

УДК 538.945
EDN: DDPTWH

PACS: 74.20De



Об эквивалентной электрической схеме сверхпроводников при переменных токах

К. А. Осипов, А. Н. Варюхин, М. А. Овдиенко, А. В. Гелиев

Представлена эквивалентная электрическая схема сверхпроводников согласно двухжидкостной модели для описания переходных процессов при коммутации постоянного тока и нестационарных процессов при гармоническом изменении электродвижущей силы (ЭДС) источника питания. В схеме введены инерционные индуктивности для нормальных и сверхпроводящих электронов (L_n , L_s) и эффективное сопротивление R_n вследствие возбуждения нормальных электронов под действием индуцированного электрического поля. Также показаны существенные недостатки и противоречия в эквивалентной электрической схеме сверхпроводников, предложенной другими авторами. Введенная в работе эквивалентная электрическая схема позволяет описать переходные процессы, а также получить зависимости нормального и сверхпроводящего токов, электрического поля от времени и мощность тепловыделения в сверхпроводнике при возбуждении нормальных электронов в зависимости от частоты и температуры.

Ключевые слова: сверхпроводимость, высокотемпературная сверхпроводимость, ВТСП, двухжидкостная модель, нормальные электроны, сверхпроводящие электроны, переменный ток, эквивалентная электрическая схема, инерционные индуктивности для сверхпроводящих и нормальных электронов.

DOI: 10.51368/1996-0948-2024-3-5-12

Введение

Сверхпроводники при температурах ниже критической $T < T_c$ обладают нулевым удельным сопротивлением [1–3]. При постоянном токе электрическое поле в сверхпро-

воднике должно быть равно нулю, в противном случае любая величина электрического поля приводила бы к бесконечным значениям сверхпроводящего тока. При переменном токе сопротивление сверхпроводников всегда отлично от нуля (даже при нулевом внешнем магнитном поле) [4, 5]. Отмеченные особенности можно объяснить, если воспользоваться двухжидкостной моделью сверхпроводников, согласно которой электроны проводимости в сверхпроводящем материале разделяются на два типа – сверхпроводящие и нормальные [6–9].

Для того, чтобы описать переходные процессы в сверхпроводниках при коммутации постоянного тока и нестационарные характеристики при переменном ЭДС источника питания, необходимо ввести эквивалентную электрическую схему сверхпроводников, которая бы корректным образом описывали нестационарные процессы в сверхпроводниках.

Осипов Константин Анатольевич, в.н.с., к.т.н.

E-mail: kaosipov@ciam.ru

Варюхин Антон Николаевич, зам. ген. директора – директор исследовательского центра, к.т.н.

Овдиенко Максим Александрович, зам. директора исследовательского центра, к.т.н.

Гелиев Александр Валикович, нач. отдела, к.ф.-м.н.

ГНЦ, ФАУ «ЦИАМ имени П. И. Баранова».

Россия, 111116, Москва, ул. Авиамоторная, 2.

Статья поступила в редакцию 2.10.2023

После доработки 22.03.2024

Принята к публикации 17.04.2024

Шифр научной специальности: 1.3.13

© Осипов К. А., Варюхин А. Н., Овдиенко М. А., Гелиев А. В., 2024

С помощью эквивалентной схемы также можно будет вычислить среднюю мощность тепловыделения в сверхпроводниках за счет возбуждения нормальных электронов под действием переменного электрического поля. В дальнейшем на основе электрической схемы сверхпроводников можно будет построить эквивалентную электрическую схему высокотемпературной сверхпроводящей (ВТСП) ленты с учетом слоистости ее структуру, которая позволит оценить влияние температуры (при охлаждении жидкими азотом 77 К или водородом 20 К) и частоты ЭДС источника питания на распределение плотности тока в различных слоях ВТСП-ленты. В сверхпроводниках II рода, находящихся в смешанном состоянии [10–13], на вихри Абрикосова действует сила Лоренца со стороны транспортного тока [4, 5], возбуждающегося только в сверхпроводящем слое. Эквивалентная электрическая схема ВТСП-ленты позволит более корректно учитывать потери, связанные с дрейфом вихревой решетки [14, 15], при переменном токе.

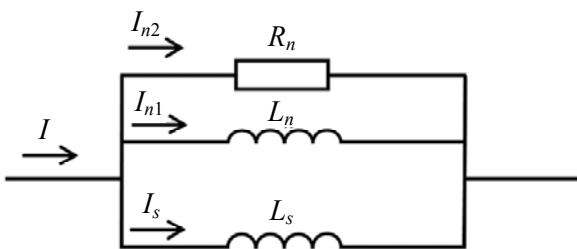


Рис. 1. Эквивалентная схема сверхпроводников для описания нестационарных процессов, используемая различными авторами в работах [16, 17]

В некоторых работах, например, [16, 17] для описания нестационарных процессов в сверхпроводниках предлагается эквивалентная электрическая схема сверхпроводников на основе двухжидкостной модели (см. рис. 1). Забегая вперед, отметим, что данная схема имеет существенные недостатки, которые ставят под сомнение ее состоятельность. Согласно схеме, представленной на рисунке 1, суммарный транспортный ток, который заводится в электрическую цепь, разделяется на три ветви. По одной ветви протекает сверхпроводящий ток, по двум другим – нормальный. На схеме также введены некоторые параметры L_n , L_s и R_n в соответствующих ветвях. Даже не

углубляясь в вопрос, через какие микроскопические величины эти параметры выражаются, легко показать различные противоречия, возникающие в данной схеме, рассматривая лишь переходной процесс при выходе на стационарный режим на постоянном токе.

Сверхпроводник подключен к источнику питания постоянного тока. Очевидно, что суммарный транспортный ток, протекающий через сверхпроводник, равен сумме всех токов $I(t) = I_s(t) + I_{n1}(t) + I_{n2}(t)$. Запишем уравнения Кирхгофа, т.е. уравнения для падения напряжений для различных замкнутых контуров в эквивалентной схеме на рисунке 1 (в системе СГС):

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= (1/c^2)L_s\dot{I}_s + I(t)r, \\ \varepsilon_0 &= (1/c^2)L_n\dot{I}_{n1} + I(t)r, \\ \varepsilon_0 &= I_{n2}(t)R_n + I(t)r \end{aligned} \quad (1)$$

где c – скорость света, r – внутреннее сопротивление источника питания, а ε_0 – напряжение источника питания. Из системы уравнений (1) следует, что $\dot{I}_{n1} = (L_s/L_n)\dot{I}_s$ и $\dot{I}_{n2} = (L_s/c^2R_n)\dot{I}_s$. Продифференцировав первое уравнение в системе (1) по времени, подставим полученные производные от различных компонент нормального тока \dot{I}_{n1} и \dot{I}_{n2} . После математических преобразований получим следующее уравнение для сверхпроводящего тока:

$$(L_s/c^2)(1+r/R_n)\ddot{I}_s + r(1+L_s/L_n)\dot{I}_s = 0. \quad (2)$$

Проинтегрировав уравнение (2), получим $I_s(t) = C_0 - (C_1/\alpha^2)e^{-\alpha^2 t}$, где C_0 , C_1 – константы интегрирования, $\alpha^2 \equiv \frac{rc^2(1+L_s/L_n)}{L_s(1+r/R_n)}$.

Будем рассматривать нулевые начальные условия, т.е. $I_s(0) = I_{n1}(0) = I_{n2}(0) = 0$. Отсюда получим, что $C_1 = \alpha^2 C_0$, тогда $I_s(t) = C_0(1 - e^{-\alpha^2 t})$. Аналогично получим компоненты нормального тока $I_{n1}(t) = C_0(L_s/L_n)(1 - e^{-\alpha^2 t})$ и $I_{n2}(t) = (L_n/c^2R_n)\dot{I}_{n1} =$

$= (L_s / c^2 R_n) C_0 \alpha^2 e^{-\alpha^2 t}$. При $t \rightarrow \infty$ компоненты токов будут равны $I_s(\infty) = C_0$, $I_{n1}(\infty) = C_0 L_s / L_n$, $I_{n2}(\infty) = 0$. В установившемся состоянии справедливо $\varepsilon_0 = (I_s + I_{n1})r = C_0 r (1 + L_s / L_n)$, отсюда получим выражение для константы $C_0 = \varepsilon_0 (1 + L_s / L_n) / r$. Таким образом, согласно эквивалентной схеме сверхпроводников переходной процесс на постоянном токе будет описываться следующими выражениями:

$$\begin{aligned} I_s(t) &= \frac{\varepsilon_0 / r}{1 + L_s / L_n} (1 - e^{-\alpha^2 t}), \\ I_{n1}(t) &= \frac{\varepsilon_0 / r}{1 + L_n / L_s} (1 - e^{-\alpha^2 t}), \\ I_{n2}(t) &= \frac{\varepsilon_0 / R_n}{1 + r / R_n} e^{-\alpha^2 t}. \end{aligned} \quad (3)$$

Согласно (3) при выходе на стационарный режим ток в сверхпроводнике будет переноситься как сверхпроводящими, так и нормальными электронами, причем токи будут соответственно равны $I_s = \frac{\varepsilon_0 / r}{1 + L_s / L_n}$,

$I_{n1} = \frac{\varepsilon_0 / r}{1 + L_n / L_s}$. Данный результат явно противоречит физическим представлениям, поскольку ток, носителями которого являются нормальные электроны, не может переноситься без потерь энергии. На постоянном токе ток в сверхпроводнике должен переноситься исключительно через сверхпроводящую фазу, без потерь энергии, за счет объединения электронов в так называемые куперовские пары, согласно одному из возможных механизмов возникновения сверхпроводимости [18–20].

Также является физически непонятным то, как нормальный ток в сверхпроводнике разделяется на две компоненты, причем в одной ветви есть только резистивный элемент, а в другой – только реактивный. Кроме того, следует отметить, что третье уравнение в системе (1) или соответствующий ему замкнутый контур в эквивалентной электрической схеме (рис. 1) являются явно противоречивыми, в чем можно легко убедиться, рассмотрев нулевые начальные условия для всех компо-

нент токов при постоянном напряжении источника питания ε_0 . Для того, чтобы избавиться от этого недостатка необходимо в ветви, где протекает суммарный транспортный ток добавить магнитную индуктивность L , связанную с законом электромагнитной индукции Фарадея. Но даже это не будет способствовать тому, что снимутся все противоречия, поскольку постоянный ток в сверхпроводнике никак не может переноситься нормальными электронами без диссипации энергии. Видимо для того, чтобы не демонстрировать указанные существенные противоречия при постоянном ЭДС источника питания, обычно рассматривается только лишь переменный ток. Таким образом, данная эквивалентная схема не может претендовать на описание переходных процессов при коммутации постоянного тока и нестационарных процессов на переменном токе.

Эквивалентная электрическая схема сверхпроводников согласно двухжидкостной модели

На рисунке 2 представлена эквивалентная электрическая схема сверхпроводников, которая корректно описывает переходные процессы в сверхпроводниках как на постоянном, так и переменном токах во всем диапазоне температур (вплоть до критической T_c) при предположении о справедливости двухжидкостной модели сверхпроводников. В дальнейшем представленную математическую модель можно будет улучшать, например, включив эффекты распаривания куперовских пар. При необходимости это можно сделать. На данном этапе считается, что концентрация сверхпроводящих электронов не зависит от скорости электронов, а является функцией только температуры. Зная эмпирическую зависимость для глубины проникновения магнитного поля от температуры $\lambda^2(T) = \lambda_L^2 / (1 - (T/T_c)^4)$ [4, 5], где λ_L^2 – лондоновская глубина проникновения, T_c – критическая температура сверхпроводника, и выражение для $\lambda^2(T) = m_s^* c^2 / 4\pi n_s e^2$, где m_s^* – эффективная масса, e – заряд электрона, легко получить зависимость долей концентраций сверхпроводящих и нормальных электронов

от температуры: $\alpha_s = n_s / n = (1 - (T / T_c)^4)$,
 $\alpha_n = n_n / n = (T / T_c)^4$, где n_s , n_n – концентрации сверхпроводящих и нормальных электронов, n – концентрация всех электронов проводимости.

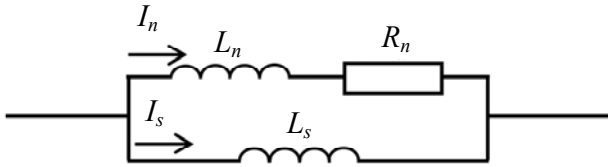


Рис. 2. Эквивалентная электрическая схема сверхпроводников

В схеме на рисунке 2 введены так называемые **инерционные индуктивности в ветвях для нормального и сверхпроводящего токов** – L_n и L_s . **Инерционные индуктивности** будут учитывать **различную динамику движения двух «типов» электронов** в силу того, что они будут подчиняться различным микроскопическим уравнениям движения. В ветви для нормального тока введено также некоторое **эффективное сопротивление** R_n , отвечающее за **диссипацию энергии** вследствие возбуждения нормальных электронов под действием переменного электрического поля. На эквивалентной схеме сверхпроводников, представленной на рисунке 2, предполагается, что сверхпроводящая лента подключена к внешнему источнику питания.

Запишем уравнения Кирхгофа для соответствующих участков схемы на рисунке 2:

$$\begin{aligned} I(t) &= I_n(t) + I_s(t), \quad \varepsilon - (1/c^2)L_s \dot{I}_s = I(t)r, \\ (1/c^2)L_n \dot{I}_n + R_n I_n &= (1/c^2)L_s \dot{I}_s, \end{aligned} \quad (4)$$

где r – внутреннее сопротивление источника питания. Из системы (4) получим, что сверхпроводящий ток подчиняется следующему обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$\begin{aligned} \ddot{I}_s + 2\gamma \dot{I}_s + \omega_0^2 I_s &= X_s, \\ 2\gamma &= \frac{rc^2}{L_s L_n} \left(L_n + \frac{R_n + r}{r} L_s \right), \\ \omega_0^2 &= \frac{c^4 r R_n}{L_s L_n}, \quad X_s = \frac{c^4 R_n \varepsilon}{L_s L_n}, \end{aligned} \quad (5)$$

где введены коэффициент затухания γ , квадрат собственной частоты ω_0^2 и эффективная внешняя сила X_s , ускоряющая сверхпроводящие электроны. Очевидно, что при решении уравнения (5) возникают два случая: $\omega_0^2 - \gamma^2 < 0$ и $\omega_0^2 - \gamma^2 > 0$. Рассмотрим случай $\omega_0^2 - \gamma^2 < 0$, соответствующий аperiодическому переходному процессу. В начальный момент времени нормальный и сверхпроводящий токи равны нулю $I_s(0) = 0$, $I_n(0) = 0$. Начальные условия для первых производных от токов можно получить из системы уравнений (4): $\dot{I}_s(0) = \varepsilon c^2 / L_s$, $\dot{I}_n(0) = \varepsilon c^2 / L_n$. В этом случае зависимости сверхпроводящего и нормального токов от времени будут определяться следующими выражениями, где для уменьшения громоздкости введено обозначение $\Omega = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$:

$$\begin{aligned} I_s(t) &= \frac{\varepsilon}{r} \left(1 - e^{-\gamma t} \left(\operatorname{ch} \Omega t + \frac{\gamma - rc^2 / L_s}{\Omega} \operatorname{sh} \Omega t \right) \right), \\ I_n(t) &= \frac{\varepsilon c^2}{L_n \Omega} e^{-\gamma t} \operatorname{sh} \Omega t. \end{aligned} \quad (6)$$

Очевидно, что при $t \gg 1/\gamma$ нормальный ток $I_n(t)$ экспоненциально затухает согласно (6). Весь ток будет протекать исключительно через сверхпроводящую фазу и будет стремиться к $I(t) \rightarrow \varepsilon / r$. При необходимости можно рассмотреть колебательный переходной процесс.

Для того, чтобы определить ранее введенные коэффициенты L_n , L_s и R_n , необходимо связать их с микроскопическими параметрами, записав уравнения движения нормальных и сверхпроводящих электронов:

$$\begin{aligned} m_n^* \dot{\mathbf{V}}_n &= - (m_n^* / \tau) \mathbf{V}_n(t) - e \mathbf{E}(t), \\ m_s^* \dot{\mathbf{V}}_s &= - e \mathbf{E}(t), \end{aligned} \quad (7)$$

где \mathbf{V}_n , \mathbf{V}_s , m_n^* и m_s^* – скорости и эффективные массы нормальных и сверхпроводящих электронов соответственно, τ – время релаксации нормальных электронов в сверхпрово-

дующем материале. Вычтя из первого уравнения второе в (7), получим следующее уравнение $m_n^* \dot{V}_n + (m_n^* / \tau) V_n = m_s^* \dot{V}_s$. После некоторых математических преобразований и сопоставления полученного уравнения с третьим уравнением системы (4) получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} L_n &= c^2 \tau R_n = \frac{4\pi\lambda_L^2 \Delta l}{\alpha_n \Delta S^*} \frac{m_n^*}{m_s^*}, \\ L_s &= \frac{4\pi\lambda_L^2 \Delta l}{\alpha_s \Delta S^*}, \quad R_n = \frac{\Delta l}{\alpha_n \sigma_0 \Delta S^*}. \end{aligned} \quad (8)$$

где ΔS^* – эффективная площадь сечения сверхпроводящей ленты, по которой протекает ток. Из (8) следует, что параметры L_n , L_s и R_n изменяются в широком диапазоне (от некоторого минимального значения до бесконечности) в силу зависимости долей концентраций α_s и α_n от температуры. По этой причине в общем случае инерционными индуктивностями L_n и L_s пренебречь нельзя по сравнению с магнитной индуктивностью L . Зная коэффициенты (8), можно определить коэффициент затухания γ , собственную частоту ω_0 , тип переходного процесса ($\gamma^2 - \omega_0^2 > 0$):

$$\begin{aligned} \omega_0^2 &= \frac{1}{\tau^2} \frac{r}{R_n} \frac{\alpha_s}{\alpha_n} \frac{m_n^*}{m_s^*}, \\ 2\gamma &= \frac{1}{\tau} \left\{ 1 + \frac{r}{R_n} \left(1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_n} \frac{m_n^*}{m_s^*} \right) \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

и описать переходной процесс на постоянном токе, а также нестационарные процессы на переменном. Можно рассмотреть асимптотическое поведение нормального и сверхпроводящего токов (6) вблизи $T = 0$ и $T = T_c$. При $T = 0$ получим, что сверхпроводящий ток определяется следующей зависимостью $I_s(t) = (\varepsilon_0 / r) (1 - e^{-rc^2 t / L_s})$, а нормальный ток тождественно равен нулю. При критической температуре $T = T_c$ сверхпроводящий ток в любой момент времени равен нулю $I_s(t) \equiv 0$, а нормальный ток описывается

следующей временной зависимостью $I_n(t) = \varepsilon_0 / (R_n + r) (1 - e^{-(R_n + r)t / (\tau R_n)})$.

На рисунке 3 представлена эквивалентная электрическая схема сверхпроводников (в безвихревом состоянии) на основе двухжидкостной модели с учетом магнитной L и инерционных индуктивностей L_n и L_s сверхпроводящей ленты при переменных токах.

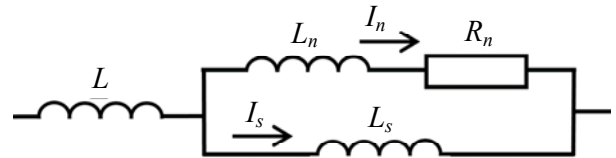


Рис. 3. Эквивалентная электрическая схема сверхпроводников с учетом магнитной L и инерционных индуктивностей L_n и L_s при переменных токах

Процессы, протекающие в эквивалентной электрической схеме, представленной на рисунке 3, описываются следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \varepsilon - (1/c^2) L \dot{I} - (1/c^2) L_n \dot{I}_n &= I_n(t) R_n + I(t) r, \\ \varepsilon - (1/c^2) L \dot{I} - (1/c^2) L_s \dot{I}_s &= I(t) r. \end{aligned} \quad (10)$$

Из (10) можно получить однородное дифференциальное уравнение второго порядка для нормального тока, где введены коэффициент затухания γ' и собственная частота ω_0' :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 I_n}{dt^2} + 2\gamma' \frac{dI_n}{dt} + \omega_0'^2 I_n &= 0, \\ \omega_0'^2 &= \frac{r R_n c^4}{L L_s + L L_n + L_s L_n}, \\ 2\gamma' &= \frac{c^2 (r(L_s + L_n) + R_n(L + L_s))}{L L_s + L L_n + L_s L_n}. \end{aligned} \quad (11)$$

Решая однородное (с нулевой правой частью) обыкновенное дифференциальное уравнение, в результате для аperiodического переходного процесса $\omega_0'^2 - \gamma'^2 \equiv -\Omega'^2 < 0$ получим зависимости для нормального и сверхпроводящего токов:

$$I_n(t) = \frac{\varepsilon c^2 L_s e^{-\gamma' t} \text{sh } \Omega' t}{\Omega' (L L_s + L L_n + L_s L_n)}, \quad I_s(t) = \frac{\varepsilon}{r} \left\{ 1 - e^{-\gamma' t} \left(\text{ch } \Omega' t + \frac{\gamma' - \omega_0'^2 L_n / c^2 R_n}{\Omega'} \text{sh } \Omega' t \right) \right\}. \quad (12)$$

Видно, что после переходного процесса нормальный ток затухает, и весь ток пойдет через сверхпроводящую фазу, носителями которой являются куперовские пары.

Кратко рассмотрим синусоидальное изменение ЭДС источника тока $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$. Тогда в силу линейности системы дифференциальных уравнений (10) токи также будем искать в виде гармонического изменения с некоторым сдвигом фаз $I_n(t) = I_{n0} e^{i\omega t}$, $I_s(t) = I_{s0} e^{i\omega t}$. Опуская все математические выкладки, представим лишь результаты:

$$I_s(t) = \frac{\varepsilon_0}{r} \frac{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2} e^{i(\omega t + \varphi - \delta)}}{\sqrt{\left(1 - \omega^2 / \omega_0'^2\right)^2 + \left(2\omega\gamma' / \omega_0'^2\right)^2}}, \quad (13)$$

$$I_n(t) = \frac{\varepsilon_0 L_s}{r L_n} \frac{\omega \tau e^{i(\omega t + \pi/2 - \delta)}}{\sqrt{\left(1 - \omega^2 / \omega_0'^2\right)^2 + \left(2\omega\gamma' / \omega_0'^2\right)^2}},$$

где сдвиги фаз равны $\varphi = \arctg \omega\tau$, $\delta = \arctg\left(2\omega\gamma' / (\omega_0'^2 - \omega^2)\right)$. Зная зависимость сверхпроводящего тока и используя уравнение движения сверхпроводящих электронов, можно найти изменение электрического поля:

$$E(\omega, t) = \frac{\omega}{rc^2 / L_s} \frac{\varepsilon_0}{\Delta l} \times \frac{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2} e^{i(\omega t + \varphi + \pi/2 - \delta)}}{\sqrt{\left[1 - \omega^2 / \omega_0'^2\right]^2 + \left(2\omega\gamma' / \omega_0'^2\right)^2}}. \quad (14)$$

Используя выражения для нормального тока (13) и электрического поля (14), можно вычислить среднюю за период объемную мощность тепловыделения в сверхпроводнике q_v за счет возбуждения нормальных электронов под действием переменного электрического поля $q_{vn} = \langle j_n(t) E(t) \rangle = (1/2) j_{n0} E_0 \cos \varphi = (1/2) I_{n0} E_0 \cos \varphi / \Delta S^*$:

$$q_{vn} = (q_{vn})_{\max} (2\omega\gamma')^2 / \left[(\omega_0'^2 - \omega^2)^2 + (2\omega\gamma')^2 \right], \quad (15)$$

где максимальное значение объемной мощности тепловыделения определяется как

$(q_{vn})_{\max} = (1/2) \alpha_n \sigma_0 (\varepsilon_0 / \Delta l)^2 (L_s / rc^2)^2 (\omega_0'^2 / 2\gamma')^2$, достигающееся при частоте $\omega = \omega_0'$.

Более подробный вывод математической модели и соответствующий анализ эквивалентной электрической схемы для описания нестационарных процессов представлен, например, в работе [21, 22], где, в частности, показано, что пренебрежение инерционными индуктивностями приведет к тому, что нормальные электроны в сверхпроводнике не будут возбуждаться при переменном токе ($I_n(t) \equiv 0$), что противоречит экспериментальным фактам [4, 5].

Заключение

Показано, что эквивалентная электрическая схема сверхпроводников, представленная, например, в работах [16, 17], приводит к различным противоречиям при описании переходных процессов при коммутации постоянного тока, в частности, при выходе на стационарный режим ток протекает как через сверхпроводящую, так и нормальную фазы, что явно противоречит экспериментальным данным.

В работе представлена эквивалентная электрическая схема сверхпроводников в соответствии с двухжидкостной моделью при переменных токах, согласно которой все электроны в объеме сверхпроводящего материала условно разделяются на два типа: сверхпроводящие и нормальные. Сверхпроводящие электроны за счет объединения в так называемые куперовские пары (согласно одному из механизмов возникновения сверхпроводящего состояния) не испытывают рассеяния, а при возбуждении нормальных электронов происходит диссипация энергии в виде джоулевых потерь при взаимодействии с кристаллической решеткой. В эквивалентной схеме введены инерционные индуктивности для нормальных и сверхпроводящих электронов (L_n и L_s), характеризующие динамику ускорения двух «типов» электронов под действием переменных электрических полей, и эффективное сопротивление R_n для описания диссипации энергии при возбуждении нормального тока. Введенные параметры в схеме получены путем сопоставления макроскопических уравне-

ний для всей электрической цепи с микроскопическими уравнениями движения нормальных и сверхпроводящих электронов.

Представленная схема позволяет оценивать среднюю мощность тепловыделения при переменном ЭДС источника питания вследствие возбуждения нормальных электронов. В дальнейшем эквивалентная схема сверхпроводящего слоя позволит построить эквивалентную схему для высокотемпературной сверхпроводящей ленты с учетом слоистости ее структуры при переменном токе и оценить влияние частоты напряжения источника питания и температуры ВТСП-ленты на распределение токов в различных слоях, что, в частности, необходимо для корректной оценки величины силы Лоренца, которая приводит к дрейфу вихрей Абрикосова при наличии внешнего магнитного поля, и соответственно потерь, связанных с вязким движением вихревой решетки.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Onnes H. K.* / Leiden Comm. 1911. № 122b. P. 124.
2. *Onnes H. K.* / Commun. Phys. Lab. Univ. Leiden. 1911. № 119b, 120b, 122b, 124c.
3. *Onnes H. K.* / Commun. Phys. Lab. Univ. Leiden. 1914. № 139i.
4. *Ципенюк Ю. М.* Физические основы сверхпроводимости: учебное пособие для вузов. – М.: Изд-во МФТИ, 2002.
5. *Шмидт В. В.* Введение в физику сверхпроводников. – М.: МЦНМО, 2000.
6. *Bardeen J.* / Phys. Rev. Lett. 1958. Vol. 1. № 11. P. 399–400.
7. *London F.* Superfluids. – New York: John Wiley and Sons. 1954. Vol. 1 and 2.
8. *Gorter C. J.* Progress in Low-Temperature Physics. – North Holland Publishing Company. 1955. Chap. 1.
9. *Landau L. D.* / J. Phys. U.S.S.R. 1941. Vol. 5. P. 71.
10. *Абрикосов А. А.* / ДАН СССР. 1952. Т. 86. С. 489.
11. *Абрикосов А. А.* / ЖЭТФ. 1957. Т. 32. С. 1442.
12. *Абрикосов А. А.* Основы теории металлов. – М.: Наука, 1987.
13. *Abrikosov A. A.* / Journal of Physics and Chemistry of Solids. 1957. Vol. 2. Is. 3. P. 199–208.
14. *Stephen M. J., Bardeen J.* / Phys. Rev. Lett. 1965. Vol. 14. № 4. P. 112–113.
15. *Bardeen J., Stephen M. J.* / Phys. Rev. 1965. Vol. 140. № 4A.
16. *Anlage S. M.* / IEEE Journal of Microwaves. 2021. Vol. 1. № 1. P. 389–402.
17. *Шкловский В. А., Добровольский А. В.* Пиннинг и динамика вихрей в сверхпроводниках: учебное пособие. – Х.: Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, 2014.
18. *Боголюбов Н. Н., Толмачев В. В., Шурков Д. В.* Новый метод в теории сверхпроводимости. – М.: Наука, 1958.
19. *Bardeen J., Cooper L. N., Schrieffer J. R.* / Phys. Rev. 1957. Vol. 106. P. 162–164.
20. *Бардин Дж., Купер Л., Шриффер Дж.* Теория сверхпроводимости / Под ред. Н. Н. Боголюбова. – М.: ИЛ, 1960. С. 103.
21. *Осипов К. А., Варюхин А. Н., Овдиенко М. А., Гелиев А. В.* / Успехи прикладной физики. 2023. Т. 11. № 5. С. 363–383.
22. *Осипов К. А., Варюхин А. Н., Захарченко В. С., Гелиев А. В.* / Успехи прикладной физики. 2023. Т. 11. № 6. С. 473–490.

PACS: 74.20De

On equivalent electrical circuit of superconductors at alternating currents

K. A. Osipov, A. N. Varyukhin, M. A. Ovdienko and A. V. Geliev

Central Institute of Aviation Motors named after P. I. Baranov
2 Aviamotornaya st., Moscow, 111116, Russia
E-mail: kaosipov@ciam.ru

Received 2.10.2023; revised 22.03.2024; accepted 17.04.2024

The paper presents for the first time an equivalent electrical circuit of superconductors according to a two-fluid model for describing transient processes at direct current and non-stationary processes with a harmonic change in the electromotive force (EMF) of a power source.

The scheme introduces inertial inductances for normal and superconducting electrons (L_n , L_s) and effective resistance R_n due to the excitation of normal electrons under the action of an induced electric field. Significant drawbacks in the equivalent electrical circuit of superconductors proposed by other authors are also indicated. The equivalent electrical circuit introduced in the paper makes it possible to describe all transient processes at direct current, as well as to obtain the dependences of normal and superconducting currents, electric field on time and heat dissipation power in a superconductor when normal electrons are excited depending on frequency and temperature.

Keywords: superconductivity, high-temperature superconductivity, HTS, two-fluid model, normal electrons, superconducting electrons, alternating current, equivalent electrical circuit, inertial inductances for superconducting and normal electrons.

REFERENCES

1. Onnes H. K., Leiden Comm., № 122b, 124 (1911).
2. Onnes H. K., Commun. Phys. Lab. Univ. Leiden., № 119b, 120b, 122b, 124c (1911).
3. Onnes H. K., Commun. Phys. Lab. Univ. Leiden., № 139i (1914).
4. Tsipenyuk Yu. M. Physical foundations of superconductivity: Textbook: For universities. Moscow, MIPT Publishing House, 2002.
5. Schmidt V. V. Introduction to the physics of superconductors. Moscow, ICNMO, 2000.
6. Bardeen J., Phys. Rev. Lett. **1** (11), 399–400 (1958).
7. London F., Superfluids. John Wiley and Sons, New York, 1954, Vols. 1 and 2.
8. Gorter C. J. Progress in Low-Temperature Physics. North Holland Publishing Company, 1955, Chap. 1.
9. Landau L. D., J. Phys. U.S.S.R. **5**, 71, (1941).
10. Abrikosov A. A., DAN USSR **86**, 489 (1952).
11. Abrikosov A. A., JETP **32**, 1442 (1957).
12. Abrikosov A. A. Fundamentals of the theory of metals. Moscow, Nauka, 1987.
13. Abrikosov A. A., Journal of Physics and Chemistry of Solids. **2** (3), 199–208 (1957).
14. Stephen M. J. and Bardeen J., Phys. Rev. Lett. **14** (4), 112–113 (1965).
15. Bardeen J. and Stephen M. J., Phys. Rev. **140** (4A), (1965).
16. Anlage S. M., IEEE Journal of Microwaves **1** (1), 389–402 (2021).
17. Shklovsky V. A. and Dobrovolsky A. V. Pinning and vortex dynamics in superconductors: textbook. Kharkov, V. N. Karazin Kharkiv National University, 2014.
18. Bogolyubov N. N., Tolmachev V. V. and Shirkov D. V. A new method in the theory of superconductivity. Moscow, Nauka, 1958.
19. Bardeen J., Cooper L. N. and Schrieffer J. R., Phys. Rev. **106**, 162–164 (1957).
20. Bardin J., Cooper L. and Schrieffer J. In the collection: Theory of superconductivity. Edited by N. N. Bogolyubov. Moscow, IL, 1960, pp. 103.
21. Osipov K. A., Varyukhin A. N., Ovdienko M. A. and Geliev A. V., Usp. Prikl. Fiz. (Advances in Applied Physics) **11** (5), 363–383 (2023).
22. Osipov K. A., Varyukhin A. N., Zakharchenko V. S. and Geliev A. V., Usp. Prikl. Fiz. (Advances in Applied Physics) **11** (6), 473–490 (2023) [in Russian].