag, 2011.
10. Abramovitz M., Stegun I. A. Handbook of mathematical Functions. – New York: Dover, 1972.
11. Kisiel M., Gnecco E., Gysin U., Marot L., Rast S., Meyer E. // Nat. Mater. Lett. 2011. No. 10. P. 2936.
12. Stipe B. C., Mamin H. J., Stowe T. D., Kenny T. W., Rugar D. // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. P. 096801.
13. Volokitin A. I., Persson B. N. // J. Rev. Mod. Phys. 2007. Vol. 79. P. 1291.

PACS: 81.40.Pq, 68.37.Ps, 46.55.+d

## Frictional electrostatic force on the AFM probe near a surface

A. A. Kanametov and G. V. Dedkov

H. M. Berbekov Kabardino-Balkarian State University  
173 Chernishevsky str., Nalchik, 36004, Russia  
E-mail: kanametov\_a@mail.ru

Received November 15, 2017

*When solving nonrelativistic electrodynamic problem, we have obtained the general formulas for the tangential dissipative force (the force of electrostatic friction) of an axially symmetric probe moving parallel to a planar surface of a homogeneous plate or plates coated with thin films of materials with different combinations of dielectric properties. A numerical algorithm and a program for calculating the electrostatic friction force have been developed. As an example, the friction force of a metal ball near a metal surface is calculated with a fixed potential difference between them. Comparison of the calculated friction forces with the experimental values of the dissipative forces under the conditions of electrostatic interaction reveals a discrepancy of 8 orders of magnitude to a smaller extent, as in the theoretical estimates of other authors. The dependence of the frictional force on the distance to the surface is analogous to that observed in the experiment.*

**Keywords:** electrostatic interaction, frictional electrostatic force, attractive electrostatic force, AFM probe, metallic surface, nanostructures.

## REFERENCES

1. G. V. Dedkov, A. A. Kanametov, and E. G. Dedkova, *Tech. Phys.* **12**, 1801 (2009).
2. G. V. Dedkov and A. A. Kanametov, *Tech. Phys. Lett.* **6**, 248 (2010).
3. G. M. Sacha, E. Sahagun, and J. J. Saenz, *J. of Appl. Phys.* **101**, 024310 (2007).
4. S. Hdulet, *Eur. Phys. J.* **B2**, 5 (1998).
5. L. Fumagalli, G. Gramse, D. Esteban-Ferrer, M. A. Edwards, and G. Gomila, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 183107 (2010).
6. R. C. Batra, M. Porfiri, and D. Spinello, *J. Sound Vib.* **309**, 600 (2008).
7. Y. J. Hu, J. Yang, and S. Kitipornchai, *J. Sound Vib.* **332**, 3821 (2013).
8. G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, *Physics of Low-Dimensional Structures 1-2*, 1 (2003).
9. Sernelius B. E., *Surface Modes in Physics* (Berlin: Wiley-VCH Verlag, 2011).
10. M. Abramovitz and I. A. Stegun, *Handbook of mathematical Functions* (New York: Dover, 1972).
11. M. Kisiel, E. Gnecco, U. Gysin, L. Marot, S. Rast, and E. Meyer, *Nat. Mater. Lett.* **10**, 2936 (2011).
12. B. C. Stipe, H. J. Mamin, T. D. Stowe, T. W. Kenny, and D. Rugar, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 096801 (2001).
13. A. I. Volokitin, and B. N. Persson, *J. Rev. Mod. Phys.* **79**, 1291 (2007).