

## Трансформация радиального профиля концентрации электронов в плазме импульсно-периодического разряда высокого давления в цезии

Ф. Г. Бакшт, В. Ф. Лапшин

*Сформулирована математическая модель импульсно-периодического разряда высокого давления в парах цезия на основе уравнений радиационной газодинамики. Выполнено исследование динамики формирования радиального распределения электронов в плазме разряда. Показано, что в разряде возможна реализация двух видов радиальных профилей концентрации электронов. В случае относительно небольших токов, когда плазма разряда частично ионизована, концентрация электронов имеет максимальное значение на оси разряда и убывает вдоль радиуса. При возрастании тока, после достижения высокой степени ионизации плазмы на оси разряда, характер распределения электронов резко изменяется: концентрация электронов теперь возрастает вдоль радиуса трубки, достигая максимума на периферии разряда. Показано, что перестройка радиальных профилей концентрации электронов происходит в момент, когда теплоёмкость плазмы на оси достигает минимума. Рассчитана зависимость значения температуры, соответствующей моменту перестройки, от давления плазмы в трубке.*

*Ключевые слова:* низкотемпературная плазма, газовый разряд, цезий, концентрация электронов, радиационная газодинамика.

**Ссылка:** Бакшт Ф. Г., Лапшин В. Ф. // Прикладная физика. 2020. № 6. С. 10.

**Reference:** F. G. Baksht and V. F. Lapshin, Applied Physics, No. 6, 10 (2020) [in Russian].

### Введение

Характер пространственного распределения плазмы имеет важнейшее значение для практического использования газового разряда в технических приложениях. К настоящему времени импульсно-периодический разряд (ИПР) высокого давления в парах цезия достаточно подробно исследован при относительно небольших токах, когда температура

плазмы на оси не превышает 7000 К и концентрация электронов убывает вдоль радиуса от оси к стенкам трубки. Такие разряды изучались, прежде всего, в связи с их использованием в качестве источников видимого и инфракрасного излучения [1–5]. В настоящей работе ИПР исследовался в существенно большем диапазоне токов, когда температура на оси достигает значений 25000 К и более. Такое изучение обусловлено исследованием возможности повышения эффективности разряда как источника излучения, а также возможности применения ИПР для решения других технических задач, например, для создания плазменного волновода [6]. В работе [6] показано, что в условиях ИПР возможно формирование радиального профиля концентрации электронов, возрастающего от оси к стенкам. При этом специального исследования динамики формирования радиальных профилей концентрации плазмы в указанном диапазоне температур ранее не проводилось и критерии

---

Бакшт Фёдор Григорьевич<sup>1</sup>, гл.н.с., д.ф.-м.н.  
 Лапшин Владимир Фёдорович<sup>1,2</sup>, с.н.с., профессор,  
 д.ф.-м.н.

<sup>1</sup> Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе.  
 Россия, 194021, С.-Петербург, Политехническая ул., 26.  
 E-mail: baksht@mail.ioffe.ru ; lapshin@mail.ioffe.ru

<sup>2</sup> Петербургский государственный университет путей  
 сообщения императора Александра I.  
 Россия, 190031, С.-Петербург, Московский пр., 9.  
 E-mail: lapshinvf@mail.ru

Статья поступила в редакцию 16 октября 2020 г.

перехода от убывающего к возрастающему вдоль радиуса виду профиля не устанавливались. Решению этих вопросов и посвящена настоящая работа.

### Математическая модель ИПР в цезии

В настоящей работе рассматривается установившийся режим горения разряда в длинной керамической трубке ( $Al_2O_3$ ) с внутренним радиусом  $R = 2$  мм. При этом через слабоионизованную плазму, поддерживаемую дежурным разрядом с силой тока  $I_0 = 0,3$  А, периодически, с частотой  $\nu = 500$  Гц, пропускается импульс тока заданной формы  $I(t)$ . Сила тока  $I(t)$  в импульсе линейно возрастает от значения  $I_0$  в дежурном разряде до максимального значения  $I_{max} = 200$  А в конце импульса. Это позволяет создавать цезиевую плазму с давлением 1–3 атм и температурой на оси до 25000 К при температурах стенок трубки не превышающих 1500 К. В этих условиях в большей части объёма разряда имеет место локальное термодинамическое равнове-

сие (ЛТР) и выполняются соотношения Саха и Больцмана. При этом плазма состоит из нейтральных, однократно и двукратно ионизованных атомов цезия и электронов. В работе рассматриваются импульсы тока продолжительностью  $t_p = 50$  мкс, при которых ток нарастает относительно медленно. Движения плазмы при этом происходят с существенно дозвуковыми скоростями и инерционными членами в уравнениях можно пренебречь. В условиях аксиальной симметрии система уравнений математической модели имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_a + n_i) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(n_a V_a + n_i V_i)] = 0, \quad (1)$$

$$n_e n_1 = K_1(T) n_a, \quad n_e n_2 = K_2(T) n_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} p_a = n_a n_1 (V_i - V_a) r_{ai}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (p_e + p_i) = n_1 n_a (V_a - V_i) r_{ai}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{3}{2} (n_a + n_i + n_e) k_B T + n_a E_a + n_1 E_1 + n_2 E_2 \right] + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left[ \frac{5}{2} k_B T (n_e V_e + n_a V_a + n_i V_i) + E_a n_a V_a + (E_1 n_1 + E_2 n_2) V_i \right] \right\} = \sigma E^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} - W_{rad}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$I(t) = 2\pi E_z(t) \int_0^R r \sigma_e(r, t) dr. \quad (6)$$

Здесь  $r$  – радиальная координата,  $T$  – температура,  $n_\alpha$ ,  $V_\alpha$ ,  $p_\alpha = n_\alpha k_B T$  – соответственно концентрация, радиальная скорость и парциальное давление компоненты плазмы сорта  $\alpha$  ( $\alpha = a, i, e$ ),  $n_1$  и  $n_2$  – концентрации однократно и двукратно ионизованных атомов цезия,  $n_e = n_1 + 2n_2$ ,  $n_i = n_1 + n_2$ ,  $\sigma_e$  и  $\lambda$  – электропроводность и теплопроводность плазмы,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $E_a$  – энергия возбуждения атомов, усреднённая по распределению Больцмана,  $E_1 = 3,89$  эВ – энергия ионизации нейтрального атома,  $E_2 = 27,04$  эВ – сумма энергии ионизации нейтрального и однократно ионизованного атома цезия [7],  $E_z$  – напряжённость продольного электрического поля в плазме,  $K_1(T)$  и  $K_2(T)$  – константы из соотношения Саха [8].

Предполагается, что радиальный ток на стенки газоразрядной трубки отсутствует и радиальные скорости электронов и ионов одинаковы:  $V_i = V_e$ . В работе рассматривается диапазон токов, при которых эффектом самосжатия разряда собственным магнитным полем можно пренебречь.

Величина радиационных потерь энергии  $W_{rad}$  из единицы объёма плазмы в условиях ЛТР полностью определяется коэффициентом поглощения  $k_\lambda$ . В работе значения  $W_{rad}$  рассчитываются методом прямого интегрирования уравнения переноса излучения [9].

В случае частично ионизованной плазмы, когда  $n_2/n_e < 10^{-5}$ , для расчёта  $k_\lambda$  и кинетических коэффициентов  $\lambda$ ,  $\sigma_e$ , и  $r_{ai}$  использовалась методика расчёта, изложенная в [5].

В противоположном случае, когда  $n_2/n_e > 10^{-5}$ , использовались выражения для  $\lambda$  и  $\sigma_e$  в полностью ионизованной плазме, содержащей ионы различной кратности [10]. Коэффициент поглощения  $k_\lambda$ , соответствующий процессам фотоионизации возбуждённых состояний однократных ионов цезия, рассчитывался в водородоподобном приближении [11].

Граничные условия к уравнениям (1)–(6) на оси трубки соответствуют аксиальной симметрии разряда:

$$\left. \frac{\partial n_a}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial n_i}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad (7)$$

$$V_a(0, t) = V_i(0, t) = 0. \quad (8)$$

При записи граничных условий на стенке трубки учтено, что в условиях ИПР в установившемся режиме цезий не оседает на стенке. В результате  $(n_a V_a + n_i V_i)|_{r=R} = 0$  и масса цезия  $M$ , приходящаяся на единицу длины трубки, остаётся постоянной в течение всего периода импульса тока:

$$M = 2\pi m_a \int_0^R r(n_a + n_i) dr = const. \quad (9)$$

Здесь  $m_a$  – масса атома цезия. Температура плазмы на стенке предполагается равной температуре внутренней поверхности самой стенки  $T_w$ :

$$T(R) = T_w. \quad (10)$$

Температура стенки  $T_w$ , благодаря её большой теплоёмкости, остаётся практически постоянной в течение импульса тока. Значения  $T_w$  в работе находилось путём решения уравнения теплопроводности для газоразрядной трубки. При этом учитывались два механизма нагрева трубки: за счёт потока тепла, падающего из плазмы на внутреннюю поверхность стенки и за счёт поглощения в стенке излучения, идущего из горячей области плазмы. При решении полагалось, что вся энергия, поступающая в стенку трубки в течение периода, излучается её внешней поверхностью. В этих условиях решение уравнения теплопроводности для  $T_w$  имеет вид:

$$T_w = \left( \frac{q_{pl} + q_{rad}}{\varepsilon_w \sigma_{SB} (1 + \Delta R/R)} \right)^{1/4} + \frac{R}{\lambda_w} \ln \left( 1 + \frac{\Delta R}{R} \right) (q_{pl} + a q_{rad}). \quad (11)$$

Здесь  $\Delta R$  – толщина стенки,  $\varepsilon_w = 0,3$  и  $\lambda_w = 13$  (Вт м<sup>-1</sup> К<sup>-1</sup>) – интегральная степень черноты и теплопроводность сапфира [12],  $\sigma_{SB}$  – постоянная Стефана-Больцмана,  $t_{per} = 1/\nu$  – период импульсов тока,  $a = 0,5 \left[ 1/\ln(1+\delta) - 1/(\delta + 0,5\delta^2) \right]$ ,  $\delta = \Delta R/R$ ,

$q_{pl} = \nu \int_0^{t_{per}} - \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} dt$  – средний за период

поток тепла из плазмы на внутреннюю поверхность стенки газоразрядной трубки вследствие теплопроводности,  $q_{rad} =$

$\nu \tau_w \int_0^{t_{per}} dt \int d\lambda F_\lambda(R, t)$  – средний за период по-

ток энергии излучения, поглощаемый стенками газоразрядной трубки,  $F_\lambda$  – спектральная плотность потока излучения, выходящего из плазмы [9]. При расчёте оптической толщины стенок газоразрядной трубки  $\tau_w = k_w \Delta R$  использовались значения коэффициента поглощения сапфира в видимой области спектра  $k_w = 0,04$  см<sup>-1</sup> [13].

## Результаты расчётов и обсуждение

В работе приведены результаты расчётов модели ИПР в цезии (1)–(11) для двух значений амплитуды тока  $I_{max} = 50$  А и  $I_{max} = 200$  А. Значения остальных параметров:  $R = 2$  мм,  $\Delta R = 1,5$  мм,  $\nu = 500$  Гц,  $t_p = 50$  мкс,  $M = 0,0306$  мг/см. Температура стенок трубки составляла при этом  $T_w = 1200$  К и  $T_w = 1350$  К для двух токов соответственно.

На рис. 1, а и б приведены результаты расчётов радиальных профилей концентрации электронов  $n_e(r, t)$  в различные моменты времени от начала импульса тока. При значении амплитуды тока  $I_{max} = 50$  А (рис. 1, а) температура плазмы не превышает 6600 К и радиальные профили  $n_e(r, t)$  имеют вид, характерный для случая частично ионизованной плазмы: на протяжении всего импульса тока концентрация электронов убывает вдоль ра-

диуса по направлению от оси к стенкам трубки. При значении амплитуды тока  $I_{\max} = 200$  А (рис. 1, б) динамика формирования профилей  $n_e(r, t)$  существенным образом изменяется. В начале импульса тока, до значения времени  $t = 10$  мкс, плазма частично ионизована и распределение электронов по радиусу такое же, как и на рис. 1, а. Однако, начиная с момента времени  $t \approx 12,5$  мкс, вид радиальных профилей  $n_e(r, t)$  качественно изменяется: теперь концентрация электронов возрастает по направлению от оси к стенкам трубки.

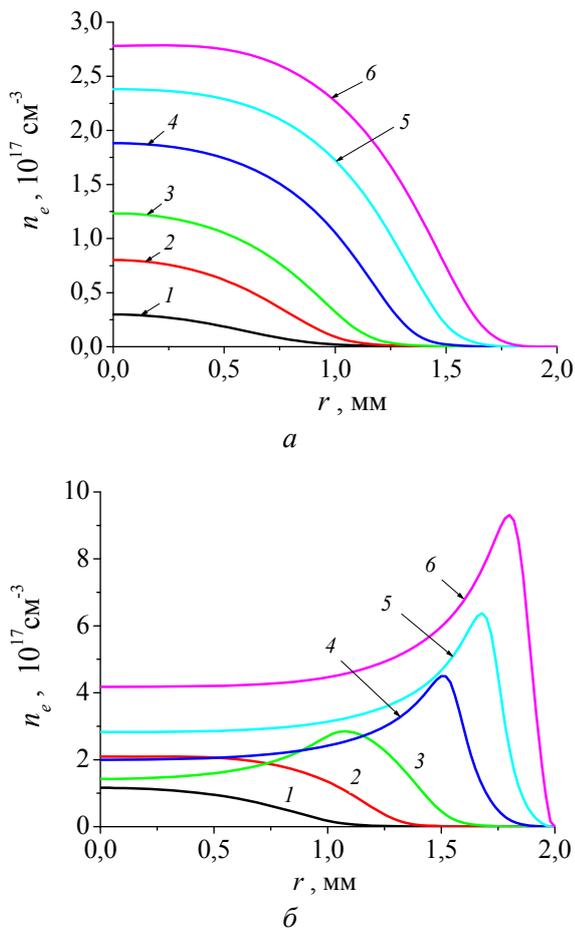


Рис. 1. Радиальные профили концентрации электронов  $n_e(r, t)$  плазмы в различные моменты времени от начала импульса тока: 1 – 5 мкс; 2 – 10 мкс; 3 – 15 мкс; 4 – 25 мкс; 5 – 35 мкс; 6 – 50 мкс. (а) –  $I_{\max} = 50$  А, (б) –  $I_{\max} = 200$  А.

На рис. 2 приведены временные зависимости температуры плазмы  $T_0$  и удельной теплоёмкости цезиевой плазмы  $c_p$  на оси разряда для режима, когда  $I_{\max} = 200$  А. При расчётах использовалось соотношение  $c_p = (\partial W / \partial T)_p = \text{const}$ , где  $W = (2,5p + n_a E_a + n_1 E_1 + n_2 E_2) / \rho$  – удельная энтальпия цезиевой плазмы,  $\rho = m_a(n_a + n_i)$  – плотность плазмы,  $p = p_a + p_e +$

$p_i$  – полное давление плазмы. Хорошо видно, что в момент времени  $t \approx 12,5$  мкс, когда начинается перестройка радиального профиля  $n_e(r, t)$ , имеет место резкий скачок температуры на оси разряда. Поскольку давление в разряде постоянно вдоль радиуса, быстрый разогрев плазмы на оси приводит к её выталкиванию в направлении стенок трубки и формированию возрастающего профиля  $n_e(r, t)$ . Быстрый разогрев плазмы в приосевой области, в свою очередь, связан с немонотонным поведением теплоёмкости плазмы при возрастании температуры. Процессу перестройки вида профиля  $n_e(r, t)$  соответствует глубокий минимум удельной теплоёмкости  $c_p$ .

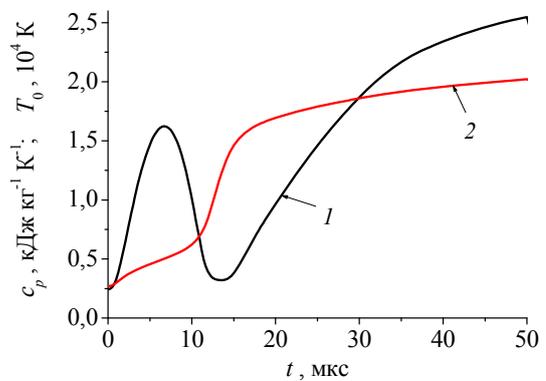


Рис. 2. Зависимость удельной теплоёмкости  $c_p$  цезиевой плазмы и температуры  $T_0$  на оси разряда от времени: 1 –  $c_p$ ; 2 –  $T_0$

Значение температуры  $T_{tr}$ , при которой происходит качественное изменение вида радиального распределения электронов, зависит только от давления плазмы и находится из условия минимума удельной теплоёмкости  $c_p(T, p) = \text{min}$ . Результаты расчётов приведены на рис. 3.

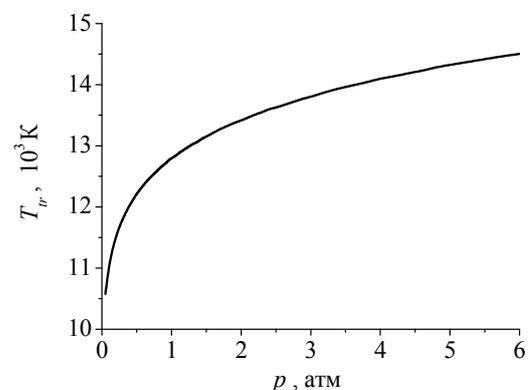


Рис. 3. Зависимость температуры  $T_{tr}$  перехода от убывающего к возрастающему вдоль радиуса профилю концентрации электронов от давления плазмы  $p$ .

## Заключение

В работе рассмотрен процесс формирования радиальных профилей концентрации электронов в плазме импульсно-периодического разряда высокого давления в цезии. Показано, что в разряде реализуются два вида радиальных распределений. При небольших токах, когда температура на оси не превышает 7000 К и плазма разряда частично ионизована, концентрация электронов убывает вдоль радиуса от оси к стенкам трубки.

При дальнейшем возрастании тока плазма разогревается, степень ионизации приближается вблизи оси разряда к единице и удельная теплоёмкость плазмы на оси резко уменьшается. Это приводит к быстрому росту температуры плазмы вблизи оси и её выталкиванию на периферию разряда. Происходит трансформация радиального профиля концентрации электронов от убывающего к возрастающему вдоль радиуса. Значение температуры, при которой происходит трансформация одного вида профиля в другой, зависит только от давления плазмы и может быть найдено из условия минимума удельной теплоёмкости.

Результаты, полученные в настоящей работе могут быть использованы при разработке технических устройств, использующих импульсный разряд для создания плазмы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гавриш С. В., Каплан В. Б., Марциновский А. М., Столяров И. И. // Письма в ЖТФ. 2015. Т. 41. № 14. С. 64.
2. Rakić M., Pichler G. // JQSRT. 2015. Vol. 151. P. 169.
3. Логинов В. В. // Прикладная физика. 2019. № 4. С. 24.
4. Гавриш С. В. // Прикладная физика. 2020. № 2. С. 34.
5. Baksht F. G., Lapshin V. F. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. Vol. 41. № 20. P. 205201.
6. Бакуит Ф. Г., Лапшин В. Ф. // Прикладная физика. 2019. № 6. С. 5.
7. Радциг А. А., Смирнов Б. М. Параметры атомов и атомных ионов: Справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1986.
8. Протасов Ю. С., Чувашев С. Н. Равновесные и неравновесные распределения связанных и свободных частиц плазмы. В кн. «Энциклопедия низкотемпературной плазмы», Вводный Том I / под ред. акад. В. Е. Фортова. – М.: Наука/Интерпериодика, 2000.
9. Бакуит Ф. Г., Лапшин В. Ф. // Успехи прикладной физики. 2013. Т. 1. № 2. С. 183.
10. Жданов В. М. Процессы переноса в многокомпонентной плазме. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.
11. Очкин В. Н. Спектроскопия низкотемпературной плазмы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.
12. Wei G. C. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2005. Vol. 38. P. 3057.
13. Леликов Ю. С., Бочкарева Н. И., Горбунов Р. И., Мартынов И. А., Ребане Ю. Т., Тархин Д. В., Шреттер Ю. Г. // Физика и техника полупроводников. 2008. Т. 42. № 11. С. 1371.

PACS: 52.80.Mg

## Transformation of radial profile of electron concentration in plasma of the pulse-periodic high pressure caesium discharge

*F. G. Baksht<sup>1</sup> and V. F. Lapshin<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup> Ioffe Institute

26 Polytekhnicheskaya st., St. Petersburg, 194021, Russia

<sup>2</sup> Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University  
9 Moskovsky Ave., St. Petersburg, 190031, Russia

Received October 16, 2020

***Mathematical model of pulse-periodic high pressure caesium discharge based on equations of radiation gas dynamics is formulated. The dynamics of formation of radial distribution of electrons in the discharge plasma were investigated. It is shown that in the discharge it is possible***

***to implement two types of radial profiles of electron concentration. In the case of relatively small currents, when the discharge plasma is partially ionized, the electron concentration has a maximum value on the discharge axis and decreases along the radius. As the current increases, after achieving a high degree of plasma ionization on the discharge axis, the pattern of electron distribution changes dramatically: the concentration of electrons now increases along the radius of the tube, reaching a maximum on the periphery of the discharge. It is shown that the restructuring of the radial profile of the electron concentration occurs at the moment when the heat capacity of the plasma on the axis reaches a minimum. The temperature values corresponding to the rearrangement moment are calculated as a function of the plasma pressure in the tube.***

**Keywords:** low temperature plasma, gas discharge, caesium, electron concentration, radiation gas dynamics

## REFERENCES

1. S. V. Gavrish, V. B. Kaplan, A. M. Martsinovskii, and I. I. Stolyarov, *Tech. Phys. Lett.* **41**, 620 (2015).
2. M. Rakić and G. Pichler, *JQSRT*, **151**, 169 (2015).
3. V. V. Loginov, *Applied Physics*, No. 4, 24 (2019) [in Russian].
4. S. V. Gavrish, *Applied Physics*, No. 2, 34 (2020) [in Russian].
5. F. G. Baksht and V. F. Lapshin, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **41**, 205201 (2008).
6. F. G. Baksht and V. F. Lapshin. *Plasma Physics Reports* **46** (8), 846 (2020).
7. A. A. Radzig and B. M. Smirnov, *Reference Data on Atoms, Molecules, and Ions* (Springer Berlin Heidelberg, 2012).
8. Yu. S. Protasov and S. N. Chuvashov, In book: *Encyclopedia of Low Temperature Plasma: Introductory Volume*, Ed. by Fortov V. E. (Nauka/Interperiodika, Moscow, 2000) vol. I, p. 72 [in Russian].
9. F. G. Baksht and V. F. Lapshin, *Usp. Prikl. Fiz.* **1** (2), 183 (2013).
10. V. M. Zhdanov, *Transport processes in multicomponent plasma* (London and New York, Taylor & Francis, 2002; FIZMATLIT, Moscow, 2009).
11. V. N. Ochkin, *Spectroscopy of Low Temperature Plasma* (John Wiley & Sons, Weinheim, 2009; FIZMATLIT, Moscow, 2010).
12. G. C. Wei, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **38**, 3057 (2005).
13. Yu. S. Lelikov, N. I. Bochkareva, R. I. Gorbunov, I. A. Martynov, Y. T. Rebane, D. V. Tarkin, and Yu. G. Shreter, *Semiconductors* **42** (11), 1342 (2008).