

УДК 536.3
EDN: WEXKVV

PACS: 44.40.+a, 42.68Ay, 42.72.g

**О применимости закона Кирхгофа к субволновой частице, находящейся в термодинамическом равновесии с окружающей средой**

А. Н. Свиридов, Л. Д. Сагинов

Предложена новая методика расчетов коэффициентов поглощения субволновых частиц (СЧ). В этой методике поток излучения представляется набором пространственных спектральных мод, которые поглощаются СЧ в соответствии с произведением $\varepsilon_i f(D, \lambda)$. Причем при $\lambda \leq \lambda_{\text{cutoff}}$ $f(D, \lambda) = 1$, а при $\lambda > \lambda_{\text{cutoff}}$ $f(D, \lambda) = (2D/\lambda)^2$, где: D – диаметр СЧ, λ – длина волны, λ_{cutoff} – длина волны отсечки, ε_i – интегральный коэффициент поглощения «большого» тела из материала аналогичного материалу СЧ. Проведены расчеты коэффициентов излучения и поглощения СЧ, находящейся в термодинамическом равновесии с окружающей средой. Для сравнения, наряду с предложенной методикой, была использована методика расчетов коэффициента поглощения СЧ, основанная на учете глубины проникновения излучения в материал СЧ. Показано, что выполнимость закона Кирхгофа для СЧ зависит от диаметра частицы и от температуры окружающей среды. При «больших» D коэффициенты излучения и поглощения равны (закон Кирхгофа выполняется), однако, при уменьшении D коэффициент поглощения становится больше, чем коэффициент излучения (закон Кирхгофа не выполняется).

Ключевые слова: черное тело, закон Планка, закон Стефана-Больцмана, закон смещения Вина, закон Кирхгофа, дифракция, плотность потока излучения, коэффициент излучения, коэффициент поглощения, пространственная спектральная мода, энергия моды, формула Лармура.

DOI: 10.51368/1996-0948-2023-2-44-55

Введение

Радиационные законы, относящиеся к поглощательной и излучательной способности объектов, лежат в основе тепловой физики излучения и представляют особый интерес,

например, для понимания пределов эффективности преобразования солнечной энергии. Основным соотношением является закон излучения Кирхгофа: «Для тела из любого произвольного материала, излучающего и поглощающего тепловое электромагнитное излучение на любой длине волны в термодинамическом равновесии, отношение его мощности излучения к его безразмерному коэффициенту поглощения равно универсальной функции только длины волны излучения и температуры». Эта универсальная функция описывает идеальную излучательную способность абсолютно черного тела. В современном виде закон формулируется следующим образом: «Отношение излучательной способности

Свиридов Анатолий Николаевич, научный консультант, к.ф.-м.н.

E-mail: sviridtoly@yandex.ru

Сагинов Леонид Дмитриевич, в.н.с., д.ф.-м.н.

E-mail: lsaginov@yandex.ru

Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ.
Россия, 109428, Москва, 1-й Институтский проезд, 5.

Статья поступила в редакцию 26.01.2023

Принята к публикации 17.02.2023

© Свиридов А. Н., Сагинов Л. Д., 2023

любого тела к его поглотительной способности одинаково для всех тел при данной температуре для данной частоты и не зависит от их формы и химической природы».

В последние годы опубликованы работы, показывающие применимость закона Кирхгофа также и в случаях неизотермических систем, в которых материалы удовлетворяют *взаимности* (т. е. имеют симметричный тензор диэлектрической проницаемости и в которых отсутствует вращение Фарадея) [1–3].

Этот закон часто распространяют на «направленную» версию, которая приравнивает поглощающую способность данного направления входного луча и излучательную способность в противоположном или «обратном» направлении. Однако, в настоящее время известно, что такой закон направленного излучения не выполняется для невзаимных систем [4, 5] и нанофотонных структур, предназначенных для контроля теплового излучения элементов, с размерами намного меньшими длины волны [6–8].

В последнее десятилетие появились публикации о нарушении закона Кирхгофа в устройствах с идеальными отражателями [9] и в специальных устройствах и искусственных средах, в которых создается невзаимность [10–14]. Например, в [10] описывается полупрозрачный излучатель, который полностью поглощает падающую энергию из заданного направления с нулевой обратной и единичной прямой излучательной способностью. Почти идеальная поглотительная способность при толщине в масштабе длины волны достигается благодаря магнитооптическому эффекту и резонансу с управляемой модой. В [11] предлагается инфракрасный тепловой излучатель, который проявляет неодинаковую излучательную и поглотительную способности для заданной частоты и угла падения, нарушая закон теплового излучения Кирхгофа. Эффект достигается применением пространственно-временной модуляции показателя преломления. В [14] теоретически и экспериментально показано, что устройство с пространственно-временной модуляцией может быть сконструировано так, чтобы иметь совершенно разные свойства излучения и поглощения. Предлагаемая концепция может обеспечить значительный прогресс в создании компактных и эффективных систем радиочастотной связи,

а также для сбора энергии и управления температурой при переходе на инфракрасные частоты.

Особый теоретический и практический интерес представляет исследование применимости закона Кирхгофа к субволновым частицам (СЧ)¹, излучение которых, как показано в ряде работ (например, в [15–27]), нельзя рассчитывать с помощью формул Планка и Стефана-Больцмана.

Следует отметить, что при выводе законов Кирхгофа, Планка и Стефана-Больцмана предполагалось, что объекты намного больше длины волны, поэтому дифракцией пренебрегали [16].

Вывод формул для расчета мощности, излучаемой СЧ, находящейся в термодинамическом равновесии внутри замкнутой полости

Предположим, что в замкнутую полость поместили (из полости выкачан воздух; температура непрозрачных стенок полости равна T_2 ; размеры полости много больше λ_{\max}) одну сферическую частицу, диаметр которой соизмерим с λ_{\max} (пусть для определенности это будет золотой шарик) и рассчитаем (с учетом дифракционных эффектов) тепловые потоки, излучаемые и поглощаемые этой СЧ в условиях термодинамического равновесия со стенками полости. Поле равновесного излучения внутри полости будет однородным и количество энергии, поступающей (пересекающей) на любую единичную площадку внутри полости, (в единичном интервале частот, заключенное в единичном телесном угле, ось которого перпендикулярна плоскости площадки) дается функцией Планка.

Для расчета теплового потока, излучаемого СЧ в этой полости в условиях термодинамического равновесия (т. е. в условиях равенства излучаемого и поглощаемого СЧ тепловых потоков), используем результаты работ [25–28].

¹ Под субволновой частицей будем понимать частицу, геометрические размеры которой соизмеримы с λ_{\max} – длиной волны, соответствующей максимальной интенсивности излучения черного (серого) тела, нагретого до температуры T ; $\lambda_{\max} = B/T$, где B – постоянная формулы смещения Вина.

В работах [25–28] применили для расчета собственных тепловых потоков СЧ, формализм модовой² теории излучений [29, 30]. Такой подход позволяет естественным образом учитывать дифракционные эффекты. Мы исходили из представления о том, что тепловое излучение частицы, распространяющееся в свободном пространстве в телесном угле Ω в виде полихроматического пучка сечением S_{csa} в его основании (т. е. S_{csa} равно поперечному сечению частицы), можно представить набором монохроматических лучей (пространственных спектральных мод), число которых $M(\lambda_m)$ для любой длины волны λ_m этого пучка равно [30]:

$$M(\lambda_m) = (\Omega \times S_{csa}) / \lambda_m^2. \quad (1)$$

Причем для каждой пространственно-спектральной моды (монохроматического луча с длиной волны λ_m) справедливо следующее соотношение:

$$S_m \times \Omega_m = \lambda_m^2 \quad (2)$$

где S_m – площадь минимального сечения монохроматического луча; Ω_m – телесный угол, в котором распространяется этот луч.

Выполнение равенства (1) является необходимым условием распространения любой пространственной моды с длиной волны λ_m этого пучка в свободном пространстве. При $M(\lambda_m) = 1$ в пучке, излучаемом частицей, будут отсутствовать лучи (моды) с длинами волн большими λ_m , т. к. они не могут распространяться в свободном пространстве (дальней зоне). Поэтому обозначим λ_m как длину волны отсечки λ_{cutoff} . В случае сферической частицы диаметром D этому условию будет соответствовать длина волны отсечки³ $\lambda_{\text{cutoff}} = 2,221 \times D$ [26, 28].

² Под пространственной спектральной модой (типом колебаний) понимают ТЕМ волну с заданными частотой ν , волновым вектором k , и поляризацией ρ_e , где ρ_e – единичный вектор поляризации; e – индекс, принимающий только два значения: $e = 1, 2$ [29, 30].

³ λ_{cutoff} – максимальная длина волны, которую может излучить сферическая частица диаметром D в свободное пространство.

Приведем основные соотношения, применяемые в дальнейших расчетах, в которых используются следующие обозначения (размерность в СИ):

h, k, σ, c – соответственно, постоянные Планка, Больцмана, Стефана-Больцмана и скорость света; λ, ν, T – соответственно, длина волны, частота излучения и температура.

$\Phi_{bb}(T)$ – мощность излучения черного тела на единицу площади излучающей поверхности в интервале частот от 0 до ∞ :

$$\Phi_{bb}(T) = \sigma T^4 \quad (3)$$

$Po(\nu, T)$ – энергия одной пространственной моды с частотой ν , излучаемой черным телом с температурой T [29, 30]:

$$Po(\nu, T) = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \quad (4)$$

$\Psi_1(\nu, T, D)$ – энергия излучения полусферы СЧ на частоте ν может быть рассчитана путем произведения числа мод $M_1(\nu, D)$, излучаемых полусферой СЧ в телесном угле $\Omega = 2\pi$ (в виде пучка с площадью поперечного сечения $S_{csa} = \pi D^2/4$), на энергию каждой моды $Po(\nu, T)$.

$$\Psi_1(\nu, T, D) = 2Po(\nu, T) \times M_1(\nu, D) \quad (5)$$

где

$$M_1(\nu, D) = \begin{cases} \frac{S_{csa} \Omega \nu^2}{c^2} & \text{if } \frac{S_{csa} \Omega \nu^2}{c^2} \geq 1 \\ 0 & \text{if } \frac{S_{csa} \Omega \nu^2}{c^2} < 1 \end{cases} \quad (6)$$

Множитель 2 в формуле (5) учитывает две возможные поляризации мод.

$\Phi_1(D, T)$ – мощность, излучаемую поверхностью сферы частицы, рассчитывали по следующему выражению:

$$\Phi_1(D, T) = 2\varepsilon_i \times \int_{\nu_1}^{\nu_2} \Psi_1(\nu, D, T) d\nu \quad (7)$$

где $\nu_1 = 1 \times 10^{12}$ Гц, $\nu_2 = 10^{15}$ Гц; ε_i – интегральный коэффициент излучения вещества массивного тела.

Множитель 2 в формуле (7) учитывает излучение с поверхности двух полусфер СЧ.

$\varepsilon_1 T(D)$ – коэффициент излучения СЧ, имеющей форму шара:

$$\varepsilon_1 T(D) = \frac{\Phi_1(D, T_1(D))}{S \times \Phi_{bb}(T_1(D))} \quad (8)$$

где $T_1(D)$ – зависимость температуры СЧ от D в условиях термодинамического равновесия со стенками полости; S – площадь сферической поверхности СЧ, излучающей в телесном угле $\Omega = 4\pi$.

Вывод формул для расчета мощности, поглощаемой СЧ, находящейся в термодинамическом равновесии внутри замкнутой полости

Субволновую частицу, поглощающую энергию облучающих ее мод (ТЕМ электромагнитных волн), можно рассматривать как антенну, в которой под действием электрических и магнитных полей облучающих мод возбуждаются токи проводимости и (или) смещения. В отличие от предыдущего случая, когда при расчете интегральной мощности излучаемой в свободное пространство поверхностью СЧ не учитывалась энергия мод с $\lambda > \lambda_{\text{cutoff}}$ (ввиду их отсутствия), при расчете интегральной мощности, поглощаемой СЧ, будем частично учитывать вклад мод облучающих СЧ с $\lambda > \lambda_{\text{cutoff}}$, а именно пропорционально произведению $\varepsilon_i \times f(D, \lambda)$, где $f(D, \lambda)$ – антенный коэффициент масштабирования⁴. Отметим также, что при $\lambda > \lambda_{\text{cutoff}}$ $f(D, \lambda)$ всегда будет меньше 1, (т. к. для шара $\lambda_{\text{cutoff}} = 2,221 \times D$) и по мере дальнейшего увеличения длины волны $f(D, \lambda)$ будет быстро уменьшаться. В то же время излучение мод с $\lambda \leq \lambda_{\text{cutoff}}$ будет полностью ($f(D, \lambda) = 1$) облучать СЧ и будет поглощаться в соответствии с ε_i –

интегральным коэффициентом поглощения «большого» тела из материала аналогичного материалу СЧ. Например, для золота $\varepsilon_i = 0,02$ при $T = 100$ °С [31].

Пусть $M_2(v, D)$ – число мод, облучающих в телесном угле $\Omega = 2\pi$ полусфере СЧ, помещенную в замкнутую полость с температурой стенок T_2 .

$$M_2(v, D) = \begin{cases} \frac{S_{\text{csa}} \Omega v^2}{c^2} & \text{if } \frac{S_{\text{csa}} \Omega v^2}{c^2} \geq 1 \\ \left(\frac{2D}{\frac{c}{v}} \right)^2 & \text{if } \frac{S_{\text{csa}} \Omega v^2}{c^2} < 1 \end{cases} \quad (9)$$

Пусть $\Psi_2(v, D, T_2)$ – энергия мод, облучающих поверхность полусферы этой частицы в телесном угле $\Omega = 2\pi$.

$$\Psi_2(v, D, T_2) = 2P_o(v, T_2) \times M_2(v, D) \quad (10)$$

Множитель 2 в формуле (10) учитывает две возможные поляризации мод.

Рассчитаем $\Phi_2(T_2, D)$ – мощность, поглощаемую всей сферической поверхностью этой частицы.

$$\Phi_2(D, T_2) = 2\varepsilon_i \times \int_{v_1}^{v_2} \Psi_2(v, D, T_2) dv \quad (11)$$

где $v_1 = 1 \times 10^{12}$ Гц, $v_2 = 10^{15}$ Гц.

Множитель 2 в формуле (11) учитывает поглощение всей поверхности сферы.

$\varepsilon_2(D, T_2)$ – коэффициент поглощения СЧ, имеющей форму шара:

$$\varepsilon_2(D, T_2) = \frac{\Phi_2(D, T_2)}{S \times \Phi_{bb}(T_2)} \quad (12)$$

где S – площадь сферической поверхности СЧ, поглощающей излучение в телесном угле $\Omega = 4\pi$.

Результаты расчетов

На рис. 1 и 2 приведены зависимости $\Phi_1(D, T_1)$, $\Phi_2(D, T_2)$ и $\Phi_{2, \text{abs}}(D, T_2)$ от диа-

⁴ $f(D, \lambda)$ – антенный коэффициент масштабирования (показывающей зависимость мощности поглощения диполя от отношения размера диполя к длине волны). Причем мы полагали, что при $\lambda \leq \lambda_{\text{cutoff}}$ $f(D, \lambda) = 1$, а при $\lambda > \lambda_{\text{cutoff}}$ $f(D, \lambda) = (2D/\lambda)^2$. Подобный коэффициент используется в формуле Лармура [32, 33].

метра СЧ, где T_2 – температура внутренних стенок полости, в которую помещена СЧ, T_1 – температура СЧ; $\Phi_{2_{abs}}(D, T_2)$ – зависимости мощности, поглощаемой всей сферической

поверхностью СЧ от D , при расчете которых использовался метод [19], основанный на учете глубины проникновения излучения в материал проводящей СЧ [23, 34].

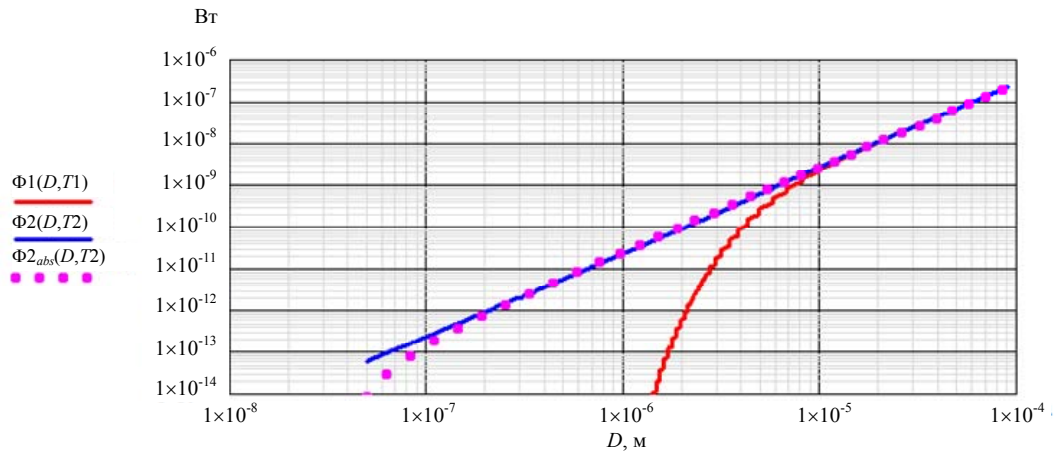


Рис. 1. Зависимости $\Phi_1(D, T_1)$ и $\Phi_2(D, T_2)$, $\Phi_{2_{abs}}(D, T_2)$ от диаметра СЧ, рассчитанные при $T_1 = T_2 = 300$ К и $\varepsilon_i = 0,02$

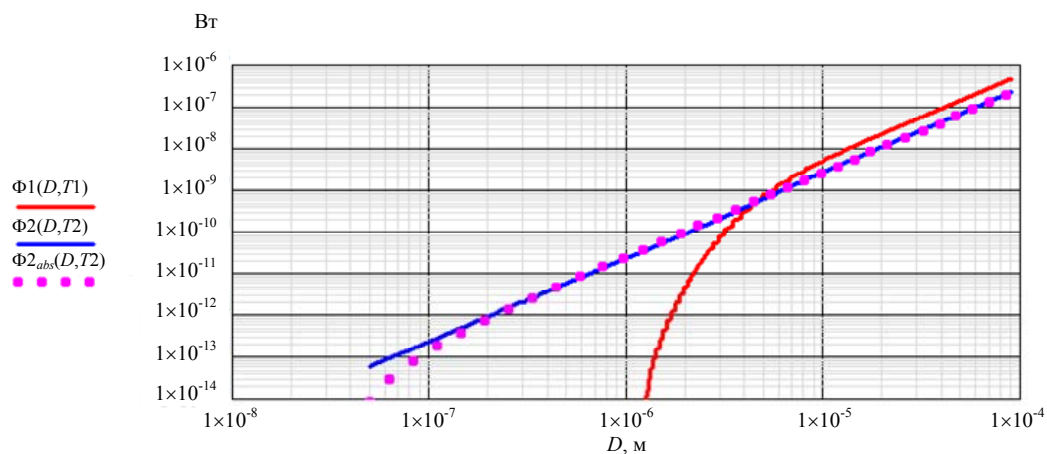


Рис. 2. Зависимости $\Phi_1(D, T_1)$ и $\Phi_2(D, T_2)$, $\Phi_{2_{abs}}(D, T_2)$ от диаметра СЧ, рассчитанные при $T_1 = 360$ К и $T_2 = 300$ К и $\varepsilon_i = 0,02$

Рисунки 1 и 2 показывают хорошее совпадение зависимостей $\Phi_2(D, T_2)$ и $\Phi_{2_{abs}}(D, T_2)$ (зависимостей тепловых потоков, поглощаемых СЧ, от их диаметра), рассчитанных с помощью совершенно разных методик.

Зависимости $\Phi_2(T, D)$ рассчитывались по разработанной нами методике, основанной на подсчете энергий пространственных спектральных мод, поглощаемых СЧ, при этом для учета долей поглощаемой энергии для мод с длинами волн большими λ_{cutoff} (длины волны отсечки) в этой методике было предложено

использовать $f(D, \lambda)$ – антенный коэффициент масштабирования. Причем, при $\lambda \leq \lambda_{cutoff}$ $f(D, \lambda) = 1$, а при $\lambda > \lambda_{cutoff}$ $f(D, \lambda) = (2D/\lambda)^2$.

При расчете зависимостей $\Phi_{2_{abs}}(D, T_2)$ использовался другой метод: метод, основанный на учете глубины проникновения излучения в материал СЧ. Зависимости $\Phi_{2_{abs}}(D, T_2)$ рассчитывались по выражению (18) (см. ниже). Хорошее совпадение результатов расчетов по этим методикам служит дополнительным подтверждением правомерности их использования.

Из приведенных на рис. 1 зависимостей видно, что при $D > 2 \times 10^{-5}$ м тепловые потоки, излучаемые и поглощаемые СЧ, равны и не зависят от диаметра, однако, при $D < 2 \times 10^{-5}$ м поток теплового излучения $\Phi_1(D, T_1)$ становится меньше теплового потока $\Phi_{2_{abs}}(D, T_2)$, поглощаемого СЧ. Следовательно, температура СЧ, находящейся в термодинамическом равновесии внутри полости, имеющей температуру стенок $T_2 = 300$ К, должна повышаться при дальнейшем уменьшении диаметра СЧ. Тогда, каждому СЧ, с диаметром меньше 2×10^{-5} м, будет соответствовать своя температура, превышающая температуру стенок полости.

Например, из приведенных на рис. 2 зависимостей $\Phi_1(D, T_1)$ и $\Phi_{2_{abs}}(D, T_2)$, следует, что равенство излучаемого и поглощаемого

СЧ тепловых потоков (которое в условиях термодинамического равновесия внутри полости должно быть при любых D) достигается в точке их пересечения при $D \approx 4,4 \times 10^{-6}$ м и при температурах: СЧ $T_1 = 360$ К и стенок полости $T_2 = 300$ К.

На рис. 3 приведена зависимость $T_1(D)$ – температуры СЧ, находящейся в термодинамическом равновесии со стенками полости, имеющими температуру $T_2 = 300$ К. Видно, что при любых $D > 2 \times 10^{-5}$ м равенство излучаемых и поглощаемых СЧ тепловых потоков (термодинамическое равновесие) достигается при температуре частиц 300 К, равной температуре стенок полости. Однако, при $D < 2 \times 10^{-5}$ м равенство излучаемых и поглощаемых СЧ тепловых потоков может быть достигнуто только путем увеличения температуры СЧ.

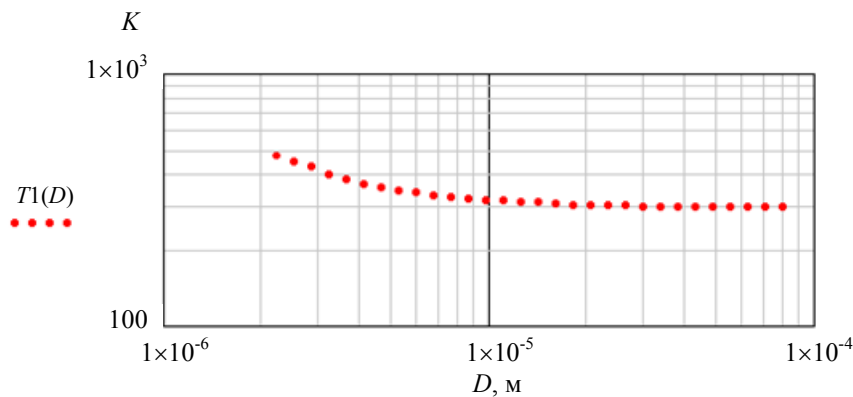


Рис. 3. Зависимость температуры СЧ $T_1(D)$ от диаметра, рассчитанная при $T_2 = 300$ К

На рис. 4 приведены зависимости от диаметра $\epsilon_1 T(D)$ – коэффициента излучения СЧ и $\epsilon_2(D, T_2)$ – коэффициента поглощения СЧ, находящейся в замкнутой полости, температура стенок которой $T_2 = 300$ К. Причем, при расчете зависимости $\epsilon_1 T(D)$ учитывалась $T_1(D)$ – зависимость температуры СЧ от диаметра, показанная на рис. 3. На этом же рисунке, для сравнения, приведена зависимость $\epsilon_{2_{abs}}(D, T_2)$ – коэффициента поглощения СЧ, находящейся в замкнутой полости, температура стенок которой $T_2 = 300$ К. При расчете зависимости $\epsilon_{2_{abs}}(D, T_2)$ использовался метод, основанный на учете глубины проникновения излучения в материал СЧ. Эта зависимость рассчитывалась по выражению (19). Хорошее совпадение (при $D > 3 \times 10^{-7}$ м) зави-

симостей $\epsilon_2(D, T_2)$ и $\epsilon_{2_{abs}}(D, T_2)$, рассчитанных по двум совершенно различным методикам служит дополнительным подтверждением правомерности их использования.

Приведенные зависимости показывают, что (в рассматриваемом примере), при $D > 2 \times 10^{-5}$ м сохраняется равенство коэффициентов излучения и поглощения и, следовательно, закон Кирхгофа выполняется. Однако, при $D < 2 \times 10^{-5}$ м это равенство нарушается за счет более быстрого уменьшения коэффициента излучения и, следовательно, на этом участке зависимостей $\epsilon_1 T(D)$ и $\epsilon_2(D, T_2)$ закон Кирхгофа не выполняется.

Таким образом, выполнимость закона Кирхгофа зависит от размера СЧ и температуры стенок полости.

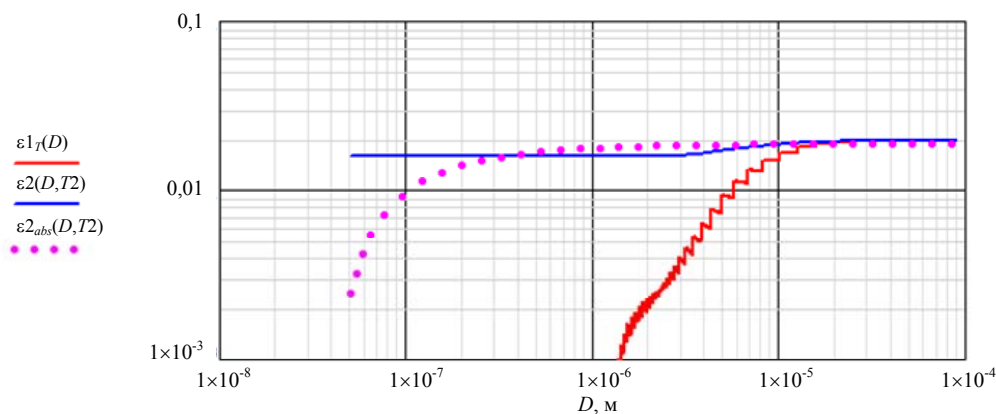


Рис. 4. Зависимости от диаметра коэффициента излучения золотого шарика $\varepsilon 1 \Gamma(D)$ и его коэффициента поглощения $\varepsilon 2(D, T_2)$, находящегося в замкнутой полости, температура стенок которой $T_2 = 300$ К. (На этом же рисунке, для сравнения, приведена зависимость $\varepsilon 2_{abs}(D, T_2)$ – коэффициента поглощения СЧ, находящейся в замкнутой полости, температура стенок которой $T_2 = 300$ К, рассчитанная по выражению (19)

Отметим, что для сохранения равенства тепловых потоков излучения и поглощения, условие равенства спектральных коэффициентов излучения и поглощения не является необходимым. При $T_1 > T_2$, избыток излучения по сравнению с поглощением на одних частотах, компенсируется избытком поглощения по сравнению с излучением на других частотах [16].

Повышение (по отношению к стенкам замкнутой полости) температуры СЧ при уменьшении диаметра СЧ в замкнутой равновесной системе можно трактовать как уменьшение энтропии. Однако, при этом следует принять во внимание, что законы термодинамики пригодны только для макроскопических тел, поскольку, строго говоря, такие величины, как например, энтропия, могут быть введены только для «больших» тел [35, 36].

Вывод формул для расчета мощности, поглощаемой СЧ, находящейся в термодинамическом равновесии внутри замкнутой полости, с помощью метода, основанного на учете глубины проникновения излучения в среду

Приведенные выше выводы о выполнении закона Кирхгофа, применительно к субволновым частицам, определяются правоммерностью и точностью используемых методик расчетов тепловых потоков излучения и поглощения.

Точный метод расчета рассеяния света малыми сферическими частицами был разработан в 1908 г. Г. Ми [15]. В нем рассеянные волны описываются как бесконечный ряд парциальных волн (дипольной, квадрупольной, октупольной и т. д.). При этом каждая парциальная волна, в свою очередь, представляется суммой электрических и магнитных компонент. Причем соответствующие эффективности (безразмерные величины, равные отношению парциальных сечений к площади геометрического сечения сферы) связаны с комплексными коэффициентами рассеяния a_n , b_n , выражения для которых представляют функции Риккати-Бесселя.

Решение задачи дифракции электромагнитной волны на сферической частице представляет собой сходящийся ряд, каждый член которого соответствует некоторой парциальной волне (электрической или магнитной) и амплитуды этих парциальных волн быстро убывают с увеличением индекса волны. Для металлических наночастиц, размеры которых много меньше длины волны в видимой области спектра, имеющих размеры, не превышающие толщины скин слоя (для хорошо проводящих металлов толщина скин слоя попадает в диапазон 20–30 нм), учет только первого члена ряда может обеспечивать точность, достаточную для практических применений (дипольное приближение).

Однако, с увеличением размеров частиц объем расчетов резко возрастает, а точность

резко падает, поэтому в рамках теории Ми, наиболее последовательного подхода к рассеянию и поглощению электромагнитного излучения на *наночастицах*, не удастся получить достаточно общие зависимости сечения поглощения и другие характеристики от параметров *субволновых частиц*, размеры которых соизмеримы с λ_{\max} и в сотни раз больше размеров наночастиц [16, 19, 35]. Поэтому, наряду с расчетами $\Phi_2(D, T_2)$ – зависимостей тепловых потоков, поглощаемых СЧ, выполненными по методике, предложенной в настоящей работе, ниже приведены расчеты $\Phi_{2_{abs}}(D, T_2)$ – таких же зависимостей, проведенных по методу [19], основанному на учете глубины проникновения излучения в материал проводящей СЧ [23, 34].

Приведем основные соотношения, использованные в расчетах по этому методу, при этом будем применять следующие обозначения и величины:

n_e – концентрация свободных электронов в золоте; $n_e = 5,90 \times 10^{28} \text{ м}^{-3}$

e – заряд электрона; $e = 1,622 \times 10^{-19} \text{ Кл}$

m^* – эффективная масса электрона в золоте; $m^* = 9,1 \times 10^{-31} \text{ кг}$

$\epsilon_a, \epsilon_b, \epsilon_0$ – соответственно, абсолютная и относительная диэлектрические проницаемости вакуума и электрическая постоянная; $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ Ф/м}$

τ – время релаксации электронов в золоте; $\tau = 10^{-14} \text{ с}$

γ – частота столкновений электронов в золоте; $\gamma = 1/\tau$

ω_p – плазменная частота;

$$\omega_p = \left(n_e \times \frac{e^2}{m^* \epsilon_0} \right)^{0,5} \quad (13)$$

$\delta(\lambda)$ – глубина проникновения видимого и ИК-излучения в металлы (толщина скин слоя);

$$\delta(\lambda) = \frac{c \times \left[1 + \left(2\pi \frac{c}{\lambda} \right)^2 \times \tau^2 \right]^{1/4} \times \left[1 + \left[\left[1 + \left(2\pi \frac{c}{\lambda} \right)^2 \times \tau^2 \right]^{1/2} - 2\pi \frac{c}{\lambda} \times \tau \right]^2 \right]^{1/2}}{\omega_p \times \sqrt{2\pi \frac{c}{\lambda} \times \tau}} \quad (14)$$

$A_e(\lambda)$ – электрическая поляризация сферы;

$$A_e(\lambda) = \frac{n_e e^2}{m^* \times \left[\left(2\pi \times \frac{c}{\lambda} \right)^2 + \gamma^2 \right]} \quad (15)$$

$A_m(D, \lambda)$ – магнитная поляризация сферы;

$$A_m(D, \lambda) = \frac{-9\delta(\lambda)^2}{16\pi \left(\frac{D}{2} \right)^2} \left[1 - \frac{D}{\delta(\lambda)} \times \frac{\sinh \left(2 \frac{\frac{D}{2}}{\delta(\lambda)} \right) - \sin \left(2 \frac{\frac{D}{2}}{\delta(\lambda)} \right)}{\cosh \left(2 \frac{\frac{D}{2}}{\delta(\lambda)} \right) - \cos \left(2 \frac{\frac{D}{2}}{\delta(\lambda)} \right)} \right]$$

$A_{abs}(D, \lambda)$ – спектральное сечение поглощения сферы в телесном угле 2π ;

$$A_{abs}(D, \lambda) = \frac{4\pi \left(2\pi \frac{c}{\lambda} \right)}{c} \times (A_m(D, \lambda) + A_e(\lambda)) \times \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2} \right)^3 \quad (16)$$

$Q(\lambda, T)$ – формула Планка;

$$Q(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right) - 1} \quad (17)$$

$\Phi 2_{abs}(D, T_2)$ – мощность, поглощаемая всей сферической поверхностью СЧ в телесном угле 4π ; (СЧ находится в замкнутой полости с непрозрачными стенками, температура которых $T_2 = 300 \text{ K}$)

$$\begin{aligned} \Phi 2_{abs}(D, T_2) = \\ = 2 \times \int_{10^{-7}}^{10^{-4}} A_{abs}(D, \lambda) \times Q(\lambda, T_2) d\lambda \end{aligned} \quad (18)$$

Множитель 2 в формуле (18) учитывает то, что сферическая поверхность СЧ облучается стенками полости в телесном угле 4π ;

$\varepsilon 2_{abs}(D, T_2)$ – зависимость коэффициента поглощения СЧ, находящейся в замкнутой полости, температура стенок которой $T_2 = 300 \text{ K}$.

$$\varepsilon 2_{abs}(D, T_2) = \frac{\Phi 2_{abs}(D, T_2)}{\pi D^2 \sigma T^4} \quad (19)$$

Зависимости $\Phi 2_{abs}(D, T_2)$ и $\varepsilon 2_{abs}(D, T_2)$, рассчитанные, соответственно, по выражениям (18) и (19) показаны на рис. 1, 2, 4.

Заключение

Предложена новая методика расчетов зависимостей теплового потока, поглощаемого СЧ и коэффициента поглощения от диаметра СЧ. В этой методике поток излучения представляется набором пространственных спектральных мод, которые поглощаются СЧ в соответствии с произведением $\varepsilon_i \times f(D, \lambda)$. При этом полагалось, что если $\lambda \leq \lambda_{\text{cutoff}}$, то $f(D, \lambda) = 1$, а при $\lambda > \lambda_{\text{cutoff}}$ $f(D, \lambda) = (2D/\lambda)^2$. Проведены расчеты температуры, коэффициентов излучения и поглощения СЧ, помещенной в замкнутую безвоздушную полость с заданной температурой стенок и находящейся таким образом в термодинамическом равновесии с окружающей сре-

дой. Показано, что уменьшение диаметра СЧ может приводить к повышению температуры СЧ по отношению к температуре окружающей среды. Для сравнения наряду с предложенной методикой была использована методика расчетов коэффициента поглощения СЧ, основанная на учете глубины проникновения излучения в материал электропроводящей СЧ. Хорошее совпадение результатов расчетов, проведенных по двум совершенно различным методикам, служит дополнительным подтверждением правомерности их использования. Проведены расчеты зависимостей коэффициентов излучения и поглощения от диаметра СЧ, находящейся в термодинамическом равновесии с окружающей средой. Показано, что выполнимость закона Кирхгофа для СЧ зависит от диаметра частицы и температуры окружающей среды. При «больших» D коэффициенты излучения и поглощения равны (закон Кирхгофа выполняется), однако при уменьшении D коэффициент поглощения становится больше, чем коэффициент излучения (закон Кирхгофа не выполняется). Таким образом, полученные результаты относятся к СЧ, расположенной в вышеуказанной полости с размерами много больше рассматриваемых длин волн и находящейся в термодинамическом равновесии с окружающей средой. При этом предполагалось, что это равновесие устанавливается только за счет радиационных потоков поглощаемых и излучаемых СЧ и за время установления термодинамического равновесия СЧ не сталкивается со стенками полости. Следовательно, все результаты расчетов и соответствующие выводы о выполнимости закона Кирхгофа относятся только к СЧ, находящимся в сходных условиях, например в космосе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Greffet J.-J., Bouchon P., Brucoli G., Sakat E., Marquier F. / arXiv:1601.00312v1 [physics.optics]. 2016. P. 1–6.
2. Bouchon P., Brucoli G., Marquier F. / Physical Review X. 2018. Vol. 8. P. 021008.
3. Miller D. A. B., Linxiao Zhu, Shanhui Fan / Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS). 2017. Vol. 114. № 17. P. 4336–4341.
4. Linxiao Zhu, Shanhui Fan / Physical Review B. 2014. Vol. 90. P. 220301.
5. Snyder W. C., Zhengming Wan, Xiaowen Li / Applied Optics. 1998. Vol. 37. № 16. P. 3464–3470.

6. Pendry J. B. / Journal of Physics: Condensed Matter. 1999. Vol. 11. P. 6621–6633.
7. Schuller J. A., Taubner T., Brongersma M. L. / Nature Photonics. 2009. Vol. 3. P. 658–661.
8. Boriskina S. V., Green M. A., Catchpole K. et al. / Journal of Optics. 2016. Vol. 18. № 7. P. 073004.
9. Robitaille P.-M., Robitaille J. L. / IEEE Transactions on Plasma Science. 2004. Vol. 31. № 6. P. 1263–1267.
10. Park Y., Asadchy V. S., Bo Zhao, Cheng Guo, Jiahui Wang, Shanhui Fan / American Chemical Society Photonics. 2021. Vol. 8. № 8. P. 2417–2424.
11. Ghanekar A., Jiahui Wang, Shanhui Fan, Povinelli M. L. / American Chemical Society Photonics. 2022. Vol. 9. № 4. P. 1157–1164.
12. Pajovic S., Tsurimaki Y., Xin Qian, Gang Chen / Physical Review B. 2020. Vol. 102. P. 165417.
13. Jun Wu, Zhongmin Wang, Han Zhai, Zhangxing Shi, Xiaohu Wu, Feng Wu / arXiv:2109.13502 [cond-mat.mes-hall]. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2109.13502>
14. Jason Y. H., Soric C., Alu A. / Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS). 2016. Vol. 113. № 13. P. 3471–3475.
15. Mie G. / Annalen der Physik. 1908. Vol. 25. P. 377.
16. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. – М.: Мир, 1986.
17. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика Т. 8. Электродинамика сплошных сред. Изд. 4. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
18. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. Изд. 2. / Пер. с англ. / Под ред. Мотулевич Г. П. – М.: Наука, 1973.
19. Мартыненко Ю. В., Огнев Л. И. / ЖТФ. 2005. Т. 75. № 11. С. 130.
20. Домбровский Л. А. / Теплофизика высоких температур. 1999. Т. 37. № 2. С. 284.
21. Joulain K., Ezzahri Y., Carminati R. / arXiv:1509.05927v2 [physics.class-ph].
22. Joulain K. / HAL Id: hal-01860367. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01860367>.
23. Трибельский М. И., Мирошниченко А. Е. / Успехи физических наук. 2022. Т. 192. № 1. С. 45–68.
24. Elzoukal M., Yang Ch., Albert A., Lubner S., Prasher R. / Cell Reports Physical Science. 2020. Vol. 1. № 12. P. 100259.
25. Свиридов А. Н., Сагинов Л. Д. / Прикладная физика. 2021. № 1. С. 57–62.
26. Свиридов А. Н., Сагинов Л. Д. / Прикладная физика. 2021. № 2. С. 12–21.
27. Свиридов А. Н., Сагинов Л. Д. / Прикладная физика. 2021. № 3. С. 17–25.
28. Свиридов А. Н., Сагинов Л. Д. / Прикладная физика. 2022. № 1. С. 42–50.
29. Фридрихов С. А., Мовнин С. М. Физические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1982.
30. Гальярди Р. М., Карп Ш. Оптическая связь. – М.: Связь, 1978.
31. Госсорг Ж. Инфракрасная термография. Основы, техника, применение. – М.: Мир, 1988.
32. Kumar N. Spontaneous Emission Rate Enhancement Using Optical Antennas. Electrical Engineering and Computer Sciences. University of California at Berkeley. Technical Report. № UCB/Eecs-2013-107. <http://www.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/2013/Eecs-2013-107.html>
33. Tsakmakidis K. L., Boyd R. W., Yablonovitch E., Xiang Zhang / Optics Express. 2016. Vol. 24. № 16. P. 17916–17927.
34. Князев Б. А., Кузьмин А. В. / Вестник НГУ. Сер. Физика. 2007. Т. 2. № 1. С. 108–122.
35. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Т. 5. – М.: Наука, 1976.
36. Дмитриев А. С. Введение в нанотеплофизику. – М.: БИНОМ, 2015.

PACS: 44.40.+a, 42.68Ay, 42.72.g

On the applicability of Kirchhoff's law to a subwavelength particle in thermodynamic equilibrium with the environment

A. N. Sviridov and L. D. Saginov

FSAC VIM

5, 1st Institutsky proezd, Moscow, 109428, Russia

Received 26.01.2023; accepted 17.02.2023

A new method for calculating the absorption coefficients of subwavelength particles (SP) is proposed. In this technique, the radiation flux is represented by a set of spatial spectral modes that are absorbed by the SP in accordance with the product $\varepsilon_i f(\mathbf{D}, \lambda)$. Moreover, at $\lambda \leq \lambda_{\text{cutoff}}$ $f(\mathbf{D}, \lambda) = 1$, and at $\lambda > \lambda_{\text{cutoff}}$ $f(\mathbf{D}, \lambda) = (2D/\lambda)^2$, where: \mathbf{D} – is the diameter of the SP, λ – is the

wavelength, λ_{cutoff} – is the cutoff wavelength, ε_i – is the integral absorption coefficient of a "large" body made of a material similar to the material of the SP. Calculations of the emission and absorption coefficients of a medium in thermodynamic equilibrium with the environment have been carried out. For comparison, along with the proposed methodology, a method for calculating the absorption coefficient of the SP was used, based on consideration of the depth of penetration of radiation into the SP material. It is shown that the feasibility of Kirchhoff's law for SP depends on the particle diameter and on the ambient temperature. With "large" D , the emission and absorption coefficients are equal (Kirchhoff's law holds), however, with a decrease in D , the absorption coefficient becomes greater than the emission coefficient (Kirchhoff's law does not hold).

Keywords: blackbody, Planck's law, Stefan-Boltzmann's law, Wien's displacement law, Kirchhoff's law, diffraction, radiation flux density, radiation coefficient, absorption coefficient, spatial spectral mode, mode energy, Larmour formula.

DOI: 10.51368/1996-0948-2023-2-44-55

REFERENCES

1. Greffet J.-J., Bouchon P., Brucoli G., Sakat E. and Marquier F., arXiv:1601.00312v1 [physics.optics].2016. P. 1–6.
2. Bouchon P., Brucoli G. and Marquier F., Physical Review X. **8**, 021008 (2018).
3. Miller D. A. B., Linxiao Zhu and Shanhui Fan, Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS). **114** (17), 4336–4341 (2017).
4. Linxiao Zhu and Shanhui Fan, Physical Review B. **90**, 220301 (2014).
5. Snyder W. C., Zhengming Wan and Xiaowen Li, Applied Optics **37** (16), 3464–3470 (1998).
6. Pendry J. B., Journal of Physics: Condensed Matter. **11**, 6621–6633 (1999).
7. Schuller J. A., Taubner T. and Brongersma M. L., Nature Photonics **3**, 658–661 (2009).
8. Boriskina S. V., Green M. A., Catchpole K. et al., Journal of Optics **18** (7), 073004 (2016).
9. Robitaille P.-M. and Robitaille J. L., IEEE Transactions on Plasma Science **31** (6), 1263–1267 (2004).
10. Park Y., Asadchy V. S., Bo Zhao, Cheng Guo, Jiahui Wang and Shanhui Fan, American Chemical Society Photonics **8** (8), 2417–2424 (2021).
11. Ghanekar A., Jiahui Wang, Shanhui Fan and Povinelli M. L., American Chemical Society Photonics **9** (4), 1157–1164 (2022).
12. Pajovic S., Tsurimaki Y., Xin Qian and Gang Chen, Physical Review B. **102**, 165417 (2020).
13. Jun Wu, Zhongmin Wang, Han Zhai, Zhangxing Shi, Xiaohu Wu and Feng Wu, arXiv:2109.13502 [cond-mat.mes-hall]. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2109.13502>
14. Jason Y. H., Soric C. and Alu A., Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS) **113** (13), 3471–3475 (2016).
15. Mie G., Annalen der Physik. **25**, 377 (1908).
16. Bohren C. F. and Huffman D. R., Absorption and Scattering of Light by Small Particles, New York- Chichester-Brisbane-Toronto-Singapore, John Wiley & Sons, 1983.
17. Landau L. D. and Lifshitz E. M. Course of theoretical physics. Vol. 8. Electrodynamics of continuous media Pergamon Press, 1960.
18. Bourn M. and Wolf E., Principles of optics, Oxford-London-Edinburgh-New York-Paris-Frankfurt, Pergamon Press, 1964.
19. Martynenko Yu. V. and Ognev L. I., Zhurnal tekhnicheskoy fiziki **75** (11), 130–132 (2005) [in Russian].
20. Dombrovsky L. A., Thermophysics of high temperatures **37** (2), 284–293 (1999).
21. Joulain K., Ezzahri Y. and Carminati R., arXiv:1509.05927v2 [physics.class-ph].
22. Joulain K., HAL Id: hal-01860367. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01860367>.
23. Tribel'skij M. I. and Miroshnichenko A. E., Uspexi fizicheskix nauk **192** (1), 45–68 (2022) [in Russian]; arXiv:2009.08538v1 [physics.optics] [in English]
24. Elzoukal M., Yang Ch., Albert A., Lubner S. and Prasher R., Cell Reports Physical Science **1** (12), 100259 (2020).

25. Sviridov A. N. and Saginov L. D., Applied Physics, № 1, 57–62 (2021) [in Russian].
26. Sviridov A. N. and Saginov L. D., Applied Physics, № 2, 12–21 (2021) [in Russian].
27. Sviridov A. N. and Saginov L. D., Applied Physics, № 3, 17–25 (2021) [in Russian].
28. Sviridov A. N. and Saginov L. D., Applied Physics, № 1, 42–50 (2022) [in Russian].
29. Fridrixov S. A. and Movnin S. M., Fizicheskie osnovy` e`lektrotexniki, Moscow, Vy`sshaya shkola, 1982 [in Russian].
30. Gagliardi R. M. and Karp Sh., Optical Communications, New York-London-Sydney-Toronto, John Wiley & Sons, 1976, Moscow, Svyaz`, 1978.
31. Goussorgues G., La Thermography Infrarouge. Principes – Technique – Applications, Deuxieme.edition, Paris, Technique et Documentation Lavoister, 1984, Moscow, MIR, 1988.
32. Kumar N., Spontaneous Emission Rate Enhancement Using Optical Antennas. Electrical Engineering and Computer Sciences. University of California at Berkeley. Technical Report № UCB/EECS-2013-107. <http://www.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/2013/EECS-2013-107.html>
33. Tsakmakidis K. L., Boyd R. W., Yablonovitch E. and Xiang Zhang, Optics Express **24** (16), 17916–17927 (2016).
34. Knyazev B. A. and Kuz`min A. V., Vestnik Novosibirskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya: Fizika, **2** (1), 108–122 (2007) [in Russian].
35. Landau L. D. and Lifshhicz E. M., Statisticheskaya fizika **5**, Moscow, Nauka, 1976 [in Russian].
36. Dmitriev A. S., Vvedenie v nanoteplofiziku, Moscow, BINOM, 2015 [in Russian].