

УДК 536.3

PACS: 44.40.+a, 42.68Ay, 42.72.g

Универсальные формулы для коэффициентов излучения и интегральных плотностей потоков излучения черных тел и субволновых частиц

А. Н. Свиридов, Л. Д. Сагинов

Впервые получены универсальные формулы, пригодные для расчетов коэффициентов излучения и интегральных плотностей потоков излучения как тел, имеющих размеры много большие, чем излучаемые ими длины волн («большие тела»), так и субволновых тел (частиц). К несомненным достоинствам предложенного метода расчета, базирующегося на теории мод, следует отнести: точную связь между размерами, формой и температурой тел и величинами коэффициентов излучения и интегральных плотностей потоков излучения; этот метод гораздо менее трудоемок и более нагляден, чем другие методы.

Ключевые слова: черное тело, закон Планка, закон Стефана–Больцмана, закон смещения Вина, субволновые частицы, длина волны отсечки, дифракция, преломление, поглощение, рассеяние, пространственная мода, плотность потока излучения, коэффициент излучения.

DOI: 10.51368/1996-0948-2022-1-42-50

Введение

В работах [1–10], в которых рассматривались задачи расчета излучения тел, обладающих размерами, сопоставимыми с излучаемыми длинами волн, показано, что формулы Стефана–Больцмана и Планка, адекватно описывающие тепловое излучение «больших» (т. е. имеющих линейные размеры по каждой из трех координат много большие, чем $\lambda_{\max} = = V/T^1$) черных и серых тел, непригодны для

расчетов излучений субволновых частиц (СЧ) – т. е. частиц, размеры которых соизмеримы или меньше λ_{\max} .

Наиболее сложными и трудоемкими являются количественные описания процессов взаимодействия внешнего излучения с СЧ, т. к. в них проявляются вместе такие явления как возбуждение и вторичное излучение (рассеяние) и обусловленные ими: преломление, поглощение и дифракция. Для описания взаимодействия частиц с внешним излучением субволновые частицы математически моделируются телами определенной формы, что позволяет решать для таких тел задачу о дифракции на них электромагнитных волн. Точное решение задачи дифракции и рассеяния излучения впервые получено для однородного шара в рамках теории Ми [1].

Методы расчета теплового излучения СЧ несколько изменяются и упрощаются, если СЧ излучают не за счет взаимодействия с внешним электромагнитным полем или действием этого поля на излучение частицы можно пренебречь.

В [5] проведены расчеты (с использованием приближенного метода [3]) излучатель-

Свиридов Анатолий Николаевич, научный консультант, к.ф.-м.н.

E-mail: sviridto@yandex.ru

Сагинов Леонид Дмитриевич, в.н.с., к.ф.-м.н.

E-mail: lsaginov@yandex.ru

Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ.
Россия, 109428, Москва, 1-й Институтский проезд, 5.

Статья поступила в редакцию 29 ноября 2021 г.

© Свиридов А. Н., Сагинов Л. Д., 2021

¹ λ_{\max} – длина волны, соответствующая максимальной интенсивности излучения черного (серого) тела, нагретого до температуры T ; V – постоянная формулы смещения Вина.

ных способностей проводящих сферических частиц из меди и графита от их радиуса при различных температурах. Для расчетов потери энергии малым телом использовался закон Кирхгофа для равновесного теплового излучения, а для расчета зависимостей сечения поглощения от параметров частиц использовался приближенный метод, основанный на учете глубины проникновения излучения в среду [3, 4].

В [8] с помощью флуктационной электродинамики вычисляли тепловое излучение апертуры черного тела с субволновым отверстием². Принцип решения задачи заключался в следующем. Тело при локальном равновесии температуры инициирует флуктуирующие токи, излучающие электромагнитное поле. Тепловые токи статистически характеризуются корреляционной функцией, заданной теоремой флуктуации-диссипации. Излучение этими токами вычисляется путем решений уравнений Максвелла в конкретной геометрии, как в стандартной задаче излучения антенны.

В [9] описываются методы вычислений теплового излучения произвольных объектов (основанные на учете их рассеивающих свойств), в которых используется теория неравновесных электромагнитных флуктуаций множества объектов и массивов.

В [10] сообщается о разработке модели расчетов характеристик излучения различных СЧ, в основе которой лежит метод машинного обучения с использованием искусственных нейронных сетей. Модель «обучалась» на наборе сведений о твердых частицах, который содержал данные о спектральных излучательных способностях для 15900 частиц различной формы (сферы, параллелепипеды, треугольные призмы, цилиндры) с различными размерами и соотношениями сторон, изготовленных из различных материалов (например: SiO₂, SiN, Au).

В [11–13] было предложено использовать для расчета собственных тепловых излучений СЧ (для случаев, когда влиянием внешних полей можно пренебречь) формализм модовой теории излучений [14, 15]. Исходя из

представления о том, что тепловое излучение тела, распространяющееся в свободном пространстве в телесном угле Ω в виде пучка сечением S_{csa} в его основании, можно представить в виде набора лучей (мод), причем для каждой длины волны λ этого пучка справедливо следующее соотношение [14]:

$$M = (\Omega \times S_{csa}) / \lambda^2 \quad (1)$$

где M – число пространственных мод с длиной волны λ , т. е. полное число монохроматических лучей с длиной волны λ , содержащихся в этом пучке.

Выполнение равенства (1) является необходимым условием распространения любой пространственной моды с длиной волны λ этого пучка в свободном пространстве.

При $M = 1$ в пучке будут отсутствовать лучи (моды) с длинами волн большими λ_{cutoff} (λ_{cutoff} – длина волны отсечки, т. е. это максимальная длина волны, которую может излучить частица с площадью поперечного сечения S_{csa} в свободное пространство).

Для того, чтобы рассчитать λ_{cutoff} для частиц, имеющих форму шара, диска, цилиндра или куба, достаточно подставить в формулу (1) соответствующие этим частицам значения S_{csa} и Ω .

Приведем эти значения для ламбертовских источников:

Для излучения с поверхности полусферы шара диаметром D : $S_{csa} = \pi D^2/4$, $\Omega = 2\pi$.

Для излучения с плоской поверхности диска диаметром D : $S_{csa} = \pi D^2/4$, $\Omega = \pi$.

Для излучения с половины боковой поверхности цилиндра (D – диаметр цилиндра, L – длина цилиндра): $S_{csa} = D \times L$, $\Omega = \pi^2/2$.

Для излучения с поверхности грани куба (A – ребро куба): $S_{csa} = A^2$, $\Omega = \pi$.

Для излучения с поверхности грани параллелепипеда (A – ширина боковой грани параллелепипеда, L – длина параллелепипеда): $S_{csa} = A \times L$, $\Omega = \pi$.

Для сферической частицы диаметром D этому условию будет соответствовать длина волны отсечки $\lambda_{\text{cutoff}} = 2,221 \times D$. Для частиц, имеющих форму диска (рассматривается излучение с плоской поверхности диска), $\lambda_{\text{cutoff}} = 1,571 \times D$. Для частиц, имеющих форму цилиндра, $\lambda_{\text{cutoff}} = 2,221 \times D$. Для частиц, имеющих форму куба, (рассматривается излучение

² Тела, излучающие через диафрагмы, размеры которых соизмеримы или меньше λ_{max} , излучают также как и соответствующие размерам диафрагм субволновые частицы [8, 11, 12].

с одной из граней куба) $\lambda_{\text{cutoff}} = 1,772 \times A$. Для частиц, имеющих форму параллелепипеда (рассматривается излучение с одной из граней параллелепипеда) $\lambda_{\text{cutoff}} = 1,772 \times A$.

Приведенные примеры показывают, что величины длин волн отсечки зависят не только от линейных размеров частиц, но и от их формы, поэтому ранее в [12] мы ввели понятие: коэффициент формы излучающих частиц и обозначили его символом ξ .

Для частиц, имеющих форму шара, диска, цилиндра и куба, коэффициенты формы ξ будут, соответственно, равны: 2,221; 1,571; 2,221; 1,772.

Тогда выражение для длины волны отсечки для частиц, имеющих форму шара, диска или цилиндра, запишется в следующем виде: $\lambda_{\text{cutoff}} = \xi \times D$, а для частиц, имеющих форму куба или параллелепипеда, $\lambda_{\text{cutoff}} = \xi \times A$.

Аналогичным образом можно определить λ_{cutoff} и ξ для частиц, имеющих другие формы.

Методика расчетов

Обобщая полученные в [11–13] результаты, можно вывести простые и универсальные соотношения для расчетов: ε – коэффициента излучения и R_T – интегральной плотности потока излучения тел, которые при линейных размерах существенно больших чем λ_{max} , излучают как черные тела (в этих случаях $\varepsilon = 1$), а при линейных размерах, меньших λ_{max} , излучают как СЧ (у которых $\varepsilon < 1$ и зависит от размеров, температуры и формы).

Приведем основные соотношения, в которых используются следующие обозначения (размерность в СИ):

h , k , σ , c – соответственно, постоянные Планка, Больцмана, Стефана–Больцмана и скорость света; λ , T – соответственно, длина волны излучения и температура.

Пусть: $dR(\lambda, T)/d\lambda$ и $dR(\lambda_{\text{max}}, T)/d\lambda$ – спектральные плотности потоков излучения черного тела в единичном интервале длин волн при температуре T , соответственно, на длинах волн λ и λ_{max} .

$$\frac{dR(\lambda, T)}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right) - 1} \quad \text{закон Планка.} \quad (2)$$

Пусть:

$$x = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{max}}}; \quad y = \frac{dR(\lambda, T)/d\lambda}{dR(\lambda_{\text{max}}, T)/d\lambda};$$

$$z(x) = \frac{\int_0^x y(x) dx}{\int_0^\infty y(x) dx}$$

$z(x)$ – отношение мощности, испускаемой единичной поверхностью черного тела в интервале длин волн от 0 до $\lambda = x\lambda_{\text{max}}$, к мощности, испускаемой единичной поверхностью черного тела в интервале длин волн от 0 до $\lambda = \infty$. (Следует отметить, что аналогичные выражения для x , y и $z(x)$, ранее применялись в [16] при расчетах излучений черных тел, у которых коэффициент излучения не зависит от размеров, температуры и формы и всегда равен 1).

Зависимость $y(x)$ можно представить в следующем виде:

$$y(x) = \frac{124,33x^{-5}}{\exp\left(\frac{4,831}{x}\right) - 1}. \quad (3)$$

Расчет коэффициентов излучения и интегральных плотностей потоков излучений объектов, излучающих пучки с поперечным сечением в виде круга или квадрата.

Для того, чтобы использовать $z(x)$ для расчетов ε – коэффициентов излучения субволновых частиц (коэффициент излучения которых определяется их размерами, температурой и формой) введем параметр U и будем считать, что $\lambda_{\text{cutoff}} = \lambda$, тогда $U = x$, где: $\lambda_{\text{cutoff}} = \xi \times C$, $C = D$ для шара и диска и $C = A$ для куба.

$$U = \frac{\lambda_{\text{cutoff}}}{\lambda_{\text{max}}} = \frac{\xi \times C \times T}{B}. \quad (4)$$

Тогда значения $z(x)$ будут численно равны $\varepsilon(U)$ – величинам коэффициентов излучения СЧ, изготовленных из идеального материала, коэффициент излучения которого при $C \gg \lambda_{\text{max}}$ равен 1, т. е. $z(x) = \varepsilon(U)$.

Отметим, что параметр U является обобщенной (полной) характеристикой излучающего тела (частицы), поскольку его величина определяется произведением коэффици-

ента формы частицы на ее размер и температуру.

Тогда выражение для расчета $\varepsilon(U)$ тел, которые излучают пучки с поперечным сечением в виде круга или квадрата (шар, диск, куб), принимает следующий вид:

$$\varepsilon(U) = \frac{\int_{0,01}^U \frac{124,33 \times U^{-5}}{\exp\left(\frac{4,831}{U}\right) - 1} dU}{\int_{0,01}^{100} \frac{124,33 \times U^{-5}}{\exp\left(\frac{4,831}{U}\right) - 1} dU}. \quad (5)$$

На участке значений U от 0,4 до 100 выражение (5) может быть аппроксимировано достаточно простым выражением, не содержащим интегралов:

$$\varepsilon 1(U) = \frac{1,03 \times U^{2,75} - 0,147}{1,03 \times U^{2,75} + 2,35}. \quad (6)$$

Следует отметить, что это не единственный возможный вариант аппроксимирующей формулы, однако, формула (6) достаточно проста и обеспечивает приемлемую точность для большинства практических применений.

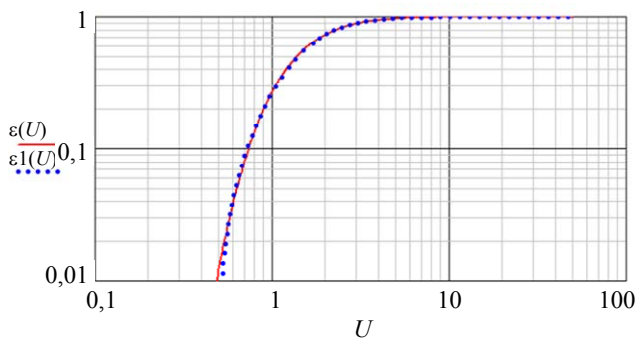


Рис. 1. Зависимости коэффициента излучения от параметра U для объектов, которые излучают пучки с поперечным сечением в виде круга или квадрата (шар, диск, куб). $\varepsilon(U)$ – график, построенный по выражению (5); $\varepsilon 1(U)$ – график, построенный по приближенной формуле (6)

Из графиков видно, что при значениях параметра U больших 10, коэффициент излучения становится практически равным 1. Следовательно, объекты с $U > 10$ излучают как черные тела и для них справедлив закон (формула) Стефана–Больцмана: $R_T = \sigma T^4$ (где R_T – интегральная плотность потока излучения черного тела при температуре T , σ – постоянная Стефана–Больцмана).

При уменьшении величины параметра U от 10 до 0,5 величина коэффициента излучения объекта уменьшается от 1 до 0,01, следовательно, на этом участке излучающие объекты нельзя считать черными телами, они излучают как СЧ.

С помощью графика $\varepsilon(U)$, приведенного на рис. 1, можно по значениям параметра U определять $\varepsilon(U)$ и наоборот – по заданным $\varepsilon(U)$ определять U . Тогда коэффициент излучения конкретной СЧ с параметром U будет равен: $\varepsilon_{СЧ}(U) = \varepsilon_i \times \varepsilon(U)$, где ε_i – интегральный коэффициент излучения (в пределах полусферы) вещества массивного тела при температуре T (из справочника [17]). Важно отметить, что каждому U соответствует одна единственная величина $\varepsilon(U)$. Параметр U определяется произведением характеристик СЧ: $\xi \times C \times T$, следовательно, при каждом U существует много СЧ с одинаковым $\varepsilon(U)$. С помощью графика на рис. 1 можно подобрать (ξ, C, T) – характеристики СЧ, обладающей заданным значением $\varepsilon(U)$.

Следует особо подчеркнуть, что при пропорциональном уменьшении размеров объектов, которые излучают пучки с поперечным сечением в виде круга или квадрата (шар, диск, куб), из спектра излучения в одинаковой мере исключаются моды с ортогональными поляризациями, у которых длины волн больше λ_{cutoff} . Поэтому излучение таких частиц остается неполяризованным при любых размерах частиц.

Из сравнения графиков $\varepsilon(U)$ и $\varepsilon 1(U)$ видно, что при $U > 0,8$ они практически совпадают, а на участке $0,6 < U < 0,8$ расхождение между $\varepsilon(U)$ и $\varepsilon 1(U)$ не превышает 10%. Таким, образом, приближенное выражение (6) можно использовать для расчетов коэффициентов излучений как «больших» тел³, так и субволновых частиц. Это позволяет нам предложить следующую формулу для расчета R_T – интегральных плотностей потоков излучений тел, излучающих пучки с поперечным сечением в виде круга или квадрата:

$$R_T(U) = \varepsilon 1(U) \times \sigma T^4 \quad (7)$$

или

$$R_T(U) = \frac{1,03 \times U^{2,75} - 0,147}{1,03 \times U^{2,75} + 2,35} \times \sigma T^4. \quad (8)$$

³ Здесь «большими» телами мы называем тела, размеры которых существенно больше λ_{max} .

Формулы (6), (7) и (8) являются универсальными, так как их можно использовать для расчетов $\varepsilon(U)$ и $R_T(U)$ как «больших» тел, так и субволновых частиц. При величинах параметра $U > 10$ формулы (7) и (8) переходят в формулу Стефана–Больцмана $R_T = \sigma T^4$, пригодную для расчетов интегральных плотностей потоков излучений только «больших» тел.

Расчет коэффициентов излучений и интегральных плотностей потоков излучений объектов, излучающих пучки с поперечным сечением в виде прямоугольников или других фигур, имеющих длину, существенно бóльшую поперечных размеров.

В тех случаях, когда поперечные размеры объектов сопоставимы или меньше λ_{\max} , а продольные размеры существенно больше, чем λ_{\max} , будем называть объекты протяженными субволновыми частицами (ПСЧ). Тогда в формуле (4) для цилиндров $C = D$ (где D – диаметр цилиндра), а для параллелепипедов $C = A$ (где A – ширина излучающей грани параллелепипеда). К ПСЧ можно отнести также протяженные выпуклые участки поверхности массивных тел с микронными поперечными размерами и прямоугольные микродиафрагмы, через которые проходит излучение массивных тел.

В [13] предложена новая методика расчетов интегральных и спектральных коэффициентов излучения ПСЧ. Предполагается, что при уменьшении только поперечных размеров протяженных объектов от величин много больших λ_{\max} до величин много меньших λ_{\max} , из спектра излучения, который первоначально описывался законом Планка и содержал моды как с поляризацией, направленной вдоль оси (моды с продольной поляризацией), так и с поляризацией, направленной поперек оси (моды с поперечной поляризацией), будут постепенно исключаться моды с длинами волн, превышающими $\lambda_{\text{cutoff}}^4$, имеющие поперечную поляризацию, в то время как моды с продольной поляризацией, будут всегда присутствовать в спектре излучения ПСЧ. Когда поперечные размеры ПСЧ станут много меньше λ_{\max} , то из спектра излучения этого ПСЧ исчезнут практически все моды с поперечной поляризацией и останутся только моды с про-

дольной поляризацией. Это является принципиальным отличием от СЧ, излучение которых остается неполяризованным при любых размерах частиц.

В [13] также было показано, что $\varepsilon_A(U)$ – коэффициент излучения ПСЧ, рассчитанный как отношение интегральной плотности мощности мод с поперечной поляризацией к $R_T = \sigma T^4$, при уменьшении поперечного размера C меняется в пределах от 0,5 до 0. При этом $\varepsilon_{ESP}(U)$ – суммарный (полный) коэффициент излучения ПСЧ изменяется от 1 до 0,5, а $\varepsilon_P(U)$ – коэффициент излучения ПСЧ для мод с продольной поляризацией при уменьшении поперечного размера C не меняется и остается равным 0,5.

Используя этот подход, получим следующие выражения для коэффициентов излучения ПСЧ:

$$\varepsilon_P(U) = 0,5; \quad (9)$$

$$\varepsilon_A(U) = 0,5 \times \frac{\int_{0,01}^U \frac{124,33 \times U^{-5}}{\exp \frac{4,831}{U} - 1} dU}{\int_{0,01}^{100} \frac{124,33 \times U^{-5}}{\exp \frac{4,831}{U} - 1} dU}; \quad (10)$$

$$\varepsilon_{ESP}(U) = \varepsilon_P(U) + \varepsilon_A(U); \quad (11)$$

$$\varepsilon_{ESP}(U) = 0,5 + 0,5 \times \frac{\int_{0,01}^U \frac{124,33 \times U^{-5}}{\exp \frac{4,831}{U} - 1} dU}{\int_{0,01}^{100} \frac{124,33 \times U^{-5}}{\exp \frac{4,831}{U} - 1} dU}. \quad (12)$$

На участке значений U от 0,4 до 100 выражение (10) может быть аппроксимировано следующей формулой:

$$\varepsilon_{A1}(U) = 0,5 \times \frac{1,03 \times U^{2,75} - 0,147}{1,03 \times U^{2,75} + 2,35}. \quad (13)$$

Тогда в соответствии с (12) и (13) получим следующее аппроксимированное выражение для $\varepsilon_{ESP}(U)$:

$$\varepsilon_{ESP1}(U) = 0,5 \times \left(1 + \frac{1,03 \times U^{2,75} - 0,147}{1,03 \times U^{2,75} + 2,35} \right). \quad (14)$$

⁴ λ_{cutoff} у ПСЧ изменяется при изменении поперечных размеров.

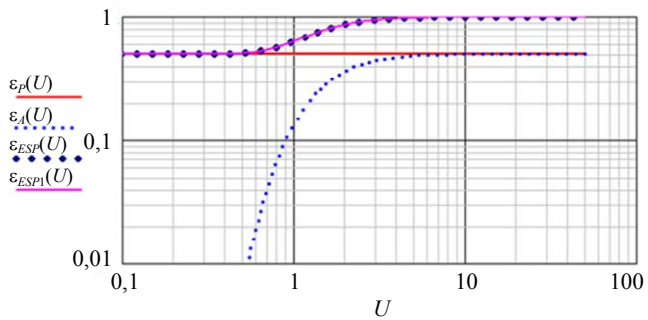


Рис. 2. Зависимости коэффициента излучения от параметра U для объектов, которые излучают пучки с поперечным сечением в виде прямоугольника (например, боковая грань параллелепипеда, половина боковой поверхности цилиндра). $\varepsilon_{ESP}(U)$ – график, построенный по выражению (12); $\varepsilon_{ESP1}(U)$ – график, построенный по приближенной формуле (14)

Из графиков на рис. 2 видно, что при значениях параметра U больших 10, коэффициент излучения $\varepsilon_{ESP}(U)$ становится равным 1. Следовательно, объекты с $U > 10$ излучают как черные тела и для них справедлив закон (формула) Стефана–Больцмана.

При уменьшении величины параметра U от 10 до 0,5 величина коэффициента излучения объекта $\varepsilon_{ESP}(U)$ уменьшается от 1 до 0,5, следовательно, на этом участке излучающие объекты нельзя считать черными телами, они излучают как ПСЧ.

С помощью графиков, приведенных на рис. 2, можно по значениям параметра U определять $\varepsilon_p(U)$, $\varepsilon_A(U)$, $\varepsilon_{ESP}(U)$ и $\varepsilon_{ESP1}(U)$ и наоборот – по заданным $\varepsilon_A(U)$, $\varepsilon_{ESP}(U)$ или $\varepsilon_{ESP1}(U)$ определять U . Тогда коэффициент излучения конкретной ПСЧ с параметром U будет равен: $\varepsilon_{псч}(U) = \varepsilon_i \times \varepsilon_{ESP}(U)$, где ε_i – интегральный коэффициент излучения (в пределах полусферы) вещества массивного тела при температуре T (из справочника [17]).

Из сравнения на рис. 2 графиков $\varepsilon_{ESP}(U)$ и $\varepsilon_{ESP1}(U)$ видно, что при $U > 0,1$ они практически совпадают. Таким образом, приближенное выражение (14) можно использовать для расчетов коэффициентов излучений как «больших» тел так и ПСЧ. Это позволяет нам предложить следующую формулу для расчета R_{ESP} – интегральных плотностей потоков излучений тел, излучающих пучки с поперечным сечением в виде прямоугольника:

$$R_{ESP1}(U) = \varepsilon_{ESP1}(U) \times \sigma T^4 \quad (15)$$

или

$$R_{ESP1}(U) = 0,5 \times \left(1 + \frac{1,03 \times U^{2,75} - 0,147}{1,03 \times U^{2,75} + 2,35} \right) \times \sigma T^4. \quad (16)$$

Формулы (14), (15) и (16) являются универсальными, так как их можно использовать для расчетов $\varepsilon_{ESP}(U)$ и $R_T(U)$ как «больших» тел, так и протяженных субволновых частиц. При величинах параметра $U > 10$ формулы (15) и (16) превращаются в формулу Стефана–Больцмана, пригодную для расчетов интегральных плотностей потоков излучений только «больших» тел.

Универсальная формула для расчета коэффициентов излучений «больших тел», субволновых частиц (СЧ) и протяженных субволновых частиц (ПСЧ).

Используя выражение (14) можно получить следующую единую универсальную формулу для расчета коэффициентов излучений «больших тел» и субволновых частиц (СЧ) и протяженных субволновых частиц (ПСЧ):

$$\varepsilon(U) = \left(\chi + \chi \times \frac{1,03 \times U^{2,75} - 0,147}{1,03 \times U^{2,75} + 2,35} - \delta \right). \quad (17)$$

Для «больших тел» и СЧ, излучающих пучки круглого или квадратного сечения, используются следующие значения коэффициентов: $\chi = 1$, $\delta = 1$.

Для «больших тел» и ПСЧ, излучающих пучки прямоугольного сечения, используются следующие значения коэффициентов: $\chi = 0,5$, $\delta = 0$.

Отметим, что для всех тел, излучающих пучки круглого, квадратного или прямоугольного сечения при $U > 10$, $\varepsilon(U)$ становится равным 1.

Универсальная формула для расчета интегральных плотностей потоков излучений «больших тел», субволновых частиц (СЧ) и протяженных субволновых частиц (ПСЧ).

Используя выражение (17), можно получить следующую единую универсальную формулу для расчета излучений больших тел,

субволновых частиц и протяженных субволновых частиц:

$$R_T(U) = \left(\chi + \chi \times \frac{1,03 \times U^{2,75} - 0,147}{1,03 \times U^{2,75} + 2,35} - \delta \right) \times \sigma T^4. \quad (18)$$

Для «больших тел» и СЧ, излучающих пучки круглого или квадратного сечения, используются следующие значения коэффициентов: $\chi = 1$, $\delta = 1$.

Для «больших тел» и ПСЧ, излучающих пучки прямоугольного сечения используются следующие значения коэффициентов: $\chi = 0,5$, $\delta = 0$.

Отметим, что для всех тел, излучающих пучки круглого, квадратного или прямоугольного сечения, при $U > 10$ формула (18) переходит в формулу Стефана–Больцмана.

Применимость предложенных методов расчетов

Ранее в [11–13] мы отмечали ограничения применимости метода расчета излучений СЧ и ПСЧ, базирующегося на теории мод, (т. е. на представлении о том, что для того, чтобы мода (луч) с длиной волны λ смогла распространяться в свободном пространстве необходимо выполнение следующего соотношения: $\Omega \times S_{csa} \geq \lambda^2$ [14]). Формулы (17) и (18) нельзя использовать, если размеры частиц становятся меньше средней длины свободного пробега носителей энергии в материале частиц⁵, так как в них не устанавливается равновесное термодинамическое распределение Больцмана и, следовательно, не выполняется закон излучения Планка, а также меняется теплопроводность, т. к. носители энергии (электроны в металлах, фононы в диэлектриках) в основном обмениваются энергией не друг с другом, а со стенками. В этих случаях меняются также некоторые свойства частиц по сравнению со свойствами массивных тел из того же материала. Теплопроводность может

иметь характер баллистического переноса, похожего на тепловую радиацию, а тепловая радиация может быть больше, чем у абсолютно черного тела [18, 19]. (Например, при температурах 150 К и выше длина свободного пробега тепловых носителей (электронов) не превышает 25 нм в золоте. В кремнии при температурах 250 К и выше длина свободного пробега тепловых носителей (фононов) оценивается в пределах 40–200 нм [18]).

Предложенную методику нельзя также использовать, если размер частиц станет меньше глубины скин-слоя, так как в этом случае излучаемая мощность будет пропорциональна объему частицы, а не ее площади поверхности. (Например, при частотах 10^{13} – 10^{14} Гц и температуре 273 К глубина скин-слоя в серебре составляет приблизительно 3×10^{-8} м, в алюминии – 4×10^{-8} м, в меди – 2×10^{-8} м, в вольфраме – 6×10^{-8} м [20]).

Следует также отметить, что коэффициенты излучения черных тел с металлическими субволновыми диафрагмами из-за возбуждения плазмонов в диафрагме [8], могут превышать 1, и, следовательно, в этих случаях нельзя применять формулы (17) и (18).

Таким образом, предложенные методики применимы только для частиц, имеющих размеры, при которых свойства материалов частиц не отличаются от свойств аналогичных материалов в телах макроскопических размеров.

Заключение

Впервые получены универсальные формулы, пригодные для расчетов коэффициентов излучения и интегральных плотностей потоков излучения как «больших» объектов (черных и серых тел), так и субволновых частиц. (При расчете излучений «больших» объектов формула (18) переходит в формулу Стефана–Больцмана $R_T = \sigma T^4$).

Достоинствами методов расчета по предложенным формулам является точная связь между размерами, формой и температурой частиц и величинами коэффициентов излучения и интегральных плотностей потоков излучения, а также наглядность и простота этих методов по сравнению с известными.

Точность расчетов целиком определяется точностью наших знаний об интегральных

⁵ Средняя длина свободного пробега – усредненное расстояние, которое проходят носители энергии до их столкновений (например, между фонон-фононными столкновениями в диэлектриках или электрон-фононными столкновениями в металлах и полупроводниках).

и спектральных коэффициентах излучений массивных тел и их зависимостях от температуры и длины волны.

К недостаткам разработанных методик расчетов следует отнести то, что они пригодны для вычислений собственных излучений СЧ и ПСЧ только для случаев, когда внешнее излучение не является основным фактором, поддерживающим температуру частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Mie G.* // Ann. Phys. 1908. Vol. 25. P. 377.
2. *Борн К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами. – М.: Мир, 1986.
3. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. V111. Электродинамика сплошных сред. 4-е изд. – М.: Физматлит, 2005.
4. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. Изд. 2-е. исправленное. Перевод с английского / под ред. Г. П. Мотулевич. – М.: Наука, 1973.
5. *Мартыненко Ю. В., Огнев Л. И.* // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 11. С. 130.
6. *Домбровский Л. А., Ивенских Н. Н.* // Теплофизика высоких температур. 1973. Т. 11. № 4. С. 818.
7. *Домбровский Л. А.* // Теплофизика высоких температур. 1999. Т. 37. № 2. С. 284.
8. *Karl Joulain, Younes Ezzahri, Remi Carminati* // arXiv:1509.05927v2 [physics. class-ph].
9. *Joulain Karl* // HAL Id: hal-01860367. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01860367>.
10. *Elzouka1 Mahmoud, Yang Charles, Albert Adrian, Lubner Sean, Prasher Ravi* // Cell Reports Physical Science. 2020. Vol. 1. № 12. P. 100259. <https://doi.org/10.1016/j.xcrp.2020.100259>
11. *Свиридов А. Н., Сагинов Л. Д.* // Прикладная физика. 2021. № 1. С. 57.
12. *Свиридов А. Н., Сагинов Л. Д.* // Прикладная физика. 2021. № 2. С. 12.
13. *Свиридов А. Н., Сагинов Л. Д.* // Прикладная физика. 2021. № 3. С. 17.
14. *Гальярди Р. М., Карн Ш.* Оптическая связь. – М.: Связь, 1978.
15. *Фридрихов С. А., Мовнин С. М.* Физические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1982.
16. *Госсорг Ж.* Инфракрасная термография. Основы, техника, применение. – М.: Мир, 1988.
17. *Бабичев А. П., Бабушкина Н. А. и др.* Физические величины: Справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1991.
18. *Дмитриев А. С.* // Введение в нанотеплофизику. – М.: Электронное издание БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015.
19. *David AB Miller, Linxiao Zhu, Shanhui Fan* // PNAS. 2017. Vol. 114. № 17. P. 4336.
20. *Князев Б. А., Кузьмин А. В.* // Вестник НГУ. Серия: Физика. 2007. Т. 2. № 1. С. 108.

PACS: 44.40.+a, 42.68Ay, 42.72.g

Universal formulas for calculating emissivity and integral radiation flux densities of black bodies and subwavelength particles

A. N. Sviridov, L. D. Saginov

FSAC VIM

5, 1st Institutsky proezd, Moscow, 109428, Russia

E-mail: sviridtoly@yandex.ru

Received November 29, 2021

For the first time, universal formulas were obtained that are suitable for calculating the radiation coefficients and integral densities of radiation fluxes both for bodies having dimensions much larger than the wavelengths emitted by them (“large bodies”) and subwave bodies (particles). The advantages of the proposed calculation method based on the theory of modes include: the exact relationship between the size, shape and temperature of bodies and the values of the radiation coefficients and integral densities of radiation fluxes; this method is much less labor intensive and more demonstrative than other methods.

Keywords: black body, Planck's law, Stefan-Boltzmann law, Wien displacement law, subwavelength particles, cut-off wavelength, diffraction, refraction, absorption, scattering, spatial mode, radiation flux density, radiation coefficient.

DOI: 10.51368/1996-0948-2022-1-42-50

REFERENCES

1. G. Mie, *Ann. Phys.* **25**, 377 (1908).
2. Craig F. Bohren and Donald R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. (Wiley & Sons, New York, 1983).
3. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Theoretical physics V. 8 Electrodynamics of continuous media* (FIZMATLIT, Moscow, 2005) [in Russian].
4. Max Bourn and Emil Wolf, *Principles of optics*. (Pergamon Press, London, 1965).
5. Yu. V. Martynenko and L. I. Ognev, *Tech. Phys.* **75** (11), 130 (2005).
6. L. A. Dombrovsky and N. N. Ivenskikh, *Teplofizika vy`sokix temperatur* **11** (4), 818 (1973).
7. L. A. Dombrovsky, *Teplofizika vy`sokix temperature* **37** (2), 284 (1999).
8. Karl Joulain, Younes Ezzahri, and Remi Carminati, arXiv:1509.05927v2 [physics.class-ph].
9. Karl Joulain, HAL Id: hal-01860367. [https:// hal.archives-ouvertes.fr/hal-01860367](https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01860367).
10. Mahmoud Elzouka, Charles Yang, Adrian Albert, Sean Lubner, and Ravi S. Prasher, *Cell Reports Physical Science* **1** (12), 100259 (2020); <https://doi.org/10.1016/j.xcrp.2020.100259>.
11. A. N. Sviridov and L. D. Saginov, *Applied Physics*, No. 1, 57 (2021) [in Russian].
12. A. N. Sviridov and L. D. Saginov, *Applied Physics*, No. 2, 12 (2021) [in Russian].
13. A. N. Sviridov and L. D. Saginov, *Applied Physics*, No. 3, 17 (2021) [in Russian].
14. Robert M. Gagliardi and Sherman Karp, *Optical communications*. (Wiley & Sons, New York, 1976; Svyaz, Moscow, 1978).
15. S. A. Fridrikhov and S. M. Movnin, *Physical bases of electrical engineering*. (Higher school, Moscow, 1982) [in Russian].
16. G. Goussorgues, *La Thermography Infrarouge. Principes – Technique – Applications*. (Deuxieme. edition – Technique et Documentation Lavoister, Paris, 1984).
17. A. P. Babichev, N. A. Babushkina, et al., *Fizicheskie velichiny: Spravochnik* (Energoatomizdat, Moscow, 1991) [in Russian].
18. A. S. Dmitriev, *Introduction to nanoteplophysics* (Electronic edition of BINOM. Knowledge Laboratory, Moscow, 2015).
19. David A. B. Miller, Linxiao Zhu, and Shanhui Fan, *PNAS* **114** (17), 4336 (2017).
20. B. A. Knyazev and A. V. Kuzmin, *Vestnik NGU Seriya Fizika* **2** (1), 108 (2007).